DOI：10.19789/j.1004-9398.2026.05.004　　**Open Access**
文献引用：付麦霞，梁香帅，刘志辉．基于石墨烯超材料双频可调谐太赫兹传感器[J]．首都师范大学学报（自然科学版），2026，47（5）：23-29，41. Fu Maixia，Liang Xiangshuai，Liu Zhihui.Dual-band tunable terahertz sensor based on graphene metamaterials[J]. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2026，47（5）：23-29，41.

基于石墨烯超材料双频可调谐太赫兹传感器*

付麦霞**，梁香帅，刘志辉

（河南工业大学信息科学与工程学院，河南 郑州　450001）

摘要：本文设计了一种基于石墨烯超材料双频可调谐太赫兹传感器，器件单元为层叠复合结构，由图案化石墨烯层、二氧化硅介质层与金属反射基底构成。理论仿真结果表明，该传感器在3.05和4.86 THz处形成2处窄带共振吸收峰，低频共振峰对太赫兹波的吸收率>95%，高频共振峰可实现近完美吸收。传感性能分析显示，该传感器最高灵敏度可达997.5 GHz/RIU，最优品质因数（FOM）为33.25 RIU^{-1}，最高品质因子（Q）值为162.1。通过调控石墨烯费米能级，可实现对双频共振峰吸收率与Q值的灵活调控；同时，该超材料传感器具备广角吸收特性，在入射角≤70°时可维持稳定的吸收性能。综上，所设计的传感器在生物医学、光学传感、辐射热成像及样品检测等领域具有广阔的应用前景。

关键词：太赫兹；石墨烯；超材料；双频传感器
中图分类号：O436　　**文献标志码**：A

Dual-band tunable terahertz sensor based on graphene metamaterials*

Fu Maixia**，Liang Xiangshuai，Liu Zhihui

（School of Information Science and Engineering，Henan University of Technology，Zhengzhou Henan　450001）

Abstract：This paper presents a dual-band tunable terahertz sensor based on graphene metamaterials，with a unit cell comprising a stacked composite structure of a patterned graphene layer，a silicon dioxide dielectric layer，and a metallic reflective substrate. Theoretical simulation results demonstrate that the sensor exhibits two narrow-band resonant absorption peaks at 3.05 and 4.86 THz. The low-frequency peak achieves an absorption rate exceeding 95% for terahertz waves，while the high-frequency peak approaches near-perfect absorption. Sensing performance analysis indicates a maximum sensitivity of 997.5 GHz/RIU，with an optimal figure of merit（FOM）of 33.25 RIU^{-1}，and a maximum quality factor（Q）-factor of 162.1. By tuning the Fermi level of graphene，the absorption rates and Q-factors of the dual-band resonant peaks can be flexibly controlled. Moreover，the metamaterial sensor exhibits wide-angle absorption characteristics，maintaining stable performance for incident angles up to 70°. In summary，the designed sensor shows great potential for applications in biomedicine，optical sensing，radiothermal imaging，and sample detection.

