DOI：10.19789/j.1004-9398.2026.04.013　　**Open Access**
文献引用：谭志中，杨建华，张华．一类 n 阶环形网络的等效电阻研究[J]．首都师范大学学报（自然科学版），2026，47（4）：126-130. Tan Zhizhong，Yang Jianhua，Zhang Hua. Study on the equivalent resistance of a class of n-ring network[J]. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2026，47（4）：126-130.

一类 n 阶环形网络的等效电阻研究*

谭志中**，杨建华，张　华

（南通理工学院基础教学学院，江苏 南通　226002；
南通大学物理科学与技术学院，江苏 南通　226019）

摘要：本文考虑了一类 n 阶矩形结构的周期网络模型，该网络含有任意 n 个晶胞单元，利用基于电压参数的递归-变换方法（RT-V）研究该网络模型的等效电阻解析式。通过建立主要差分方程与边界条件差分方程，经理论计算与推导，得到2个新的等效电阻解析式。最后通过简单电路验证了理论公式的正确性，并探讨了特殊情形及无穷网络下的结论，该研究成果可以为相关跨学科研究与仿真研究提供新的理论依据。

关键词：环形网络；RT-V理论；节点电压；等效电阻
中图分类号：O441.1；TN711.3　　**文献标志码**：A

Study on the equivalent resistance of a class of *n*- ring network*

Tan Zhizhong**，Yang Jianhua，Zhang Hua

（School of General Education，Nantong Institute of Technology，Nantong Jiangsu　226002；
School of Physics and Technology，Nantong University，Nantong Jiangsu　226019）

Abstract：This article considers a class of periodic network models with n-order rectangular structures，which contain any n unit cells. The equivalent resistance analytical formula of this network model is investigated using the recursion-transform method based on voltage parameters（RT-V）. Two new analytical expressions for equivalent resistance are obtained by establishing the principal difference equations and the boundary condition difference equations，followed by theoretical calculations and derivations. At the end of the article，the correctness of the theoretical formulas is verified through simple circuits，and the conclusions under special cases and infinite networks are discussed. This research result can provide a new theoretical basis for relevant interdisciplinary research and simulation studies.

Keywords：ring network；RT-V theory；node voltage；equivalent resistance
CLC：O441.1；TN711.3　　**DC**：A

0　引　言

电路网络模型在现代科技领域有着重要的理论意义与应用价值。其研究可以追溯到180年前，德国物理学家基尔霍夫提出2个核心的电路定律，这两大定律直接构成了电路理论的基础，之后依据

收稿日期：2025-08-26
*2025年国家级大学生创新创业训练计划项目（202510304007Z）；教育部产学合作协同育人项目（2504210044，250403492210637）；江苏省自然科学资金面上项目（BK20161278）
**通信作者：tanz@ntu.edu.cn

该理论开展了多方面的研究[1-4]。研究者在教学研究和社会实践中不断提出新的电阻网络模型(resistor network model,RNM),谭志中[1]提出了研究RNM的一种新理论——递推-变换(recursion-transform,RT)理论,应用该理论解决了一系列RNM,产生了较大的影响;谭志中[2-4]进一步发展了RT理论,首次采用基于支路电流参数建立矩阵方程的技术,分别解决了含有1个及3个任意边界RNM的等效电阻[2-3],且第1次采用基于节点电压参数建立矩阵方程的技术,解决了Cobweb和Fan的RNM等效电阻[4],这3项研究成果为研究复杂结构的RNM提供了坚实的理论基础;彭政和王红萍[5]利用RNM研究了双极膜电渗析问题;胡小阳[6]通过建立RNM研究双极膜电渗析及热效应机制;Chen等[7-8]利用RT理论分别研究了含外电阻和内电阻的 N 阶梯形RNM;Luo F H和Luo L J[9]利用RT理论研究了 $6\times n$ 阶Cobweb阶级联电路网络的电特性;Luo等[10]利用RT理论研究了 $3\times6\times n$ 阶Cobweb阶级联RNM的电特性;黄建兰和谭志中[11]研究了任意 n 阶多边形RNM的电特性;Chen和Tan[12]利用RT理论研究了一类内嵌Y型电路的RNM;谭志中[13]利用RT理论研究了多功能 n 阶蜂巢型RNM;周蒨和谭志中[14]研究了一类 n 阶RNM任意节点间的电阻问题;刘松山[15]研究了一类对称性 $2\times n$ 阶T形RNM;汤华和谭志中[16]研究了一类环形RNM特殊节点间的电阻;张一幸等[17]研究了一种管状网络的阻值;石璐洁等[18]研究了一种Kagome平面无穷网格上的电阻。这些研究成果均显示了RNM研究具有较大的活力和价值。

