DOI：10.19789/j.1004-9398.2025.02.009
文献引用：李娜，刘冰楠，王立东．数学史在数学师范教育中的价值与现状研究[J]．首都师范大学学报（自然科学版），2025，46(2)：61-67. LI N，LIU B N，WANG L D. The value and related courses of the history of mathematics in normal education of China[J]. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2025，46(2)：61-67.

数学史在数学师范教育中的价值与现状研究*

李　娜[1]，刘冰楠[2]，王立东[3**]

（1. 华中师范大学数学与统计学学院，湖北 武汉　430079；2. 云南师范大学数学学院，云南 昆明　650500；3. 北京师范大学中国基础教育质量监测协同创新中心，北京　100875）

摘要：从数学史与数学教育维度，讨论了数学史在数学教师知识中的价值和在师范教育课程体系中的价值，以及数学史课程在师范教育中的重要价值。同时，为了解当前师范教育课程体系中数学史课程的开设情况，对全国32所不同类型的师范院校进行了调研。统计分析的结果表明：我国师范院校在数学史课程的开设方面已经具备了一定的基础，为师范生的专业发展提供了重要的保障；但所开设的课程在修读要求，师资专业化程度等方面未能达到理论研究要求，与其价值的重要性不相匹配。未来师范院校应加强对开设高质量数学史课程的重视，特别是关注数学史专业教师的队伍建设等。

关键词：数学史；课程价值；师范教育；专业师资
中图分类号：G420　　**文献标志码**：A

The value and related courses of the history of mathematics in normal education of China*

LI Na[1]，LIU Bingnan[2]，WANG Lidong[3**]

（1. School of Mathematics and Statistics，Central China Normal University，Wuhan Hubei 430079；2. School of Mathematics，Yunnan Normal University，Kunming Yunnan 650500；3. China Basic Education Quality Monitoring and Cooperative Innovation Center，Beijing Normal University，Beijing　100875）

Abstract：This paper discusses the value of history of mathematics in teacher education from the perspectives of HPM，its role in teachers' PCK and in the curriculum system. In the meanwhile，in order to know the history of mathematics in the curriculum for student-teacher，an investigation was done through questionnaires. These questionnaires were completed by teachers from normal universities located in 32 provinces or municipal cities of China. The statistical results reveal that most of the normal universities or colleges have the foundation to operate the history of mathematics courses. However，there is still a gap between the current curriculum objectives and requirements by scholars. In the future，more expertise teachers should be involved in teaching the history of mathematics to improve the quality of these courses.

收稿日期：2023-03-17
*湖北省教育厅哲学社会科学研究项目（20G014）；华中师范大学中央高校基本科研业务费青年教师项目（CCNU20QN001）；华中师范大学教师教育专项项目（CCNUTE2020-10）
**通信作者：wanglidong@bnu.edu.cn

Keywords: history of mathematics; curriculum value; pre-service teacher education; professional teachers
CLC: G420 **DC**: A

0 引 言

学科史在帮助人们理解该门学科的背景和发展方面起着非常重要的作用,对于培养一流专业人才也可能起重要作用[1],所以学科史在学科教育方面的价值历来为学界所重视。科学史的研究先驱Cajori[2]认为,科学史知识会提高学生的学习兴趣,带领教师更深入地了解学生的学习困难所在,从而帮助学生更好地进行学习;其形容学科的历史知识是"使面包和黄油更加可口的蜂蜜",有助于使该学科更具吸引力。

对数学而言,数学史对于教师的教学具有重要价值,如果用历史回顾和历史轶事点缀枯燥的问题求解和几何证明,学生的学习兴趣将会大大增加。通过历史的解说,教师可以让学生明白,数学并不是一门枯燥呆板的学科,而是一门不断进步且生动有趣的学科,一门学科的历史是这门学科的教学指南,因为学生的理解具有历史相似性:学生所遭遇的困难往往是相关学科的创建者经过长期思索和探讨后所克服的实际困难[3]。《初等数学史》[4]就是"为教育而历史"的典型例证。

