DOI:10.19789/j.1004-9398.2025.05.011
文献引用:马利文.大数据背景下培养拓扑专业研究生从“打实专业基础”到“引领交叉研究”的探索[J].首都师范大学学报(自然科学版),2025,46(5):83-90. MA L W. Exploration of cultivating topology postgraduates from “consolidating professional foundation” to “leading interdisciplinary research” under the background of big data[J]. Journal of Capital Normal University(Natural Science Edition),2025,46(5):83-90.

大数据背景下培养拓扑专业研究生从“打实专业基础”到“引领交叉研究”的探索*

马 利 文**

(北京邮电大学数学科学学院,数学与信息网络教育部重点实验室,北京 102206)

摘要:针对理论数学专业,以拓扑学专业的研究生培养为例,旨在探讨在大数据背景下,如何构建一套既能巩固拓扑学专业基础,又能引领在当前大数据时代信息领域进行交叉学科研究的研究生培养模式。通过回顾拓扑学的历史发展及其在现代科学中的地位,分析目前拓扑学研究生教育的现状及存在的问题,结合传统与创新的教学方法,提出了一套从“打实专业基础”到“引领交叉研究”的研究生培养模式;阐述了相关交叉学科研究在拓扑学领域的重要性,以及目前开展交叉研究的各个方向和成功案例;最后,通过总结研究经验和不足之处,对未来的拓扑学研究生教育提出了建议和展望。希冀对于指导拓扑学及相关理论数学领域的研究生教育者具有借鉴价值。

关键词:拓扑学;交叉研究;不确定集理论;拓扑数据分析;最优化理论
中图分类号:O189.1;O189.2;O236.2;O144.3 **文献标志码**:A

Exploration of cultivating topology postgraduates from “consolidating professional foundation” to “leading interdisciplinary research” under the background of big data *

MA Liwen**

(School of Mathematical Sciences, Beijing University of Posts and Telecommunications, Key Laboratory of Mathematics and Information Networks, Ministry of Education, Beijing 102206)

Abstract: Aiming at theoretical mathematics major and taking topology major graduate training as an example, this paper aims to discuss how to build a set of graduate training model that can not only consolidate the foundation of topology major, but also lead the interdisciplinary research in the information field in the current era of big data. By reviewing the historical development of topology and its status in modern science, this paper analyzes the current situation and existing problems of graduate education in topology, and combines traditional and innovative teaching methods to put

收稿日期:2024-04-10
*北京市自然科学基金项目(1222011);北京邮电大学大学研究生教育教学改革重大项目(2021Y008)
**通信作者:maliwen@bupt.edu.cn

forward a set of graduate training model from "laying professional foundation" to "leading cross-research". Furthermore, this paper elaborates the importance of relevant interdisciplinary research in the field of topology, as well as the various directions and successful cases of cross-research at present. Finally, by summarizing the research experience and shortcomings, suggestions and prospects for the future graduate education of topology are put forward. This study is of great significance for guiding the postgraduate educators in the field of topology and related theoretical mathematics.

Keywords: topology; cross research; uncertain set theory; topological data analysis; optimization theory
CLC: O189.1; O189.2; O236.2; O144.3 **DC**: A

0 引 言

随着大数据时代的到来,信息量的爆炸性增长和数据驱动的研究范式对科学研究边界和内涵的重塑。研究生教育作为高级人才培养的关键阶段,其培养模式和品质直接影响国家的创新能力和竞争力。在传统模式下,研究生教育主要集中于专业知识的深入学习和专业技能的训练。然而,在大数据的背景下,这种模式已不足以满足社会对于解决复杂问题和进行创新研究的日益增长的需求。因此,探索如何在大数据背景下培养研究生从"打实专业基础"到"引领交叉研究",不仅对于研究生个人的职业发展具有重大意义,也对推动学科进步和社会发展产生深远影响。

拓扑学是数学的一个重要分支[1-2],随着科技发展与各学科间的融合,拓扑学不仅在纯数学领域发挥着核心作用,还在信息科学、人工智能、物理学、生物学和计算机科学等交叉学科中展现出巨大的应用潜力。研究生教育作为高级人才培养的主要途径,其培养模式的优劣直接关系到学生能否在未来的科研工作中发挥重要作用。因此,探索一种能够从"打实专业基础"到"引领交叉研究"的培养模式,对于推动理论数学领域的发展具有重要意义。