Keywords：terahertz；graphene；metamaterials；dual-band sensor
CLC：O436　　**DC**：A

收稿日期：2026-02-28
*河南省科技攻关资助项目（242102210154）
**通信作者：fumaixia@126.com

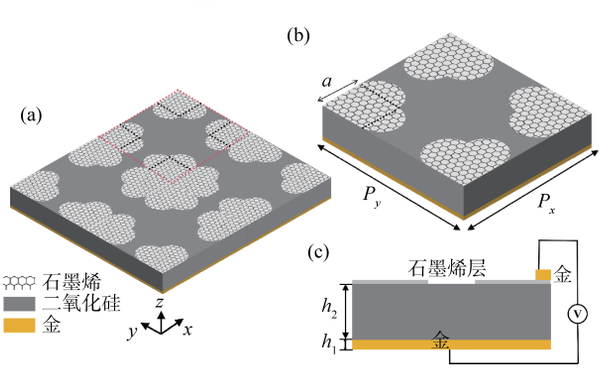
0　引　言

太赫兹波是频率介于0.1~10.0 THz(对应波长3 000.0~30.0 μm)的电磁波,处于微波与红外波段间的"太赫兹间隙"频段[1]。该波段电磁波兼具波动性与粒子性,具备无损穿透弱极性非导电介质、低电离损伤及生物大分子指纹光谱识别等独特优势[2-3],在生物医学检测、安全筛查、物质定性分析等领域具有不可替代的应用价值[4-5]。然而,天然材料在太赫兹波段的电磁响应普遍偏弱,传统器件难以实现对太赫兹波的高效调控,这一技术瓶颈极大限制了其应用落地。超材料是一类人工设计的周期性亚波长复合功能材料,可通过调控单元结构的材质、尺寸与排列方式,实现负折射、完美吸收等天然材料不具备的超常电磁特性[6-7],为太赫兹波调控提供了全新途径。2008年,Landy等[8]提出理想超材料吸收器,通过同步激发电共振与磁共振效应实现完美阻抗匹配,使电磁波吸收率接近100%,推动了超材料传感器的快速发展[9-14]。此类传感器凭借亚波长尺度、局域电磁场增强及高设计自由度等优势,可显著增强太赫兹波与分析物的相互作用,在生物分子探测、痕量物质分析等领域展现出广阔的应用前景[15-20]。相较于单频传感器,双频窄带传感器可通过拓展探测维度,实现多功能识别与多参数定量分析,大幅拓宽太赫兹传感技术的应用边界[21-24]。2021年,Yang等[25]研制出超材料集成微流控双带传感器,该器件在0.2~1.4 THz频段实现双吸收峰,峰值吸收率可达99.9%,最大灵敏度为300 GHz/RIU;Varshney等[26]设计石墨烯-二氧化硅(SiO_2)-金(Au)复合结构传感器,通过调控石墨烯化学势,其灵敏度可达14.88 THz/RIU,品质因数(figure of merit,FOM)值为53.09 RIU^{-1};2023年,Manikandan等[27]提出三叉戟结构传感器,双频吸收峰最大灵敏度为196.5 GHz/RIU,品质因子可达165。然而,现阶段已报道的传感器件依旧存在检测灵敏度偏低、入射角度稳定性差等问题,制约了该技术的产业化应用。

针对上述问题,本文提出一种基于四心形阵列图案化石墨烯双频可调谐太赫兹传感器。该器件采用石墨烯/SiO_2/Au三层叠构设计,由石墨烯层构成的心形图案仅通过单一参数即可完成建模,极大简化了结构优化过程。通过电磁仿真系统分析器件的吸收特性、共振机制、结构参数调控规律及传感性能,验证器件的双频窄带吸收、高灵敏度及广角吸收稳定性等特性,为太赫兹高灵敏度传感器件的设计提供新的思路与参考。

1　传感器结构设计

传感器结构如图1所示,上层石墨烯层组成的心形图案由边长为a的正方形与2个直径为a的半圆组合构成,仅通过单一参数a即可完成建模。a是本设计用于调控器件结构的唯一参数,极大简化了器件结构参数的优化设计过程。同时,心形尖端与连续曲率结构可显著增强表面电磁场局域效应,进而提升传感器探测灵敏度。该传感器周期参数满足$P=P_x=P_y=10.0$ μm,整体采用三层堆叠结构,自下而上依次为金属反射基底、SiO_2介质层、图案化石墨烯层。底层选用Au作为反射层,电导率$\sigma_{Au}=4.7\times10^7$ S/m,厚度$h_1=0.2$ μm,该厚度远大于太赫兹频段Au的趋肤深度,可实现太赫兹波全反射。选用SiO_2作为中间介质层,介电常数$\varepsilon_{SiO_2}=3.9$[28-29],厚度$h_2=2.4$ μm,主要起支撑石墨烯层与调控谐振腔长度作用。最上层采用单层石墨烯,费米能级初始设定为0.65 eV,为实现器件的电可调特性提供条件。该器件可基于现有成熟微纳加工工艺制备,主要步骤包括磁控溅射、等离子体增强化学气相沉积(plasma-enhanced chemical vapor deposition,PECVD)、氧化硅沉积、标准光刻、石墨烯转移与图形化刻蚀。根据Kubo理论,单层石墨烯表面电导率(σ_g)由带内电导率(σ_{intra})与带间电导率(σ_{inter})共同构成,其表达式分别为[30]:



注:a为半圆直径;h_1和h_2分别为金层和二氧化硅层厚度;P_x和P_y分别为单元周期尺寸。

图1　传感器示意

(a)传感器阵列结构示意;(b)单元结构;(c)单元结构正视图

Figure 1　sensor structure diagram

(a)sensor array structure schematic;(b)unit cell structure;(c)front view of the unit cell structure

$$\sigma_g(\omega,\tau,u_c,T)=\sigma_{intra}(\omega,\tau,u_c,T)+\sigma_{inter}(\omega,\tau,u_c,T),\quad(1)$$

$$\sigma_{intra}(\omega,\tau,u_c,T)\approx\frac{je^2k_BT}{\pi\hbar^2(\omega+j\tau^{-1})}\left\{\frac{u_c}{k_BT}+2\ln\left[\exp\left(-\frac{u_c}{k_BT}\right)+1\right]\right\},\quad(2)$$

$$\sigma_{inter}(\omega,\tau,u_c,T)\approx\frac{je^2}{4\pi\hbar}\ln\left[\frac{2u_c-(\omega-j\tau^{-1})\hbar}{2u_c+(\omega-j\tau^{-1})\hbar}\right],\quad(3)$$

式中:ω为入射角频率;K_B为玻尔兹曼常数;$\hbar$为约化普朗克常数;e为单元电荷;T为热力学温度(室温下T=300 K);τ为载流子弛豫时间(本文取0.1);u_c为石墨烯费米能级。基于泡利不相容原理,当太赫兹波频率满足$\hbar\omega\ll2u_c$时,带间跃迁可忽略,石墨烯表面电导率可简化为带内电导率的单一形式