学科史的应用被视作教学的有利工具[5]。数学教师要在教学中深入、熟练地应用数学史,需要教师具备基本的数学史知识。而获取数学史知识的首要渠道是师范教育,高校开设的数学史课程是教师入职前(师范教育阶段)获取数学史知识,特别是数学史观点的主要渠道。

关于教师知识的研究始终是教师教育研究的焦点[6],例如,探讨职前教师的学科教学知识储备[7-8],探究学科教学知识在教学过程中的转化[9],探究学科知识和学科教学知识的融合,开发相关的教师专业发展活动[10]等。但以往研究主要讨论学科知识,教学知识等知识维度,而对于学科史知识的独特价值缺少系统的讨论。Ernest[11]认为可以将数学的教学哲学划分为3种类型且分等级,最高的一个等级(解决问题的观点)认为数学是一个动态的、不断扩展的人类创造和发明领域,一种文化产品。这与历史即目标的论点一致,也强调了数学作为一门学科的发展和进化方面[12],其历史进程可以作为数学教学过程的思路来呈现。以此可以看出,从历史工具论的视角可以解释许多与数学教师的教学信念和学生学习的有关问题。

对于数学教师而言,师范教育阶段进行数学史的学习会对其将来的教学行为方式以及教学观念产生影响。在教育实践中也存在一种普遍现象:在职教师也认可数学史对数学教学的重要作用,但是在实际教学的时候却应用不多,即高认可、低应用,数学教育界对数学史至今也未有达成共识的教学框架[5]。Van[13]认为职前和在职教师通常没有从其教师教育方案中获得足够的培训,为了将数学历史融入他们的教学实践,数学史在职前数学教师教育中的重要作用需要被充分了解。

1 数学史在师范数学教育中的价值

1.1 数学史与数学教育的视角

数学史的研究目标经历了"为历史而数学史""为数学而数学史",直至今日增加了"为教育而数学史"。当前研究数学史与数学教育(history and pedagogy of mathematics,HPM)之间的关系是数学教育研究的重要组成部分,在当今的数学课堂教学中起着关键性的作用[14]。从HPM的视角来看,数学史在数学教育中的价值呈现出理论和实践并重的局面。

数学教育中利用数学史作为教学工具能促进学生的学习和教师的教学。对学生的学习而言,通过让学生体验数学产生发展的过程,以及人们在数学发展过程中所遇到困难,来帮助激发学生的学习兴趣和热情[13]。除此之外,数学史还能将学生从纯数学的孤岛中解救出来,让学生感受历史发展的数学,与社会文化密切相关的数学[15]。对教学而言,数学史的使用可以帮助学生进一步磨练解题技能,帮助学生建立良好的理解数学的基础,帮助学生建立数学内部之间的逻辑关系,帮助学生认识数学和社会的互动[16]。

国际HPM组织自20世纪70年代成立以来,经过40余年的发展,在理论与实践研究方面都取得了较大的发展。现在HPM研究已由早期的经验总结、理论探讨逐渐转向在理论研究和经验总结的同时进行数学史融入课堂教学的实践研究[17]。我国

早在20世纪20—50年代,李俨和钱宝琮先生分别在北方和南方进行数学史研究,而且已经关注数学史对于数学教育的价值,认为数学史研究的一个重要目标是为中学数学教师服务。数学史的运用已经成为数学教学中的一个策略。自2005年在西安召开了第一届全国HPM会议以来,中国的HPM研究已走过了10多年,取得了较大的发展。

数学史的利用,可以提升数学教师自身的数学教育理论并为课堂教学提供不同的视角[18-20]。为什么要在课堂教学中利用数学史,Jankvist等[21]从2个方面给出了理由:作为教学工具的数学史;以及作为目标的数学史。作为工具,数学史的利用从教学方面来讲有3个原因:帮助学习者获得学习的动力;加强学习者的数学认知;作为数学概念性发展中的一个固有部分(如起源原则)。总体来讲,将数学史视为可以用来辅助教学的工具,可以帮助学生欣赏和热爱数学,同时也加深了对数学的理解。