国际上,许多高等教育机构已经开始重视大数据对研究生教育的影响,并尝试通过课程改革、教学方法更新和跨学科研究项目等方式来应对挑战[3-5];国内高校也在积极探索适应大数据时代的研究生培养模式,但整体上仍处于起步阶段,缺乏系统的理论指导和实践经验。当前,关于大数据背景下研究生的培养主要集中在课程内容更新、教学方法改进和跨学科能力培养等方面,但对于如何系统地构建从专业基础到交叉研究的转变路径尚缺乏深入研究。尤其在类似拓扑学这种高度抽象的理论研究领域,过去的研究主要集中在拓扑学理论的发展和特定问题的求解上,而关于拓扑学研究生教育模式的研究相对较少。本研究将尝试填补这一空白,为理论学科研究生教育提供全新的视角。本研究以拓扑学专业为例,设计一套系统的数学理论学科研究生培养模式,该模式旨在帮助学生建立坚实的专业基础,同时激发他们的创新思维,培养他们进行交叉学科研究的能力。首先,通过分析大数据时代的研究生培养需求,了解拓扑学研究生教育的基本情况,讨论了当前拓扑学研究生教育的现状及存在的问题;其次,设计了从"打实专业基础"到"引领交叉研究"的具体专业课程和几个研究方向,并通过设计提高教学质量和效率的策略,培养学生创新能力、解决实际问题的能力;接着,介绍了在信息领域进行交叉研究的各个方向的具体内容和进展案例;最后,总结了研究经验和不足,并对类似研究工作的开展提出了建议和展望。通过这一系列的研究方法和技术路线,尝试为拓扑学研究生教育提供一套科学、系统的理论框架和实践指南,供相关专业的导师和教育者参考。

1 大数据时代的需求与拓扑学研究生教育现状

1.1 大数据时代的需求

大数据时代,具有海量的数据规模、快速的数据流转、多样的数据类型等特点,对各行各业产生了深远的影响。在教育领域,大数据不仅改变了知识获取和处理的方式,也为教学和研究提供了新的视角和方法。大数据的实时性和动态性不仅要求研究者具备快速分析数据的能力,而且要求研究者具备融合不同学科的内容和方法的能力。这些特征对研究生教育的目标、内容和方法提出了新的要求。

(1)知识获取方式。知识的获取不再局限于传统的书籍和学术期刊,而是扩展到了互联网、社交

媒体、在线数据库等多种渠道。研究生不仅需要掌握如何从这些渠道中高效地检索、筛选可有用信息的技能,而且需要处理、分析和利用海量的不确定的大规模数据集的专业知识。(2)学术研究方法。传统的研究方法往往依赖于小规模的数据集和定性分析,而在大数据环境下,研究方法趋向于量化分析和数据驱动。研究生需要学会运用统计学、机器学习、数据挖掘等技术来处理和分析大量数据,以便发现新的研究问题和解决方案。(3)学科融合。由于大数据时代的研究具有鲜明的跨领域特性,在解决复杂的实际问题时,往往需要综合运用多个学科的知识和方法。因此,研究生教育不仅要更新教学内容以适应时代需求;还要改进教学方法,以加强对数据处理和分析技能的培养,提高研究生的实践能力和创新能力;更重要地,需要培养学生的跨学科视野和协作能力,打破学科壁垒,进行跨学科学习和研究的能力。

1.2　拓扑学研究生教育现状

拓扑学概念起源于19世纪,最初是为了研究几何形状在连续变形下保持不变的性质[1]。随着集合论的引入和抽象代数的发展,拓扑学逐渐形成了自己独特的理论基础和方法体系。20世纪50年代以来,拓扑学在代数、几何和分析等数学分支中发挥了重要作用,并在物理学中的量子场论、生物学中的DNA结构分析等领域展现了深远的应用价值。近年来,随着计算拓扑学和低维拓扑学等新兴领域的兴起,拓扑学已成为数学研究中最为活跃的领域之一。研究生教育的核心目标是培养学生的独立研究能力和创新思维。对于拓扑学研究生而言,这不仅意味着要掌握坚实的数学基础知识,还要具备运用这些知识解决实际问题的能力。随着科学研究的交叉融合趋势日益明显,研究生还需要具备跨学科学习、研究、沟通和合作等能力。