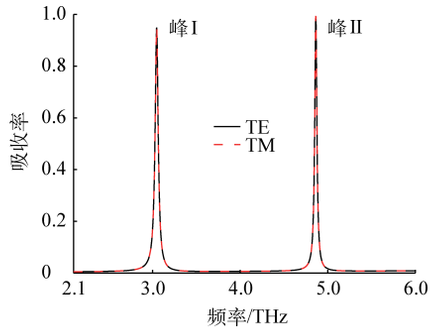
$$\sigma(\omega,\tau,u_c)=\frac{je^2u_c}{\pi\hbar^2(\omega+j\tau^{-1})}。\quad(4)$$

本文采用商业电磁仿真软件CST Microwave Studio完成器件的建模仿真,仿真过程中对入射波传播特性及空间边界条件进行精准设定:入射太赫兹波沿-z轴垂直入射,电场分量平行于y轴,磁场分量平行于x轴。x、y方向采用周期性边界条件,模拟超材料无限周期性排列,z方向采用开放边界条件,模拟自由空间电磁波传播。传感器吸收率(A)由反射系数(S_{11})与透射系数(S_{21})计算得到,即$A=1-|S_{11}|^2-|S_{21}|^2$。由于基底Au的厚度远大于太赫兹频段的趋肤深度,太赫兹波无法穿透金属层,即$S_{21}\approx0$,因此,吸收率公式可简化为$A=1-|S_{11}|^2$。

2　仿真结果与讨论

2.1　双频窄带吸收特性

基于上述结构参数与仿真条件完成器件建模后,借助计算机仿真技术(computer simulation technology,CST)软件开展电磁仿真模拟,得到传感器在横电波(transverse electric,TE)与横磁波(transverse magnetic,TM)2种偏振模式下的吸收光谱特性如图2所示。结果表明,该传感器在3.05与4.86 THz 2个特征频率处形成高吸收率窄带共振峰峰I和峰II。其中,峰I对应频率处的太赫兹波吸收率>95%,峰II吸收率>99%,几乎实现近完美吸收。在整个仿真频段,2种偏振模式下吸收光谱几乎完全重合,表明该传感器具备偏振无关特性。该特性的物理机制源于传感器单元结构的四重旋转对称构型,使器件在不同偏振方向的电磁波入射下,均能激发相同的电磁共振模式,为器件在实际复杂偏振环境中的应用提供了保障。



注:TE、TM分别表示横电波和横磁波。

图2　横电波和横磁波偏振下的吸收光谱

Figure 2　absorption spectra under TE and TM polarization

2.2　双频共振形成机制

为深入揭示双频吸收峰形成机制,分别对峰I与峰II峰值所对应的2个特征频率点开展电场分布与表面电流分布仿真,结果如图3所示。电场分布图中3.05与4.86 THz处电场分布表现出明显的空间对称性。在3.05 THz处,石墨烯心形图案右半区域带正电、左半区域带负电,电荷周期性振荡形成偶极子共振,电场主要集中在图案中心区域;4.86 THz时,单个心形图案呈现单侧正电、单侧负电的电荷分布,且相邻心形图案电荷极性相反,电荷耦合振荡产生多极子共振与电磁耦合效应,电场主要集中在图案边缘区域,局域化效应更显著。

表面电流分布特征显示在3.05 THz处,电流主要集中在石墨烯心形图案主体区域,且底层Au基底电流流向与石墨烯层完全相反,反向电流形成电磁耦合驱动表面等离子体共振的产生;在4.86 THz处,电流主要汇聚于心形图案边缘部位,且电流方向随图案的弯曲形态发生反向变化,形成复杂的电流环路,激发高阶表面等离子体共振模式,对应更高的共振频率。

石墨烯作为典型的二维等离子体材料,其载流子在太赫兹电场激励下产生集体振荡,当入射波频率与载流子本征振荡频率匹配时,激发局域表面等离激元共振(localized surface plasmon resonance,LSPR),使电场在石墨烯结构的几何不连续区域(边缘、尖角)发生强烈局域化聚集。同时,Au基底、SiO_2介质层与石墨烯层共同构建法布里-珀罗(Fabry-Pérot,F-P)谐振腔,入射太赫兹波在Au基底与石墨烯层间发生多次反射形成驻波,进一步增强介质层