对于如何将数学史结合在数学教学过程中,Fauvel[20]提出了10个基本教学设计策略:(1)介绍历史上数学家的故事;(2)运用数学史引入新概念;(3)鼓励学生理解以所学概念为答案的数学史问题;(4)讲授数学史课;(5)利用历史上的数学教材设计课堂练习和作业(如历史上的教材中关于"负负得正"的证明等);(6)举办数学历史主题的展览;(7)运用历史上的例子来说明方法和技术;(8)探索过去的错误、另类观点以帮助今天的学习者理解并解决困难;(9)借鉴历史发展设计一个话题的教学方法;(10)基于历史信息设计大纲范围内主题的顺序和结构。从这个意义上讲,HPM观点在数学教育的理论与实践中均具有重要的价值,也对于教师的数学史知识基础提出了较高的要求。

1.2　数学史在教师知识结构中的价值

数学史在教师知识结构中的价值体现在可以改变教师的数学观、数学教学观等方面。Jankvist等[21]在HPM 2012会议提出上,面向教学的数学知识(mathematical knowledge for teaching,MKT)应成为HPM研究的一个重要方向,并认为数学史可以促进教师的专业发展,教师认为数学教学就是由抽象的公式、算法和概念组成,认为其是历史的产物,就是认为数学是一种结果;而不关心数学产生的过程性,也就是这些都是如何随着时间的推移而成为当今教学中的形式,简单认为数学是由一组无关的主题而组成[22]。如果认为数学与其他学科或者与生活没有联系,那就会认为数学只是存在于教科书中的知识。这些教学观念的共同特征都是将数学教学看成是对数学结果的教学,是静态的数学。

为了将数学视为一种动态学科,教师需要了解数学知识原始的样子[23-24],而不是仅仅从最终结果入手。基于此,数学教师需要具备的数学教学知识应该包括数学概念和数学思想是如何随着时间而演变的。在教学中,教师还要思考用何种方法能够更好地展示这个变化过程。如果教师具备这样的教学知识和教学理念,学生将不会认为教材上呈现的数学知识是永恒的,是一成不变的。相反,学生会明白数学总是在发展,未来他们也有可能成为数学发展史上的一部分。

已有的研究虽然关注数学史在数学教育中的价值和应用,但是范围集中在数学课堂教学中的数学史案例应用,较少探究数学史知识在教师知识结构中的地位的讨论,即数学史知识在教师数学学科知识结构中的地位是较少被讨论的,甚至,数学学科知识的结构也较少被讨论。在数学教育领域,针对教师数学史知识的实证研究还较为有限[25]。

Schoenfeld[26]在综述已有研究的基础上,提出重构教师的知识结构,教师应该具备大知识(big knowledge)的概念,其中,首要的原则就是教师要在深度和广度方面理解数学知识,数学史的知识背景无疑在其中起到重要的推动作用,特别是在数学知识的深度方面。因此可以认为,数学史知识是数学学科知识的重要组成部分,同时可以预期,数学史知识相对独立于其他的数学学科知识,并在数学学科知识和数学学科教学知识(pedagogical content knowledge,PCK)中间起到重要的调节作用。

数学史是一个系统的学科领域,其具有专门的知识结构、思维方式与方法论,前述对于数学史与数学教育教学的作用的文献,其所指的数学史知识不是简单的数学史的某些史实的了解,更重要的是对于数学史的学科观点,以及基于数学史学科观点所反映的数学教学观(包括对于数学本质与学生认知发展的深度理解等)。从这个意义上讲,数学教师的数学史知识需要通过专业化课程进行习得,而非教师职后的非系统化的教师培训。也即HPM应用在数学教育中,需要教师在师范教育阶段就获得一定数学史专业知识,以此为基础,在一定的教师专业发展活动的推动下,才能够开展在HPM指导下的高质量的数学教学活动。

1.3 数学史课程在师范教育课程中的价值

数学史在师范教育中的价值主要体现在培养师范人才的基础性。数学史在师范教育中的重要性在20世纪20年代已经被学者认识到[27]。我国高校数学史教育是从20世纪80年代左右开始于师范院校和极少数大学数学专业。当前师范认证的工作正在各个师范院校广泛地开展。其中三级认证标准中指明培养的师范生要学会教学的首要任务是掌握扎实的学科知识体系、思想与方法[28]。1998年教育部颁布的《普通高等学校本科专业目录和专业介绍》中,把数学史列入本科生数学与应用数学(师范)专业主要课程之一。这要求教师必须具备较高专业性水平的数学史知识。这里所指的数学史知识,是需要专业化的,相对系统的数学史课程来推动。