目前,拓扑学的研究生培养模式主要侧重于理论知识的学习和专业技能的训练,课程设置和教学内容往往较为固定。其面临的主要问题包括课程内容与科研前沿脱节、教学方法过于传统、缺乏跨学科交流与合作、科研实践机会有限、创新能力培养不足等。这些问题不仅影响了学生的全面发展,也制约了拓扑学研究的创新进程。虽然一些高校已经开始尝试引入跨学科课程和研究项目,但这些尝试还不够普遍,且缺乏系统性和连贯性。因此,现有的培养模式在激发学生创新思维和解决实际问题能力方面仍有较大的提升空间。在长期的研究生培养中,探索一种新的研究生培养模式,既能巩固专业基础,又能引领交叉研究,对于提高拓扑学研究生教育质量和推动学科发展具有重要的现实意义。

2　从“打实专业基础”到“引领交叉研究”的措施和策略

2.1　“打实专业基础”的措施

在大数据的背景下,虽然跨学科的研究能力变得越来越重要,但专业基础知识仍然是研究生教育的基石,是进行科学研究的必要条件。扎实的专业基础知识能够为研究生提供必要的理论支撑,提升其在跨学科研究中可发挥的学识优势。此外,在学习专业基础知识的同时,研究生不仅掌握了系统的基础知识,培养了抽象思维能力和逻辑推理能力,养成了严谨治学的习惯和精益求精的工作作风。因此,构建一个全面系统的专业基础知识体系是大数据时代研究生教育的最基础和最重要的一环。

首先,重要基础理论学科的学习安排。为了提升研究生的专业能力,必学课程包括点集拓扑学、抽象代数、实分析与泛函分析、代数拓扑学、公理化集合论、格论、范畴学。按照2年1个周期反复进行学习,学习形式是以学生课下自学为主,每周按章节在研讨班进行报告(具体报告内容和次数按照学生数量分配,一般2个学生以上的话可以轮流报告)。在报告过程中,导师设置一些问题,所有师生进行研讨,直到把所学内容理解透彻为止。同时,也布置交叉研究的资料学习任务,学生也为交叉研究打些基础,做些准备,即专业基础学习和交叉研究的基础学习同时进行。一年级学生以专业基础学习为主,交叉研究资料的学习为辅,更多的是通过听取高年级同学的研究报告进行科研熏陶;二年级学生以专业基础和交叉研究并重,通过对每位同学的兴趣和特长的了解,合理布置科研任务。专业基础学习的具体安排是:第1年学习点集拓扑学、抽象代数、实分析与泛函分析;第2年学习公理化集合论、代数拓扑学、格论、范畴学;第3年通过参与低年级学生的报告和研讨,对专业基础进行巩固和加深,并通过适时布置一些有难度的专业内容让高年级学生进行讲解,以影响带动低年级学生的专业学习和思维扩展。在研讨过程中,导师设置一些问题帮助新学者理解学习内容,高年级的学生也一起进

行提问和讨论。这样,不论硕士生还是博士生,经过2年的强化学习和训练,基本具备了扎实的专业功底和基本的科学研究的能力,为其后续的研究工作奠定了坚实的理论基础。

其次,更新教学方法和培养模式。传统的老师授课方法不利于学生深度理解专业理论知识。因此,以讨论班为最基本的培养阵地,让每位学生讲解汇报各学科专业知识,以学生报告方式为主,教师指导、答疑、设计问题,学生们互相提问并互相讨论,将所学内容彻底掌握。以提高学生的主动学习能力,加深学生对专业理论的理解,培养其严谨的逻辑推理能力,扎实的治学态度,沟通合作能力和语言表达能力等。另外,创造条件提供多样化的模式进行研究生培养,如鼓励学生主持或参与学校、学院以及导师的科研项目,鼓励学生参加同领域学术交流会议或组织学术交流研讨活动,激发学生的创新潜能。

最后,重视与科研相关的各种能力的培养。创新能力和批判性思维是研究生必须具备的重要素质,通过专业基础知识的学习,有意识地培养了研究生独立思考、勇于探索未知领域的求知欲和创新精神。还要培养研究生从事科研工作必备的多种能力,如学会如何提出研究问题、解决问题、表达想法、通过讲座和报告展示科研成果、撰写学术论文、使用计算机辅助工具进行数据分析等。

2.2 “引领交叉研究”的策略

(1)研究意义和现状。在现代数学及其应用领域,信息的不确定性是一个普遍存在且必须面对的问题。从自然科学到社会科学,再到工程技术,不确定性都扮演着重要的角色。传统的集合理论在描述和处理明确定义的对象时十分有效,但在处理模糊、随机或不完全知晓的对象时则显得力不从心。由此,不确定集理论应运而生,扩展了传统集合的概念,允许对不确定性进行更精细的描述和分析。