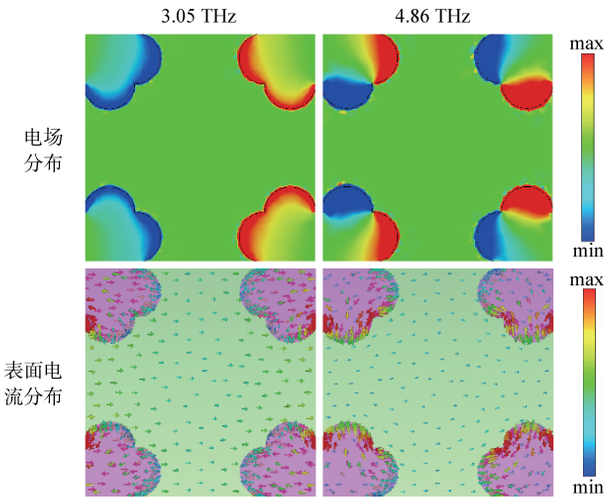


图3　电场及表面电流

Figure 3　electric field and surface current

内的电场强度。F-P谐振腔的腔模共振与石墨烯的LSPR产生协同耦合效应,显著放大电场局域化效应,最终实现双频窄带的高吸收率特性。

2.3　结构参数对吸收特性的调控

为探究结构参数对器件吸收特性的调控规律,选取核心结构参数a开展参数扫描仿真,扫描范围为1.6~2.8 μm,扫描步长为0.3 μm,获得吸收光谱如图4(a)所示。随着a的增大,传感器2个吸收峰均向低频方向移动,呈现明显的红移特征。从物理本质分析,超材料共振频率由其结构特征尺寸主导,遵循"特征尺寸越大,共振频率越低"的基本规律。太赫兹波在超材料单元内的共振模式可等效为电磁振荡过程,其振荡周期与等效谐振腔长度呈正相关,而谐振波长由等效谐振腔长度决定。当a增大时,石墨烯图案特征尺寸增加,等效谐振腔长度随之增大,对应的振荡频率降低,因此吸收峰向低频红移。图4(b)展示了不同a对应的共振频率位移情况,共振峰频率与a的变化几乎成线性关系。

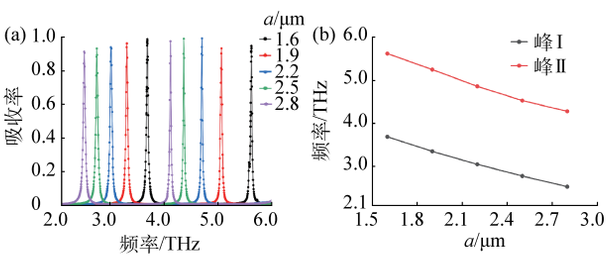


图4　参数a仿真结果

(a)不同a的吸收光谱;(b)不同a对应的共振频率偏移

Figure 4　simulation results for parameter a

(a)absorption spectra with varying a;(b)resonance frequency shift with varying a

2.4　石墨烯费米能级对吸收特性的调控

石墨烯费米能级可通过外加电压进行动态调控,费米能级的改变对器件吸收特性的影响如图5所示。随着石墨烯费米能级的升高,传感器的2个吸收峰均呈现显著的蓝移特征,且吸收峰的吸收率与半高全宽发生相应的变化。该现象主要是因为石墨烯表面等离子体激元的波矢量与共振频率呈正相关,而费米能级的升高会增大载流子浓度,使等离子体激元的共振频率随之提升;根据石墨烯等离子体激元的频率-费米能级关联规律($k_{spp} \propto \frac{\hbar f^2}{2\alpha_0 u_c c}$,其中$\alpha_0$为真空精细结构常数),费米能级的增加直接驱使吸收峰向高频漂移。同时,费米能级的变化会调控石墨烯表面电导率,进而影响局域表面等离激元共振强度,实现对吸收峰吸收率与带宽的调控。

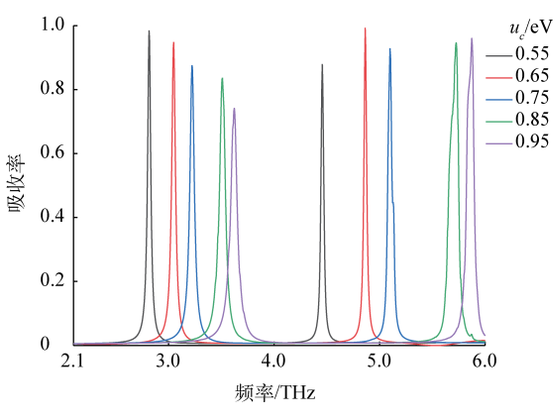


图5　不同费米能级(u_c)对应的吸收光谱

Figure 5　absorption spectra for different Fermi levels

2.5　广角吸收特性

为验证器件在实际应用中的角度适应性,开展不同入射角与方位角下吸收特性研究,仿真结果如图6所示。图6(a、b)为0~70°入射角范围内TE与TM偏振模式的吸收热力图,图6(c、d)为0~180°方位角范围内TE与TM偏振模式的吸收热力图。当入射角≤70°时,传感器的2个吸收峰频率与吸收率均无明显变化,保持稳定的双频窄带吸收特性;当入射角>70°时,吸收率才出现轻微下降。在0~180°方位角范围内,器件的吸收光谱无明显变化,完全保持偏振无关特性。上述结果表明,该传感器具备优异的广角吸收特性与结构鲁棒性,可适应大角度入射的复杂应用环境,大幅提升器件的实际应用价值。