环形RNM已有研究[16],但仅仅研究了特殊节点间的等效电阻。本文拟考虑一类任意 n 阶环形(周期)RNM,研究任意节点间的有效电阻问题。采用基于电压参数建立矩阵方程递推-变换(recursion-transform with voltage,RT-V)理论[1,4],研究导出2个普适性等效电阻解析式,即节点 A_0 与 B_k 间的等效电阻,节点 A_0 与 A_k 间的等效电阻。

1　等效电阻公式

考虑一类任意 n 阶环形(周期)RNM,如图1所示,其中 n 表示1个周期内含有的晶格(网孔)数。假设放置在周期轴线上(水平方向)的电阻元件为 r,放置在垂直于水平轴线网格线上的电阻为 r_0,并设 A_0 为自然坐标原点。

记 $h = r/r_0$,从 A_0 开始沿逆时针计节点数(如第 k 个节点记为 A_k 或 B_k),则各个节点与 A_0 之间的等效电阻可表示为($0 \leqslant x \leqslant n$):

$$R_n(A_0, B_x) = \frac{r}{2}x\left(1-\frac{x}{n}\right) + r\frac{F_n + F_{n-x} + F_x}{\alpha^n + \beta^n - 2}, \quad (1)$$

$$R_n(A_0, A_x) = \frac{r}{2}x\left(1-\frac{x}{n}\right) + r\frac{F_n - F_{n-x} - F_x}{\alpha^n + \beta^n - 2}, \quad (2)$$

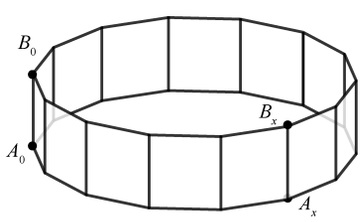
式中:

$$F_k = (\alpha^n - \beta^n)/(\alpha - \beta), \quad (3)$$

$$\alpha = 1 + h + \sqrt{h(h+2)}, \quad (4\text{-}1)$$

$$\beta = 1 + h - \sqrt{h(h+2)}。 \quad (4\text{-}2)$$

式(1)、(2)即为本文导出的2个等效电阻公式,以下将给出其详细的推导过程。



注:A_0 为坐标原点;A_x 与 B_x 代表任意节点。

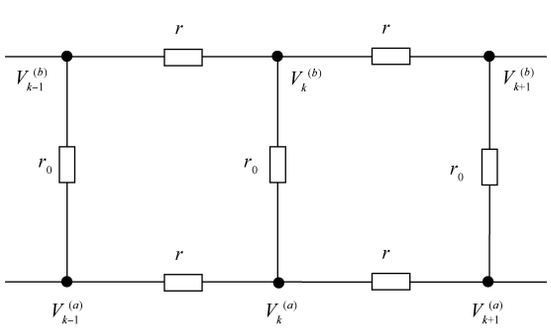
图1　一类 n 阶环形网络模型

Figure 1　a class of n- ring network model

2　主要公式的计算与证明

2.1　差分方程模型构建

基于电压参数建立矩阵方程RT-V理论[1,4],研究一类 n 阶周期电阻网络。为了便于节点上电压元素的表达与问题的研究,可以使用图2所示的模型来描述包含节点电压参数和电阻参数的子网络。