不确定集理论的起源可以追溯到20世纪初,当时数学家们开始意识到经典集合理论在处理含糊不清的概念时的局限性。随着模糊逻辑、概率论和非标准分析等理论的发展,不确定集理论逐渐形成并发展起来。在过去的几十年中,不确定集理论已经在理论和应用2个层面取得了显著进展,其主要研究领域包括但不限于模糊集合、粗糙集合、区间数学、随机集合以及信度理论等。模糊集合通过成员函数来表示元素的隶属程度,广泛应用于模式识别、控制系统和决策分析等领域。粗糙集合理论则侧重于用不可分辨关系来近似描述集合,被用于数据挖掘和知识发现。区间数学处理的是具有不确定性范围的数值问题,而随机集合则结合了概率论来处理集合的随机性。信度理论则是处理不完全信息的一种方法,常用于统计学习和人工智能中。这些研究领域各有侧重点,但共同构成了不确定集理论的丰富内容和应用前景。

拓扑学作为数学的一个基础分支,其研究的空间结构和属性在很多方面与不确定性的本质有着深刻的联系。拓扑学的方法和工具在处理连续性、紧致性等概念时展现出独到的优势,这些概念在不确定集理论中同样具有核心地位。因此,将拓扑学的理论和方法应用于不确定集理论,不仅可以丰富和发展后者的理论体系,也有望为解决实际问题提供新的途径。目前,拓扑学与不确定集理论的结合在国际上已有一定的研究基础。国外许多学者在模糊拓扑、非标准分析以及概率论等领域进行了积极的探索,并取得了一系列成果。然而,这一交叉领域的研究仍然处于起步阶段,尚未形成系统的理论框架和应用范例。国内对于拓扑学的研究主要集中在纯理论层面,而将其应用于不确定集理论的研究则相对较少,这限制了拓扑学在实际问题中的应用潜力。

(2)研究内容和方法。随着现代数学的发展,拓扑学作为一种研究空间性质和结构的数学分支,在多个领域显示出其独特的优势。拓扑学有多个分支,主要有点集拓扑、代数拓扑、几何拓扑和微分拓扑。点集拓扑关注于抽象的拓扑空间及其性质,是其他拓扑分支的基础;代数拓扑使用代数方法研究空间的拓扑性质,如基本群和同伦群;几何拓扑则侧重于空间的几何结构,如曲面的性质;微分拓扑结合微分几何的思想,研究流形上的拓扑性质。每个分支都有其特定的研究方法和应用场景。为了探索拓扑学在不确定集理论中的交叉应用,发挥其处理不确定性问题中的作用与潜力,适应交叉学科研究的需求,我们对拓扑学研究生的课程设置包含多学科的内容。除了系统学习传统的几门数学课程外,还增加了数据分析、模糊数学、粗糙集理论,软集与软计算等不确定集理论等相关理论和文献的学习,以确保学生能够掌握处理大数据所需的核心技能。

基于这些研究内容,我们设计了专业学习和交叉研究的具体安排和方法。一年级学生学习一些

交叉研究所需的基础理论知识,并掌握一些诸如查文献,分析数据,数学软件的使用等基本科研能力。二年级学生按照每位学生的兴趣和特长,布置文献学习任务和科研任务,每人每周在讨论班上至少报告1次。学生们负责的研究的内容尽量分散,使得大家通过交流最大程度地获取比较全面的知识。即每位学生有自己负责学习的小方向,其他方向的知识通过听别的同学讲解获得。这样每位学生的学习安排有主有次,使其尽量在有限时间内学习更多的知识,既分工又合作,便超越单一知识领域的界限,可以整合不同领域的知识和方法,从多元视角审视问题,得到1+1>2的效果。这种教学模式的创新,有助于鼓励学生主动探索理论规律、提高学习研究的效率,并能独立或合作解决问题。交叉学科研究不仅推动了拓扑学本身的理论发展,还促进了其他学科的技术进步和方法创新。因此,培养能够开展交叉学科研究的拓扑学研究生,对于科学发展和社会进步具有重大意义。