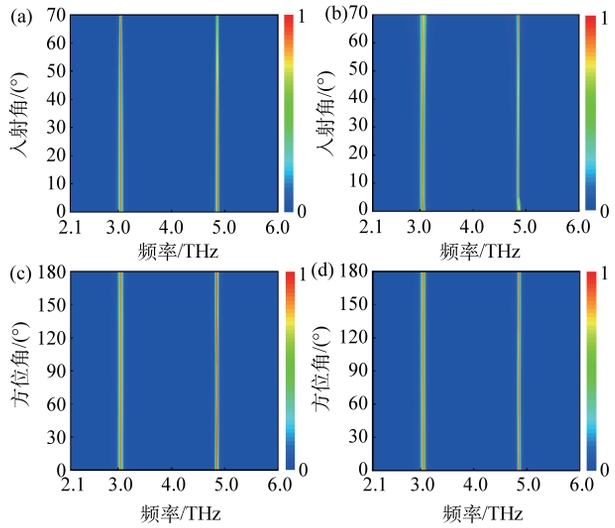


图6　不同入射角和方位角的吸收热力图

(a、b)不同入射角的TE与TM模式;

(c、d)不同方位角的TE与TM模式

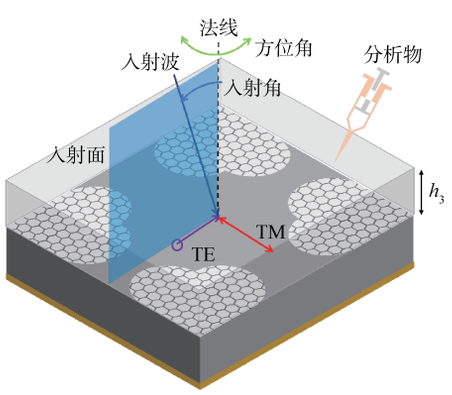
Figure 6　absorption heat maps at different incident angles and azimuth angles

(a、b)TE and TM mode at different incident angles;

(c、d)TE and TM mode at different azimuth angles

3　传感特性分析

折射率传感是太赫兹超材料传感器的核心应用方向,其传感机理为:当传感器表面覆盖不同折射率的待测介质时,介质折射率的变化会改变器件周围的介电环境,进而调控超材料的共振频率;通过检测共振峰频移量,便可实现对介质折射率的定量分析。本文在传感器表面覆盖一层折射率待测分析物,系统研究器件的折射率传感性能(图7)。



注:h_3表示待测物厚度。

图7　覆盖分析物示意

Figure 7　schematic diagram of the covered analyte

3.1　待测分析物厚度对传感性能的影响

固定待测分析物折射率n=1.50,探究分析待测物厚度h_3对传感性能的影响,结果如图8所示。随着分析物厚度的增加,吸收峰频移量快速增大;厚度增至1.2 μm时,频移量趋于饱和,不再随厚度的增加而变化。这是因为太赫兹波局域表面等离激元共振仅存在于石墨烯表面的近场区域(约1.0 μm范围内)。当分析物厚度超过近场区域范围后,厚度的变化不再影响介电环境与共振特性。

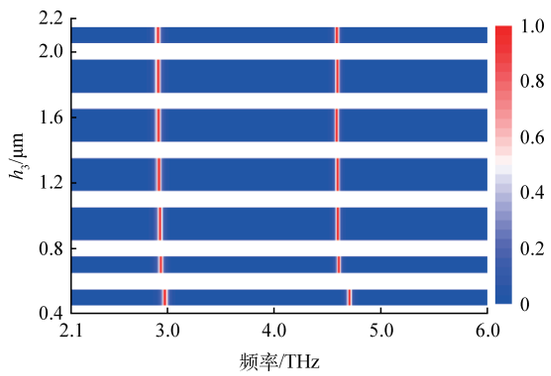


图8　不同h_3的吸收热力图

Figure 8　absorption heat maps for different h_3

3.2　折射率传感特性

固定分析物厚度为1.2 μm,改变待测分析物的折射率,分析共振峰的频移特性。对n为1.40~1.80开展模拟仿真分析,该区间覆盖环己烷(n=1.45)、氯化钠溶液(n=1.54)和二硫化碳(n=1.63)等多种常见待测样品。仿真结果显示,谐振频率随折射率变化呈现明显且规律的偏移,进一步验证了结构的传感性能。具体结果如图9(a)所示,随着待测分析物折射率的增大,峰I和峰II这2个共振吸收峰均向低频方向移动,呈现明显的红移特征,且频移量与折射率间呈现良好的线性关系,表明器件在折射率传感方面的高响应特性。对折射率与共振频率关系进行线性拟合,拟合公式分别为$f_1 = -0.54n + 3.594$和$f_2 = -1.01n + 5.862$,结果如图9(b)所示。2个共振峰的线性拟合度均>0.99,表明器件的折射率响应具有良好的线性。