注:$V_k^{(a)}$ 和 $V_k^{(b)}$ 分别表示节点 A_k 与 B_k 上的电压;r 表示元件电阻。

图2　具有单元电阻与节点电压参数的子网络模型

Figure 2　a sub-network model with unit resistor and node voltage parameters

首先,利用基尔霍夫定律建立节点势差分方程 $\sum r_i^{-1}V_k=0$,包括一般方程和边界约束方程。设 A_0 为水平轴的原点,电流(J)从 A_0 流入,从 B_x 或 A_x($0\leqslant x\leqslant n$)流出。当不涉及坐标原点的边界条件时,应用基尔霍夫节点电压理论计算导出:

$$V_{k+1}^{(a)}=(2+h)V_k^{(a)}-hV_k^{(b)}-V_{k-1}^{(a)}+rJ\delta_{k,x}^{(a)}, \quad (5)$$

$$V_{k+1}^{(b)}=(2+h)V_k^{(b)}-hV_k^{(a)}-V_{k-1}^{(b)}+rJ\delta_{k,x}^{(b)}, \quad (6)$$

式中:$h=r/r_0$;$\delta_{k,x}(x\neq k)=0$;$\delta_{k,k}=1$;$\delta_{k,x}^{(a)}$ 表示 J 从 A_x 输出,$\delta_{k,x}^{(b)}$ 表示 J 从 B_x 输出。

其次,考虑坐标原点(边界周期)的边界条件

$$V_n^{(a)}=V_0^{(a)},V_n^{(b)}=V_0^{(b)}, \quad (7)$$

以及电流输入 A_0 的边界条件

$$V_1^{(a)}=(2+h)V_0^{(a)}-hV_0^{(b)}-V_{n-1}^{(a)}-rJ, \quad (8)$$

$$V_1^{(b)}=(2+h)V_0^{(b)}-hV_0^{(a)}-V_{n-1}^{(b)}。 \quad (9)$$

式(5)、(6)为二维方程,直接求解几乎不可能。采用文献[1]建立的RT理论可以解决该问题,其中的关键技术是施行变换。分别使用式(6、7)相加和式(6、7)相减变换可以得到2个简单的一维方程:

$$X_{k+1}^{(1)}=2X_k^{(1)}-X_{k-1}^{(1)}+rJ(\delta_{k,x}^{(a)}+\delta_{k,x}^{(b)}), \quad (10)$$

$$X_{k+1}^{(2)}=(2+2h)X_k^{(2)}-X_{k-1}^{(2)}+rJ(\delta_{k,x}^{(a)}-\delta_{k,x}^{(b)}), \quad (11)$$

式中变换矩阵为

$$\boldsymbol{X}_k=\begin{pmatrix}X_k^{(1)}\\X_k^{(2)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}V_k^{(a)}+V_k^{(b)}\\V_k^{(a)}-V_k^{(b)}\end{pmatrix}。 \quad (12)$$

需要注意,$\delta_{k,x}^{(a)}\pm\delta_{k,x}^{(b)}$ 中的2项并不能同时存在,而是根据电流的输出节点位置分别存在。

利用关系式(12)变换式(7~9)得到:

$$X_n^{(1)}=X_0^{(1)}, \quad (13)$$

$$X_n^{(2)}=X_0^{(2)}, \quad (14)$$

$$X_1^{(1)}=2X_0^{(1)}-X_{n-1}^{(1)}-rJ, \quad (15)$$

$$X_1^{(2)}=(2+2h)X_0^{(2)}-X_{n-1}^{(2)}-rJ。 \quad (16)$$

下面利用变换之后的式(10~16)求解节点电压。

2.2 求解差分方程

考虑 J 从 B_x 输出的情形,此时在式(10、11)中忽略 $\delta_{k,x}^{(a)}$ 的存在。由于式(10、11)是2种性质不同的差分方程(由方程右端的第1项系数决定),需要分别研究其解。首先,考虑式(10)的通解,依据文献[1]的方法可以给出其通解为:

$$X_k^{(1)}=X_0^{(1)}+k(X_1^{(1)}-X_0^{(1)}),(0\leqslant k\leqslant x), \quad (17)$$

$$X_k^{(1)}=X_x^{(1)}+(k-x)(X_{x+1}^{(1)}-X_x^{(1)}),(x\leqslant k\leqslant n)。 \quad (18)$$