另外,建立国内外合作交流平台对于拓宽研究生的视野、增进学术交流具有重要意义。通过定期参与国际会议、研讨会等活动,可以让学生接触到国际前沿的研究成果和思想,从而提升其国际竞争力。鼓励研究生主持相关的校级创新项目,参与导师和同行的科研项目等,增强其学习研究自信心,并充分发挥潜能和创造力。通过这些平台,研究生可以建立起广泛的学术网络,为未来的科研工作打下坚实基础。

3　进行交叉研究的具体方向

本文主要讨论拓扑学在信息领域对不确定大数据的分析、处理和优化等方面交叉研究,以下分各个具体方向展开案例介绍。

3.1　拓扑学与粗糙集理论的交叉研究

粗糙集理论的核心思想是利用确定集来研究不确定集,而拓扑学就是研究确定集合的经典学科,因此拓扑学的思想方法在粗糙集理论的研究中将发挥很重要的作用,反之,拓扑学也将受粗糙集理论的影响而丰富和完善。

首先,必须明确粗糙集理论的基本概念。粗糙集理论由波兰数学家Pawlak于1988年提出[6],是一种处理不精确、不一致和不完整信息的数学工具。近些年,其与另一重要的不确定性分支-模糊集理论结合,得到迅猛发展,业已成为处理不确定信息的重要理论工具[7]。在粗糙集中,一个核心的概念是“近似空间”,由对象集合和一个能够描述这些对象之间相似关系的等价关系构成。通过这种等价关系,可以将对象划分为不同的类别,从而形成对现实世界的抽象和简化。拓扑学作为研究空间连续形变的数学分支,似乎与粗糙集的数据处理任务相去甚远。

事实上,在粗糙近似空间中,利用拓扑学知识可以揭示其很多重要的拓扑规律[8-17]。下面通过在此方面的2个典型研究案例来阐述拓扑学与粗糙集理论交叉的部分研究成果。

案例1　在覆盖粗糙集理论中,对有限近似空间 U 的每一个元素 x,其邻域的定义为

$$N(x)=\cap\{C\in\mathcal{C}:x\in C\}。$$

如果将此近似空间视为拓扑空间,覆盖 $\mathcal{C}$ 视为拓扑的子基,则此邻域就是含 x 的最小开集,从而,$\mathcal{B}=\{N(x):x\in U\}$ 为此拓扑空间的基。这样,便把近似空间理解为拓扑空间来研究。文献[11]定义了 x 的补邻域为

$$M(x)=U-\cup\{C\in\mathcal{C}:x\notin C\}。$$

容易看出,$M(x)$ 就是含 x 的最小闭集。证明了二者有如下对偶关系为

$$N(x)=\{y:x\in M(y)\},\ M(x)=\{y:x\in N(x)\}。$$

利用邻域和补邻域的结合,可以将粗糙集理论中的算子形式简化,并理清算子之间的关系。如文献[11]中引用的算子

$$\underline{P_2}(X)=\{x:\forall u(x\in N(u)\rightarrow u\in X)\},$$

$$\underline{P_4}(X)=\{x:\forall u(x\in N(u)\rightarrow N(u)\subseteq X)\}。$$

简化后为

$$\underline{P_2}(X)=\{x:M(x)\subseteq X\},$$

$$\underline{P_4}(X)=\{x:N(M(x))\subseteq X\}。$$

文献[11]中证明了引用的算子在简化形式后具有包含关系和复合关系,如

$$\underline{P_4}(X)\subseteq\underline{P_2}(X),$$

$$\underline{P_2}(\underline{P_1}(X))=\underline{P_4}(X)。$$

因此,基于拓扑思想的新概念“补邻域”的引入,无疑对粗糙集理论提供了新的思想和方法。文献[12]通过邻域和补邻域作为基生成的对偶拓扑对近似算子的关系进行了进一步研究,定义了“twin operators”,并将其在模糊粗糙集领域推广为“couple operators”,在格值模糊粗糙集领域推广为“L-couple operators”等,这一系列研究是利用拓扑

学思想对粗糙集理论的算子的补充、算子形式与算子间的关系的整理和提升,以便在粗糙集理论中更好地把握性质和发挥作用。

案例2 文献[13]通过拓扑连通分支的思想实现了覆盖粗糙集理论的经典算子的模块化计算法和模块矩阵计算法。粗糙集领域中原有的算子计算法是逻辑定义计算法,此方法由于需要理清复杂的逻辑关系而经常会导致计算的复杂繁琐易错。文献[13]实现了矩阵计算法,将复杂的逻辑关系融入矩阵计算的公式推导过程中,使得计算时直接套用公式即可,从而算子计算更加简便高效。但是,考虑到逻辑定义计算法和矩阵计算法都需要动用空间所有元素的弊端,文献[14]进一步实现了模块化计算法和模块矩阵计算法,使得计算在每个模块上进行,不相关的模块不需使用,这便实现了覆盖粗糙集理论中算子计算的彻底简化。