从这个意义上讲,在师范教育体系中,设置数学史相关的专业课程就具有基础性的价值。对于师范教育数学专业的课程,数学史的相关内容应当成为专业必修内容,鉴于数学史的课程首先要以数学为基础,因此,宜设置为本科高年级专业必修课程,并保证一定的课时量,至少持续一学期,2学分以上。按照数学史知识水平的要求程度,这里的数学史相关课程应区别于数学史专业的相关课程,如科学技术史、数学通史、数学史方法论、中国数学史、比较数学史、数学教育史、数学文化史、相关专题史、训诂学和天文学基础等。可以考虑是数学史专业课程的简化版或基础版,相关课程可以包括数学史(通史或专题史等)、数学文化、数学方法论和HPM等。其中,数学通史或数学专题史是基础。此外,HPM的相关课程也是一类重要的课程,如华东师范大学开设的数学史与数学教育课程,北京师范大学数学史课程中的《中小学数学课程中的数学史》等。

由于这类数学史课程的专业性要求,这类课程的内容,应当是专业的学科课程内容,而非通识类的课程,应是数学史学科基本研究内容,特别是基本学科观点,而非是简单的数学史史实的介绍,甚至是无专业史料依据的"名人轶事"的介绍。要用数学史内容揭示相关的数学内涵,营造数学文化氛围,并与学生的数学认知规律密切联系,使之有利于学生对数学内容的理解。突出将历史和数学内容的关联。据张奠宙先生言[29]:目前数学史授课内容,一种是"民粹式",只讲中国的某某数学成就比国外早多少年,教科书上只剩下祖冲之等寥寥可数的几个名字,以至于很多人认为中国古代数学总体上早于古埃及、古巴比伦数学等,对具体细节根本不甚明了;另一种是"词典式",凡涉及数学史的内容,旁边有一位历史人物头像,写明生卒年,说明有哪些伟大贡献就结束了;再有一种"传说式",宣扬一些并不可靠的数学家故事来博取读者的注意,如笛卡儿之梦(传说笛卡尔在部队的时候,做了3个梦——忏悔之梦,转折之梦,指引之梦,不仅改变了他的人生,甚至通过解读,人们可以发现其对于笛卡儿思维模式的影响,隐喻了他一生的思想轨迹)等。

数学史相关的课程在师范教育课程体系中具有基础性的地位和重要的价值,应由具有数学史专业背景的教师来开设,这一点应作为这类课程的专业标准的基本要求。此外,因为数学史类课程的基本研究观点,研究方法甚至文献查询方法都区别于数学类课程,是学生所陌生的,因此,本科阶段这类课程宜采用教师为主的引导、渗透思想的教学方式,让学生从学习纯数学的思维过渡到数学史的思维中来。

2 我国师范教育中数学史相关课程的开设现状

数学史知识是教师知识体系的重要组成部分,具有基础性的地位和重要的价值,数学史相关课程应是师范专业的专业基础课程(必修)。了解当前数学史课程在师范院校的开设情况,是否达到对于此类课程开设的要求,进而满足职前教师专业发展的需求就成为一个基本的课题。

2.1 数据收集

调查采用网络问卷的形式,最终收回87份高校教师问卷以及112份学生问卷。其中教师问卷纳入到本研究的数据分析当中,样本覆盖了全国32个省、市和自治区(不含港澳台地区)的69所各级师范院校(包括部属师范院校、省属211师范高校、省属师范大学以及地方师范学院等)。

2.2 数据分析

本次针对师范院校数学史相关课程开设情况的调查包括现阶段是否开设数学史相关课程、课程课时、授课方式和师资情况等几个基本维度。

(1)数学史相关课程开设情况。从教师的反馈来看,69所师范院校中,大部分师范院校都开设了

数学史类的课程,为职前教师专业发展提供了重要的基础。但同时发现,其中作为必修课程来开设的院校约有67%,虽较之前的调查[29]有一定的提高,但仍与前文所述数学史课程在师范教育课程体系中的基础性价值并不相匹配,特别是仍然有10%的师范院校尚未开设数学史类课程,有23%的院校是作为选修课程来开设,这其中还有部分院校是以全校公选课的形式来呈现。