当 $k=x$ 时,由式(10)得到约束条件

$$X_{x+1}^{(1)}=2X_x^{(1)}-X_{x-1}^{(1)}+rJ, \quad (19)$$

结合边界条件式(13)和(15),求解式(17~19)得

$$X_k^{(1)}=X_0^{(1)}-k\left(1-\frac{x}{n}\right)rJ,(0\leqslant k\leqslant x)。 \quad (20)$$

其次,求解式(11)(忽略 $\delta_{k,x}^{(a)}$ 的存在)。依据文献[1]的理论,需要解出其特征根,由特征方程 $x^2=(2+2h)x-1$ 解得特征根为

$$\alpha=1+h+\sqrt{h(h+2)}, \quad (21\text{-}1)$$

$$\beta=1+h-\sqrt{h(h+2)}。 \quad (21\text{-}2)$$

另外,求解差分方程式(11)需要考虑分段函数解[1-5]:

$$X_k^{(2)}=X_1^{(2)}F_k-X_0^{(2)}F_{k-1},0\leqslant k\leqslant x, \quad (22)$$

$$X_k^{(2)}=X_{x+1}^{(2)}F_{k-x}-X_x^{(2)}F_{k-x-1},x\leqslant k\leqslant n, \quad (23)$$

式中 $F_k=(\alpha^n-\beta^n)/(\alpha-\beta)$。

当 $k=x$ 时,由式(11)得到约束条件

$$X_{x+1}^{(2)}=(\alpha+\beta)X_x^{(2)}-X_{x-1}^{(2)}-rJ, \quad (24)$$

求解递推式(22~24),可以得到($x\leqslant k\leqslant n$)

$$X_k^{(2)}=F_kX_1^{(2)}-F_{k-1}X_0^{(2)}-rJF_{k-x}。 \quad (25)$$

式(17~20,22~25)为差分方程的系列通解,下面利用边界条件式(14、16)求出其特解。

式(25)取 $k=n$ 代入式(14),得到

$$F_nX_1^{(2)}-F_{n-1}X_0^{(2)}-rJF_{n-x}=X_0^{(2)}。 \quad (26)$$

式(25)取 $k=n-1$ 代入边界条件(16)得到

$$(1+F_{n-1})X_1^{(2)}=(\alpha+\beta+F_{n-2})X_0^{(2)}+(F_{n-1-x}-1)rJ。 \quad (27)$$

求解式(26、27),得到2个初始值:

$$X_0^{(2)}=\frac{F_n+F_{n-x}+F_x}{F_{n+1}-F_{n-1}+2}rJ, \quad (28)$$

$$X_1^{(2)}=\frac{F_{n+1-x}+F_{n-1}+F_{x-1}+1}{F_{n+1}-F_{n-1}+2}rJ。 \quad (29)$$

将式(28、29)代入式(22),得到($k=x$)

$$X_x^{(2)}=rJ\frac{F_n+F_{n-x}+F_x}{\alpha^n+\beta^n-2}, \quad (30)$$

式(30)利用了 $F_{n+1}-F_{n-1}=\alpha^n+\beta^n$。

2.3 等效电阻 $R_n(A_0,B_x)$ 的导出

考虑2个节点间的电阻 $R_n(A_0,B_x)$,依据欧姆定律有 $R_n(A_0,B_x)=\frac{1}{J}(V_0^{(a)}-V_x^{(b)})$。由式(12)导出

$$V_k^{(a)}=\frac{1}{2}(X_k^{(1)}+X_k^{(2)}), \quad (31\text{-}1)$$

$$V_k^{(b)}=\frac{1}{2}(X_k^{(1)}-X_k^{(2)})。 \quad (31\text{-}2)$$

因此,得到

$$R_n(A_0,B_x)=\frac{1}{2J}\left(X_0^{(1)}-X_x^{(1)}+X_0^{(2)}+X_x^{(2)}\right)。 \quad (32)$$