文献[15]通过对现实世界中的模糊数据动态截取,利用拓扑连通分支实现了动态拓扑模糊聚类法,并设计了相应的算法。较传统模糊聚类法的优势是,不需要任何人为假设,只考虑数据本身的属性关系,构造动态拓扑空间,利用连通分支实现动态模糊聚类,因此其更符合现实状况。

除了这2个案例之外,研究团队在拓扑学与粗糙集理论的交叉研究方面还有一系列的研究成果[16-20]。这些研究成果揭示了粗糙集理论的拓扑规律,利用拓扑学的思想方法对粗糙集理论进行了深入研究,使得粗糙集理论研究得到了丰富和完善。总之,拓扑学与粗糙集理论的结合是一种创新的跨学科尝试,帮助我们更深入地理解和处理复杂的数据问题。随着研究的深入,相信这种结合将在未来的数据分析和知识发现中发挥更大的作用。

3.2 拓扑学理论在拓扑数据分析中的运用

数据分析的目的是从大量数据中提取有用信息和模式,运用代数拓扑中的同调群理论来分析数据集的结构。通过构建数据的拓扑模型,并计算其同调群,可以识别数据中的关键特征和潜在关联。这种方法在复杂网络分析和高维数据挖掘中显示出了其独特的优势。近年来,拓扑学的概念和方法被广泛应用于数据分析领域,形成了一个新兴的研究方向——拓扑数据分析(topological data analysis,TDA)[21-22]。TDA的核心思想是将数据集中的结构特征转化为拓扑空间中的几何对象,如点、线、面等,然后利用拓扑学的工具来研究这些几何对象之间的相互关系。这种方法可以揭示数据的内在结构和模式,对于理解和解释复杂数据集具有重要意义。

在TDA中,一个常用的技术是持续同调(persistent homology)。持续同调通过在不同的尺度上观察数据,来捕捉数据中的“洞”和其他拓扑特征。这些特征以所谓的“生命周期”表示,即出现和消失的尺度。通过分析这些生命周期,可以识别出数据中最重要的拓扑特征,并以此来分类、聚类或预测数据。如在生物信息学中,TDA可以用来分析蛋白质的折叠模式,从而帮助理解其功能。在图像处理中,TDA可以用来识别图像中的物体及其边界。在社交网络分析中,TDA可以帮助识别社区结构和社会网络中的群体。TDA的优势在于它不依赖于数据的线性结构或度量空间,因此可以应用于各种类型的数据集,包括非欧几里得和高维数据。此外,TDA的结果通常是稳健的,对数据的噪声和变化具有较好的鲁棒性。在此领域已经展开了学习和研究,扎实的拓扑学基础有助于深刻理解和掌握TDA技术,并对其进行深入研究与探索。拓扑数据分析是一个新型而强大的工具,随着计算能力的提升和算法的发展,为理解和解释复杂的数据集提供了新的视角和方法,将有越来越广泛的应用前景。

3.3 拓扑学理论在软集与有限网络问题中的应用

软集理论是由波兰数学家Pawlak于20世纪末提出的,通过参数化的工具来处理不确定性信息,与传统的硬计算不同,软计算更多地关注于模糊性、不确定性以及近似性问题的处理[23-25]。在软集中,一个对象可以同时属于和不属于某个集合,这种模糊的隶属关系让传统的集合论方法难以奏效。此时,拓扑学中的一些概念如开集、闭集、连续映射等,则提供了一种全新的视角来理解软集的结构。例如,可以利用拓扑空间的概念来描述软集中对象的近似性和邻近性,从而更好地处理不确定性信息。进一步地,在软计算中,拓扑学的应用则更为深入。软计算通常涉及到模糊逻辑、神经网络、遗传算法等多种计算智能技术。在这些技术的实现过程中,拓扑结构起到了至关重要的作用,展现了其独特的价值。通过引入拓扑学的概念和方法,不仅能够更好地理解和处理不确定性信息,还能够设计出更加高效和智能的计算模型。目前此方面的研究取得了初步进展,代表研究成果的论文都在投