从数学史课程内容来看,数学史相关课程大部分以《数学史》作为课程名,其次是与数学文化相关,比如《数学史与数学文化》和《数学文化》。除此之外,还有《数学史与数学方法论》《数学方法论》《数学思想》等与数学史相关的课程设置。

(2)数学史相关课程的课时情况。从反馈来看,所有师范院校的数学史课程都集中在一个学期,多数设置32学时,其次是36、48和54学时,最后是72或64学时(只有1所师范院校)。这说明在多数师范院校,数学史的课程基本维持在一周2~3学时的课时量,几乎均为单门课程设置,整体上课时偏紧。这对任课教师的课程整合能力和对于数学史核心观点的把握能力提出了较高的要求。

(3)数学史相关课程的授课情况。在数学史课程开设的院校当中(图1),以教师主讲的方式为主,其次是采取教师主讲和学生报告相结合的方式来进行。多数课程重视发挥教师的专业作用,这样能够在有限的课时中,在学生对于数学史学科研究方法较为生疏的情况下,引导学生尽快掌握数学史的学科特征与基本观点。

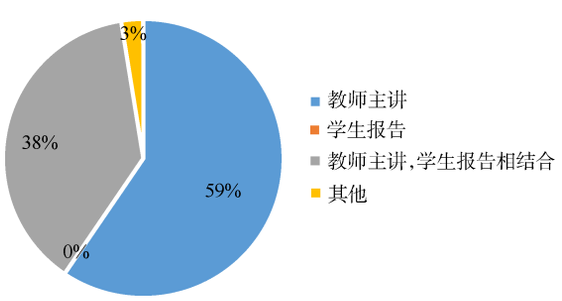


图1　数学史课程授课方式

(4)数学史相关课程的师资情况。数学史是一个基础性学科,国内多个高校建立了数学史专业,还有部分高校成立了科学史院系所,同时在数学史或者数学教育的培养方向中,有专门的数学教育史方向和HPM方向。从各师范院校数学史类课程任课教师的专业背景上来看(图2),数学史专业毕业的教师不足15%,从事数学史研究的非数学史专业毕业的教师比例不到20%,近40%的课程都是由非数学史专业的教师(仅曾修读过数学史专业的相关课程)承担,20%是由未曾修读过数学史相关专业的教师承担。从前文所述中对于师范院校数学史类课程的专业性要求,以及对于任课教师的专业性要求来看,现状距离基本要求还有不小的差距,数学史课程师资队伍建设任重道远。

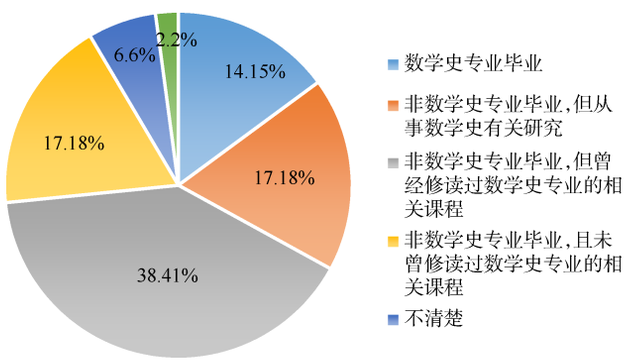


图2　数学史类课程教师背景

3　结论与讨论

通过已有文献分析与现状调查可以得到,在师范教育阶段接受相对系统的数学史知识的学习是(职前)教师专业发展的重要环节,直接影响到其今后的教育教学能力的发展。

3.1　课程地位需进一步提升

虽然绝大多数师范院校都开设了数学史的相关课程,为教师的专业发展提供了重要的保障。但是,多数学校依然没有将数学史课程作为必修课程,这与职前教师对于数学史的知识需求不相匹配,也启示相关院校在师范教育课程设置中,提高对于数学史课程的重视程度,保证数学史课程必修课的要求和相应的课时数。当前教育主管部门正在广泛地开展师范认证工作,其对于人才培养方案的要求比较高,要求培养方案不要流于形式,不但要考虑学生在学校的发展,还要考虑学生毕业后的发展。从促进现有师范教育课程发展的角度出发,在各级师范认证要求中,明确强调现有开设数学史课程是必要的。