将式(20、28和30)代入式(32),得到

$$R_n(A_0,B_x)=\frac{r}{2}x\left(1-\frac{x}{n}\right)+r\left(\frac{F_n+F_{n-x}+F_x}{\alpha^n+\beta^n-2}\right)。\quad(33)$$

至此已证明式(1)。

2.4　推导等效电阻 $R_n(A_0,A_x)$

当计算等效电阻 $R_n(A_0,A_x)$ 时,忽略式(11)中 $\delta_{k,x}^{(b)}$ 的存在。通过建立边界条件式(13~16,20,22~24)也适用于此情形,但式(25)需依据约束条件替换为($x\leqslant k\leqslant n$)

$$X_k^{(2)}=X_1^{(2)}F_k-X_0^{(2)}F_{k-1}+rJF_{k-x},\quad(34)$$

将式(34)分别取 $k=n$, $k=n$-1 代入边界条件(14)、(16)解得:

$$X_0^{(2)}=rJ\frac{F_n-F_{n-x}-F_x}{F_{n+1}-F_{n-1}-2},\quad(35)$$

$$X_1^{(2)}=rJ\frac{F_{n-1}+1-F_{x-1}-F_{n+1-x}}{F_{n+1}-F_{n-1}-2}。\quad(36)$$

将式(35、36)分别代入式(34)导出(取 $k=x$)

$$X_x^{(2)}=rJ\frac{F_{n-x}+F_x-F_n}{F_{n+1}-F_{n-1}-2}。\quad(37)$$

考虑2个节点间的电阻 $R_n(A_0,A_x)=\frac{1}{J}(V_0^{(a)}-V_x^{(a)})$,利用式(31)可得

$$R_n(A_0,A_x)=\frac{1}{2J}(X_0^{(1)}-X_x^{(1)})+\frac{1}{2J}(X_0^{(2)}-X_x^{(2)})。\quad(38)$$

将式(20、35和37)分别代入式(38),得到

$$R_n(A_0,A_x)=r\frac{x}{2}\left(1-\frac{x}{n}\right)+r\frac{F_n^{(i)}-F_{n-x}^{(i)}-F_x^{(i)}}{\alpha^n+\beta^n-2}。\quad(39)$$

至此,式(2)得到证明。

3　讨论与比较

本文结果是适用于各种特殊情况的一般结论。以下讨论其特殊结果,并对简单情形的结果进行验证。

例 1　任意 n 阶周期网络模型的2个等效电阻间的关系式。使用式(1、2),可以得到2种电阻间的简单关系为

$$R_n(A_0,B_x)-R_n(A_0,A_x)=2r\frac{F_{n-x}+F_x}{\alpha^n+\beta^n-2}。\quad(40)$$

例 2　任意 n 阶周期网络模型的一个特殊结论。在式(1)中取 x=0得到

$$R_n(A_0,B_0)=r\frac{2F_n}{\alpha^n+\beta^n-2}。\quad(41)$$

文献[16]研究了该网络模型的等效电阻 $R_n(A_0,B_0)$,所得结果与式(41)完全等效,验证了本文结论的正确性。

例 3　当 $n\to\infty$ 和 x 是有限值时,取式(1、2)的极限,得到无穷网络的2个等效电阻解析式为:

$$R_\infty(A_0,B_x)=\frac{r}{2}x+r\frac{1+\beta^x}{\alpha-\beta},\quad(42)$$

$$R_\infty(A_0,A_x)=\frac{r}{2}x+r\frac{1-\beta^x}{\alpha-\beta}。\quad(43)$$

以下分别取 n=1、2验证式(1、2)的正确性。

例 4　当 $n=1$ 时,有 $\alpha+\beta=2+2h$, $F_1=1$, $F_0=0$,代入式(1)得到

$$R_1(A_0,B_0)=r\left(\frac{2F_1}{\alpha+\beta-2}\right)=\frac{r}{h}=r_0。\quad(44)$$