稿中,笔者将在后续研究生交叉研究的探索中列举此方面交叉研究的成果案例。尽管目前的研究还存在不少挑战,但随着研究的深入和技术的进步,相信拓扑学在这一领域的应用前景无疑是光明的。

此外,TDA作为一种新兴的数据挖掘技术,也在软计算领域展现出巨大潜力。TDA通过研究数据集合的拓扑特征,如连通性、孔洞、维度等,来揭示数据的内在结构和模式。与此同时,现有的拓扑数据分析工具仍在不断完善之中,如何将这些工具与软计算的需求相结合,以及与粗糙集理论结合,也是一个将来研究的课题。

3.4 拓扑学理论在优化问题中的应用

优化问题通常涉及到寻找最优解的过程,而解空间的不确定性往往会导致求解过程变得复杂[26-27]。在优化问题中,拓扑学的概念和方法被广泛应用于寻找最优解的过程中。

首先,拓扑学在优化问题中的应用主要体现在对解空间的结构分析上。优化问题的解空间通常具有复杂的结构,而拓扑学的方法可以更好地帮助理解这些结构。例如,通过计算解空间的同伦群、基本群等拓扑不变量,可以了解解空间的连通性、空洞等性质,从而为寻找最优解提供有用的信息。其次,拓扑学在优化问题中的应用还体现在算法的改进上。传统的优化算法在某些情况下可能会陷入局部最优解,而无法找到全局最优解。拓扑优化方法可以处理和解决这类问题。比如利用同伦理论的同伦优化方法,构造特殊的路径跳出局部最优解,从而找到全局最优解。此外,拓扑学在优化问题中的应用还体现在对多目标优化问题的研究上。多目标优化问题涉及到多个目标函数,这些目标函数之间可能存在冲突和矛盾。在这种情况下,传统的优化方法往往难以找到一个满足所有目标函数要求的最优解。而拓扑学的方法可以帮助分析多目标优化问题的Pareto解集的结构和拓扑特征,从而了解解集的形状、连通性等性质,从而为决策者提供更多的信息。

此课题的研究重点是探索如何利用微分拓扑的工具来解决参数空间中的优化问题。通过分析解空间的拓扑结构,可以找到更好的搜索路径和避免局部最优的策略。这种方法在多模态函数优化和参数估计问题中得到了成功的应用。在此方面研究团队也展开了初步的学习和研究,并与粗糙集理论、TDA,以及软集互相结合,期待在不久的将来有新的成功案例分享。

4 总结与展望

4.1 经验总结与不足之处

本文深入探讨了大数据背景下研究生教育从“打实专业基础”到“引领交叉研究”的转变过程。研究表明,大数据时代对研究生的知识获取方式、学术研究方法和跨学科能力提出了新的要求。为了适应这些变化,导师需要更新教学内容与培养模式,强化实践能力的培养,促进学术交流与合作,推动研究生教育的改革与发展。通过导师、学校和整个学术界的努力,为未来的教育实践提供了宝贵的经验。跨学科交叉研究对于研究生的全面发展至关重要,是新时代为国家培养高科技人才的重要一环,因此,探索合理高效的教学培养模式能够有效提升研究生的研究能力和创新思维,通过广泛的学术交流合作为研究生充分提供了接触前沿技术和解决实际问题的机会,激发研究生的科学研究积极性。

尽管有些案例取得了较好的成效,但在另外几个领域处于初级研究探索阶段,目前还没有具体研究成果的案例分享。因此,在交叉研究的实施过程中也暴露出一些问题和不足。首先,跨学科研究资源需求较多,需要导师在资源和时间的安排方面付出巨大的努力和投入。需要考虑多方面的实际情况,如学生基础知识学习的课程安排,不同年级的学生的科研任务的安排,研讨班的时间安排等方面都需要适时调整等。只有各种资源的全面保障,才能达到满意的研究的效率和质量。其次,跨学科研究需要的知识体系庞大,对研究生的学习能力、时间规划和学习效率的要求比较高。对培养周期较长的博士生很适合,而对硕士研究生来说,有的学生融入较慢,可能存在时间不足的问题。最后,跨学科研究需要充足的经费支持,用于开展科研和学术交流,这对目前数学领域申请基金支撑来说也是有一定的挑战的。这些问题在推进教育改革的过程中需要细致考量和妥善解决。