常用的衡量传感性能的指标参数为传感灵敏度(S)、品质因子(Q)和品质因数F_{FOM},其表达式分别为:

$$S = \frac{\Delta f}{\Delta n}, \tag{5}$$

$$Q = \frac{f}{k_{\mathrm{FWHM}}}, \tag{6}$$

$$F_{\mathrm{FOM}} = \frac{S}{k_{\mathrm{FWHM}}}, \tag{7}$$

式中:Δf表示谐振频率偏移量;Δn表示折射率变化量;k_{FWHM}表示谐振谱线半高全宽。

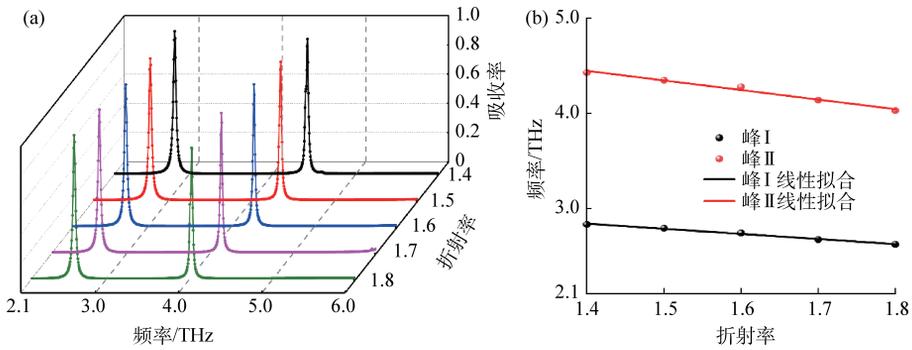


图9　折射率仿真结果

(a)不同折射率吸收光谱;(b)共振峰随折射率频移及线性拟合

Figure 9　refractive index simulation results

(a)absorption spectra for different refractive indices;(b)frequency shift of the resonant peak with refractive index and linear fitting

通过计算可得,该传感器的最大Q值为162.1,最大S为997.5 GHz/RIU,最大F_{FOM}为33.25 RIU^{-1}。

3.3　传感性能对比分析

为直观体现本文设计传感器的综合性能优势,将其与近年发表的同类太赫兹超材料传感器进行对比分析,结果如表1所示。相较于文献[25,27,31],本设计可实现双频带响应,同时具备可调谐特性。大多数情况下,工作频率的升高会导致Q值有所下降,但本文传感器表现不明显,即器件整体性能仍保持良好。与文献[32]相比,二者工作频段接近,本设计不仅实现双频带传感,且表现出更高的灵敏度、Q值与FOM值。同时,本文所设计的传感器还具备偏振无关、广角吸收稳定、吸收率动态可调等优势。

表1　不同传感器性能对比

Table 1　comparison of performance of different sensors

选材构型	共振峰中心频率/THz	灵敏度/(GHz·RIU^{-1})	品质因子	品质因数/RIU^{-1}
SiO_2-Al-Si[25]	0.64、0.88	300.0	44	15.00
Au-聚酰亚胺[27]	0.78、1.65	196.5	165	19.65
Au-Si[31]	0.75、1.01	2 750	25	45.00
石墨烯-聚酰亚胺-铜-聚四氟乙烯[32]	4.475 4	22.75	79.58	0.41
石墨烯-SiO_2-Au	3.05、4.86	997.5	162.10	33.25

4　结　论

本文设计了一种基于四心形阵列图案化石墨烯双频可调谐太赫兹传感器,采用石墨烯/SiO_2/Au三层堆叠结构,通过CST Microwave Studio完成器件建模仿真与性能表征。该传感器在3.05与4.86 THz处形成双窄带共振吸收峰,低频峰对太赫兹波的吸收率超过95%,高频峰实现99%以上的近完美吸收,且器件具备偏振无关特性。双频共振的形成源于石墨烯局域表面等离激元共振与F-P谐振腔腔模共振的协同耦合效应,低频峰为偶极子共振主导,高频峰为高阶多极子共振与电磁耦合效应主导。结构参数a与石墨烯费米能级对器件吸收特性具有显著调控作用。器件还具备优异的广角吸收特性,在入射角≤70°、方位角在0~180°,可保持稳定的双频吸收性能。传感性能测试表明,器件对折射率变化具有高响应特性,频移量与折射率呈良好线性关系,最大灵敏度达997.5 GHz/RIU,最大Q值为162.1,最优FOM值为33.25 RIU^{-1}。因此,本文设计的石墨烯超材料双频太赫兹传感器兼具高灵敏度、高Q值、偏振无关、广角稳定性及吸收特性动态可调控等优势,在生物医学检测、光学传感、辐射热成像等领域具有重要的应用价值,为太赫兹高灵敏度传感器件的设计与研发提供新的思路与参考。

©The editorial department of Journal of Capital Normal University (Natural Science Edition) 2026. This is an open access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

参 考 文 献

[1] Cen C L, Zhang Y B, Chen X F, et al. A dual-band metamaterial absorber for graphene surface plasmon resonance at terahertz frequency[J]. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 2020, 117: 113840. DOI: 10.1016/j.physe.2019.113840.

[2] Ferguson B, Zhang X C. Materials for terahertz science

and technology[J]. Nature Materials, 2002, 1(1): 26-33. DOI: 10.1038/nmat708.

[3] Cooper K B, Dengler R J, Llombart N, et al. THz imaging radar for standoff personnel screening[J]. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 2011, 1(1): 169-182. DOI: 10.1109/tthz.2011.2159556.

[4] Song H J, Nagatsuma T. Present and future of terahertz communications[J]. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 2011, 1(1): 256-263. DOI: 10.1109/tthz.2011.2159552.