当 n=1时,图1转化为图3(a)的简单电路。依据图3(a)电路计算的结果与式(44)完全一致,验证了理论式(1)的正确性,同时也说明式(1)适用于 n=1的情况。

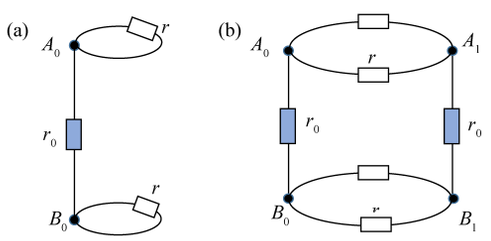


图3　2个简单循环网络

(a)n=1;(b)n=2

Figure 3　two simple ring networks

(a)n=1;(b)n=2

例 5　当 n=2 及 x=0 时, $F_2=\alpha+\beta=2+2h$,根据式(41)可以得到

$$R_2(A_0,B_0)=\frac{2rF_2}{\alpha^2+\beta^2-2}=\frac{2r(\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)^2}=\frac{r(1+h)}{h(2+h)}=r_0\left(\frac{r_0+r}{2r_0+r}\right)。\quad(45)$$

当 n=2时,图1转化为图3(b)的简单电路。依据图3(b)的计算结果与式(45)完全一致,进一步验证了理论式(1)的正确性。

4　结　论

本文研究了 n 阶环形网络的等效电阻,通过理论建模与数学推导,揭示其等效电阻的一般规律。采用RT-V理论成功推导出一类 n 阶周期网络的2个等效电阻解析式,适用于 n 为任意自然数的情

形。最后讨论了$n \to \infty$的情形,推导出2个无穷网络的等效电阻,取$n=\{1,2\}$的情形验证了理论公式的正确性。通过差分方程构建、递推变换和差分方程求解,并对结果进行讨论,验证其正确性。本文的研究方法与研究成果可以为相关的研究工作提供新的理论参考。

©The editorial department of Journal of Capital Normal University (Natural ScienceEdition) 2025. This is an open access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

参 考 文 献

[1] 谭志中.电阻网络模型[M].西安:西安电子科技大学出版社,2011.
Tan Zhizhong. Resistance network model [M]. Xi'an: Xidian University Press,2011.

[2] Tan Z Z. Recursion-transform approach to compute the resistance of a resistor network with an arbitrary boundary [J]. Chinese Physics B,2015,24(2):020503. DOI:10.1088/1674-1056/24/2/020503.

[3] Tan Z Z. Recursion-transform method for computing resistance of the complex resistor network with three arbitrary boundaries [J]. Physical Review E, 2015, 91(5):052122. DOI:10.1103/PhysRevE. 91.052122.

[4] Tan Z Z. Recursion-transform method and potential formulae of the $m\times n$ cobweb and fan networks [J]. Chinese Physics B,2017,26(9):090503. DOI:10.1088/1674-1056/26/9 /090503.

[5] 彭政,王红萍.电渗析装置中布水槽/集水槽热效应[J].武汉大学学报(理学版),2015,61(5):470-476. DOI:10.14188/j.1671-8836.2015.05.012.
Peng Zheng,Wang Hongping. Thermal effect of the feed/drain channels in electro-dialyzer [J]. Journal of Wuhan University(Natural Science Edition),2015,61(5):470-476.

[6] 胡小阳.双极膜电渗析装置电路特性及热效应机制研究[D].武汉:武汉大学,2019.
Hu Xiaoyang. Study on circuit characteristics and thermal effect mechanism of bipolar membrane electrodialysis device [D]. Wuhan:Wuhan University,2019.