4.2 建议和展望

基于上述研究,本文提出以下政策建议:(1)高校应加大对跨学科课程设计和教学资源的投入,确保研究生能够接触到多元化的知识体系;(2)应鼓励同领域高校建立合作关系,建立跨学科研究团队,为研究生提供更多实践和科研机会,促进不同学科之间的协同创新;(3)要有充足的经费支持,保

障频繁有效的学术交流。尽管本研究提出了一套初步的培养模式,但仍存在一定的局限性。例如,具体实施细节需要根据不同高校的实际情况进行调整。未来的研究可以进一步探讨如何将这些策略具体化,并在实践中检验其有效性。此外,随着科学技术的快速发展,拓扑学及其交叉研究领域将不断涌现新的理论和应用,我们需要不断更新以适应这些变化。因此,未来的研究还应关注培养模式的可持续性和适应性,确保拓扑学研究生教育能够持续培养出既有深厚专业基础又能引领交叉研究的优秀人才。

参 考 文 献

[1] MUNKRES J R. Topology [M]. Upper Saddle River: Prentice-Hall Inc, 1975.

[2] HATCHER A. Algebraic topology [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

[3] BROWN T L, ADAMS C, BAKER S. The importance of data literacy in education: a call for action [J]. Education Policy Analysis Archives, 2013, 21(58): 1-19.

[4] SIEMEN G, LONG P. Penetrating the fog: analytics in learning and education [J]. Educause Review, 2011, 46(5): 30-40.

[5] ZHOU L, SUN J. Big data applications in the social sciences: a review and future directions [J]. Social Science Computer Review, 2015, 33(2): 227-240.

[6] PAWLAK P. Rough sets [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1988, 11(3): 341-356.

[7] ZADEH L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1): 3-28.

[8] PEI Z, PEI D W, ZHENG L. Topology vs generalized rough sets [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52: 231-239.

[9] KATETOV M, USPENSKI V S. On the topology of fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1983, 15(2): 121-137.

[10] LOWEN R. Topology for fuzzy sets: a review [J]. Information Sciences, 2008, 178(1): 3-28.

[11] MA L W. On some types of neighborhood-related covering rough sets [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(6): 901-911.

[12] MA L W. Some twin approximation operators on covering approximation spaces[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2015, 56(A): 59-70.

[13] MA L W. The investigation of covering rough sets by Boolean matrices[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2018, 100: 69-84.

[14] GAO Q, MA L W. A novel notion in rough set theory: Invariant subspaces [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2022, 440: 90-111.

[15] ZHENG B, MA L W. A novel fuzzy clustering method based on topological connected component [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(3): 1050-1062.

[16] MA L W, LU H, Six-set approximation theorem of neighborhood related rough sets [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2019, 115: 180-193.

[17] WANG X, MA L W. Study on covering rough sets with topological methods [J]. CAAI Transactions on Intelligence Technology, 2019, 4(3): 129-134.

[18] ZHAO H, MA L W. Several rough set models in quotient spaces [J]. CAAI Transactions on Intelligence Technology, 2022, 7(1): 69-80.

[19] GAO Q, MA L W. A novel notion in rough set theory: Invariant subspaces [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2022, 440: 90-111.

[20] MA L W, GAO Q, SHI X, et al. Fuzzy accompanied approximation space under fuzzy relation [J]. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 2023, 20(3): 75-94.

[21] TAUZIN G, LUPO U, TUNSTALL L, et al. A topological data analysis toolkit for machine learning and data exploration [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2021, 22(1): 1834-1839.

[22] CHAZAL F, MICHEL B. An introduction to topological data analysis: fundamental and practical aspects for data scientists [J]. Frontiers in Artificial Intelligence, 2021, 4: 108.

[23] AKRAM M, ZAFAR F. Multi-criteria decision-making methods under soft rough fuzzy knowledge [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018, 35(3): 3507-3528.

[24] AL-SHAMI T M, MHEMDI A. Approximation operators and accuracy measures of rough sets from an infra-topology view [J]. Soft Computing, 2023, 27(3): 1317-1330.

[25] ALKHZALEH S, MAREI E. New soft rough set approximations [J]. International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, 2021, 21(2): 123-134.

[26] BECKE S R, CANDE E J, GRANT M C. Templates for convex cone problems with applications to sparse signal recovery [J]. Mathematical Programming Computation, 2011, 3(3): 165-218.

[27] MIZUKAMI K, WU H. Optimal control problems for a class of nonlinear descriptor systems [J]. IEEE Transactions on Electronics Information & Systems, 2008, 110(6): 396-403.

(责任编辑:马田田)