[5] Ellrich F, Bauer M, Schreiner N, et al. Terahertz quality inspection for automotive and aviation industries[J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2020, 41(4): 470-489. DOI: 10.1007/s10762-019-00639-4.

[6] Liu Y M, Zhang X. Metamaterials: a new frontier of science and technology[J]. Chemical Society Reviews, 2011, 40(5): 2494-2507. DOI: 10.1039/C0CS00184H.

[7] Valentine J, Zhang S, Zentgraf T, et al. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index[J]. Nature, 2008, 455: 376-379. DOI: 10.1038/nature07247.

[8] Landy N I, Sajuyigbe S, Mock J J, et al. Perfect metamaterial absorber[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(20): 207402. DOI: 10.1103/physrevlett.100.207402.

[9] Cheng Y Z, Zou H J, Yang J J, et al. Dual and broadband terahertz metamaterial absorber based on a compact resonator structure[J]. Optical Materials Express, 2018, 8(10): 3104. DOI: 10.1364/ome.8.003104.

[10] Savo S, Shrekenhamer D, Padilla W J. Liquid crystal metamaterial absorber spatial light modulator for THz applications[J]. Advanced Optical Materials, 2014, 2(3): 275-279. DOI: 10.1002/adom.201300384.

[11] Bi K, Zhu W T, Lei M, et al. Magnetically tunable wideband microwave filter using ferrite-based metamaterials[J]. Applied Physics Letters, 2015, 106(17): 173507. DOI: 10.1063/1.4918992.

[12] Liu T T, Zhou C B, Jiang X Y, et al. Tunable light trapping and absorption enhancement with graphene-based complementary metasurfaces[J]. Optical Materials Express, 2019, 9(3): 1469. DOI: 10.1364/ome.9.001469.

[13] Xiong F, Zhang J F, Zhu Z H, et al. Ultrabroadband, more than one order absorption enhancement in graphene with plasmonic light trapping[J]. Scientific Reports, 2015, 5: 16998. DOI: 10.1038/srep16998.

[14] Cen C L, Liu L, Zhang Y B, et al. Tunable absorption enhancement in periodic elliptical hollow graphene arrays[J]. Optical Materials Express, 2019, 9(2): 706. DOI: 10.1364/ome.9.000706.

[15] Lu H, Gan X T, Mao D, et al. Nearly perfect absorption of light in monolayer molybdenum disulfide supported by multilayer structures[J]. Optics Express, 2017, 25(18): 21630. DOI: 10.1364/oe.25.021630.

[16] Chen J J, Zeng Y, Xu X B, et al. Plasmonic absorption enhancement in elliptical graphene arrays[J]. Nanomaterials, 2018, 8(3): 175. DOI: 10.3390/nano8030175.

[17] Pan X C, Yao Z H, Xu X L, et al. Fabrication, design and application of THz metamaterials[J]. Chinese Journal of Optics and Applied Optics, 2013, 6(3): 283-296. DOI: 10.3788/co.20130603.0283.

[18] Xu X L, Peng B, Li D H, et al. Flexible visible–infrared metamaterials and their applications in highly sensitive chemical and biological sensing[J]. Nano Letters, 2011, 11(8): 3232-3238. DOI: 10.1021/nl2014982.

[19] Xu W D, Xie L J, Ying Y B. Mechanisms and applications of terahertz metamaterial sensing: a review[J]. Nanoscale, 2017, 9(37): 13864-13878. DOI: 10.1039/C7NR03824K.

[20] Gerecht E, Douglass K O, Plusquellic D F. Chirped-pulse terahertz spectroscopy for broadband trace gas sensing[J]. Optics Express, 2011, 19(9): 8973. DOI: 10.1364/oe.19.008973.

[21] Liu X F, Sun J J, Shi Z Q, et al. Dual-band terahertz toroidal metamaterial biosensor for detection of bovine serum albumin (BSA) with ultrahigh sensitivity[J]. IEEE Sensors Journal, 2025, 25(12): 21520-21527. DOI: 10.1109/jsen.2025.3565746.

[22] Xie Y N, Ma Y J, Liu X Y, et al. Dual-degree-of-freedom multiplexed metasensor based on quasi-BICs for boosting broadband trace isomer detection by THz molecular fingerprint[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2023, 29(5: Terahertz Photonics): 1-10. DOI: 10.1109/jstqe.2023.3236981.

[23] Huang Y, Lan Y H, Zhong S C, et al. Design of tunable dual-band terahertz metamaterial absorber with liquid crystal integrated on-chip[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2024, 52(10): 4993-5000. DOI: 10.1109/tps.2024.3371068.

[24] Lu X J, Ge H Y, Jiang Y Y, et al. Design and analysis of a dual-band THz metamaterial sensor with high refractive index sensitivity[J]. Frontiers in Physics, 2022, 10: 973033. DOI: 10.3389/fphy.2022.973033.

[25] 杨洁萍, 王民昌, 邓琥, 等. 超材料吸收器集成微流控的双带太赫兹传感器[J]. 光学学报, 2021, 41(23): 2328001. DOI: 10.3788/AOS202141.2328001.