[7] Chen H X, Yang L. Electrical characteristics of *n*-ladder network with external load [J]. Indian Journal of Physics, 2020, 94(6): 801-809. DOI: 10.1007/s12648-019-01508-5.

[8] Chen H X, Yang L, Wang M J. Electrical characteristics of *n*-ladder network with internal load [J]. Results in Physics, 2019, 15: 102488. DOI: 10.1016/j. rinp. 2019. 102488.

[9] Luo F H, Luo L J. Study on the electrical characteristics of 6×*n* cobweb cascaded circuit network model [J]. Results in Physics, 2022, 33: 105160. DOI: 10.1016/j.rinp.2021.105160.

[10] Luo F H, Fang Y, Luo L J. Electrical performance of the 3 × 6 × *n* cobweb cascade resistance network [J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 2023,51(9):4071-4084. DOI:10.1002/cta.3632.

[11] 黄建兰,谭志中.任意*n*阶多边形电阻网络的电特性研究[J].大学物理,2020,39(2):21-25. DOI:10.16854/j.cnki.1000-0712.190062.
Huang Jianlan, Tan Zhizhong. Study on the electrical properties of an arbitrary *n*-order polygonal resistor network [J]. College Physics,2020,39(2):21-25.

[12] Chen H X, Tan Z Z. Electrical properties of an *n*-order network with Y circuits [J]. Physica Scripta, 2020, 95(8):085204. DOI:10.1088/1402-4896/ab9969.

[13] 谭志中.多功能*n*阶蜂巢型电阻网络的等效电阻公式[J].首都师范大学学报(自然科学版),2016,37(6):34-40. DOI:10.19789/j.1004-9398.2016.06.008.
Tan Zhizhong. Resistance formulae of a multipurpose n-step honeycomb network of resistors [J]. Journal of Capital Normal University (Natural Science Edition), 2016,37(6):34-40.

[14] 周蒨,谭志中.*n*阶网络任意2节点间的等效电阻公式[J].大学物理,2017,36(3):20-24. DOI:10.16854 /j.cnki.1000-0712.2017.03.006.
Zhou Qian, Tan Zhizhong. Formula of equivalent resistance between any two nodes of *n* step network [J]. College Physics,2017,36(3):20-24.

[15] 刘松山.基于对称性研究2×*n*阶梯形电阻网络等效电阻 [J].大学物理,2015,34(1):26-29. DOI:10.16854/j.cnki.1000-0712.2015.01.005.
Liu Songshan. Research on the equivalent resistance of 2×*n* order ladder resistance network based on the symmetry [J]. College Physics,2015,34(1):26-29.

[16] 汤华,谭志中.环形多边形网络的等效电阻和电容公式[J].物理通报,2014(2):112-117. DOI:10.3969/j.issn.0509-4038.2014.02.038.
Tang Hua, Tan Zhizhong. The formulas of equivalent resistance and capacitance formulas for circular polygonal network[J] Physics Bulletin,2014(2):112-117.

[17] 张一幸,韩智超,闫秦怀,等.论管状电阻网络的阻值[J].大学物理,2012,31(12):45-47,53. DOI:10.16854/j.cnki.1000-0712.2012.12.008.
Zhang Yixing, Han Zhichao, Yan Qinhuai, et al. Investigation on resistance of a tubular resistance network [J]. College Physics,2012,31(12):45-47,53.

[18] 石璐洁,尹鏐凯,鲁雯,等.Kagome平面无穷网格上的等效电阻计算[J].大学物理,2022,41(12):81-84. DOI:10.16854/j.cnki.1000-0712.220228.
Shi Lujie, Yin Jiankai, Lu Wen, et al. Calculation of equivalent resistance on infinite lattice point of Kagome plane [J]. College Physics,2022,41(12):81-84.

(责任编辑:兰丽丽)