(下转第41页)

[13] 崔保军. 椭圆曲线$y^2 = x^3 + 99x-460$的整数点[J]. 南宁师范大学学报(自然科学版), 2024, 41(2): 1-6. DOI: 10.16601/j.cnki. issn2096-7330.2024.02.001.
Cui Baojun. Integer points on the elliptic curve $y^2 = x^3 + 99x-460$[J]. Journal of Nanning Normal University (Natural Science Edition), 2024, 41(2): 1-6.

[14] 冷明睿, 范永丰, 蔡立. 椭圆曲线14a2的一族二次扭[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2024, 45(6): 2-8. DOI: 10.19789/j.1004-9398.2024.06.001.
Leng Mingrui, Fan Yongfeng, Cai Li. Quadratic twists of the elliptic curve 14a2[J]. Journal of Capital Normal University (Natural Science Edition), 2024, 45(6): 2-8.

[15] 李斐. 一类无非平凡有理整点的椭圆曲线$y^2 = x(x-p)(x-q)$[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2014, 35(2): 5-6, 11. DOI: 10.19789/j. 1004-9398.2014.02.002.
Li Fei. A type of elliptic curves $y^2 = x(x-p)(x-q)$with no nontrivial integer points[J]. Journal of Capital Normal University (Natural Science Edition), 2014, 35(2): 5-6, 11.

[16] 张瑾. 椭圆曲线$y^2 = px(x^2 + 2)$有正整数点的判别条件[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(4): 232-235.
Zhang Jin. The criterions for the elliptic curve $y^2 = px(x^2 + 2)$ has positive integer points[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2015, 45(4): 232-235.

[17] 杜晓英. 椭圆曲线$y^2 = 2px(x^2 + 2)$在$p \equiv 1(\mathrm{mod}8)$时的正整数点[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(15): 290-294.
Du Xiaoying. Positive integer points on elliptic curve $y^2 = 2px(x^2 + 2)$ when $p \equiv 1(\mathrm{mod}8)$[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2014, 44(15): 290-294.

[18] de Weger B M M. Solving elliptic Diophantine equations avoiding thue equations and elliptic logarithms[J]. Experimental Mathematics, 1998, 7(3): 243-256. DOI: 10.1080/10586458.1998.10504371.

[19] 马莹锐, 杨海, 曹璐. 椭圆曲线整数点方程$y^2 = x^3 + (m-36)x-6m$的解数[J]. 内蒙古农业大学学报(自然科学版), 2024, 45(2): 86-92. DOI: 10.16853/j.cnki.1009-3575.2024.02.011.
Ma Yingrui, Yang Hai, Cao Lu. Number of solutions to the elliptic curve integer point equation $y^2 = x^3 + (m-36)x-6m$[J]. Journal of Inner Mongolia Agricultural University (Natural Science Edition), 2024, 45(2): 86-92.

[20] Togbe A, Voutier P M, Walsh P G. Solving a family of Thue equations with an application to the equation $x^2-Dy^4=1$[J]. Acta Arithmetica, 2005, 120(1): 39-58. DOI: 10.4064/aa120-1-3.

(责任编辑：马田田)

(上接第29页)

Yang Jieping, Wang Minchang, Deng Hu, et al. Dual-band terahertz sensor based on metamaterial absorber integrated microfluidic[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(23): 2328001.

[26] Varshney G, Giri P. Bipolar charge trapping for absorption enhancement in a graphene-based ultrathin dual-band terahertz biosensor[J]. Nanoscale Advances, 2021, 3(20): 5813-5822. DOI: 10.1039/d1na00388g.

[27] Manikandan E, Karthigeyan K A, Arivarasi A, et al. High-Q and FOM dual-band polarization dependent ultra-narrowband terahertz metamaterial sensor[J]. IEEE Photonics Journal, 2023, 15(1): 1-6. DOI: 10.1109/jphot.2023.3234074.

[28] Davies C L, Patel J B, Xia C Q, et al. Temperature-dependent refractive index of quartz at terahertz frequencies[J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2018, 39(12): 1236-1248. DOI: 10.1007/s10762-018-0538-7.

[29] Mo M M, Wen Q Y, Chen Z, et al. Strong and broadband terahertz absorber using SiO_2-based metamaterial structure[J]. Chinese Physics B, 2014, 23(4): 047803. DOI: 10.1088/1674-1056/23/4/047803.

[30] Lu Z G, Ma L M, Tan J B, et al. Transparent multi-layer graphene/polyethylene terephthalate structures with excellent microwave absorption and electromagnetic interference shielding performance[J]. Nanoscale, 2016, 8(37): 16684-16693. DOI : 10.1039/C6NR02619B.

[31] Darsi L, Rana G. A refractive index-based dual-band metamaterial sensor design and analysis for biomedical sensing applications[J]. Sensors, 2025, 25(1): 232. DOI: 10.3390/s25010232.

[32] Veeraselvam A, Mohammed G N A, Savarimuthu K, et al. Refractive index-based terahertz sensor using graphene for material characterization[J]. Sensors, 2021, 21(23): 8151. DOI: 10.3390/s21238151.

(责任编辑：兰丽丽)