3.2　课程学时需增加

所有师范院校的数学史课程都集中在一个学期,多数设置32学时,也就意味着每周2学时的课程。对于师范院校的学生而言,既要学习数学史的基本理论知识,还要掌握如何将数学史与一线的教

学相结合。一周2学时基本能够满足理论知识的学习,应该在此基础之上每周增加1学时来学习或者实践如何将理论融入到实践中。师范院校的数学史课程开设可以划分为理论学习学时和实践探讨学时(32+16学时),比如学习了古代数学史中的数的起源,可以让学生们探讨如何将数的起源融入到中小学数学的课堂教学中。

3.3 课程授课形式需更多样化

数学史的课程呈现方式主要以讲授式为主,辅助以小组报告的形式。为了更好地调动学生学习数学史的积极性,可以采取更加多样化的教学方式。可以考虑将信息技术与数学史进行有机的融合,让数学史生动形象起来,比如借助信息技术来探讨“祖暅原理”,让传统的历史动起来。除此之外,还可以考虑案例式教学,将中小学教材中的某个教学章节或者单元作为案例来探讨如何进行数学史融入的教学设计探讨。

3.4 教师队伍需进一步专业化

从现有数学史课程的开设质量来看,接近半数的任课教师既不具备数学史专业学历背景,也不从事数学史研究,只是修读过数学史课程,更有接近20%的教师未曾修读过数学史相关的课程,无法达到数学史课程授课的专业要求。因此,为了更好地对师范生进行培养,当前师范院校的师资岗位设置应考虑到数学史专业教师的配备,应重视引进数学史方向的专业教师来从事数学史的教学。在当前数学史专业人员不足的情况下,应鼓励任课教师在从事本专业研究的同时,接受一定的数学史专业培训,从事一定的数学史研究,即使从单一的专业课教学的立场上出发,投入适当力量开展本学科史的研究和教学工作,对于培养专业人才也是有价值的,对提高本专业的授课水平是有益的。

4 结束语

本文从理论上探讨分析了师范院校开设数学史类课程的价值,通过实证的调查数据分析了当前我国师范院校开设数学史类课程的现状,基于此提出了相关的教学参考建议。但是本文的调查对象只限于教师,并未提供基于师范生视角的相关数据,未来会进一步补充此方面的数据来充实当前的研究。

参 考 文 献

[1] 金尚年.自然科学史研究的发展、意义及其在综合大学中应有的地位[J].自然辩证法通讯,1984(1):72-73.

[2] CAJORI F. The pedagogic value of the history of physics [J]. The School Review,1899,7(5):278-285.

[3] CAJORI F. A history of mathematics[M]. New York: The Macmillan Company,1911.

[4] 中国数学会数学通报编辑委员会.初等数学史[M].北京:科学技术出版社,1959.

[5] WANG X Q,QI C Y,WANG K. A categorization model for educational values of history of mathematics: an empirical study [J]. Science & Education, 2017, 26: 1029-1052.

[6] THOMAS J C. Research and teacher education: in search of common ground [J]. Journal for Research in Mathematics Education,1994,25(6):609-611.

[7] 梁永平.职前教师学科教学知识发展的理论与实践路径[J].课程·教材·教法,2013,33(1):106-112.

[8] 王燕荣,韩龙淑.职前教师学科教学知识的现状及提升路径研究[J].教育理论与实践,2018,38(22):31-35.

[9] 徐章韬,龚建荣.学科知识和学科教学知识在课堂教学中的有机融合[J].教育学报,2007(6):34-39.

[10] STEIN M K, ENGLE R A, SMITH M S, et al. Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell [J]. Mathematical Thinking and Learning,2008,10(4): 313-340.

[11] ERNEST P. The history of mathematics in the classroom [J]. Mathematics in School,1998(27):25-31.

[12] JANKVIST U T. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education [J]. Educational Studies in Mathematics, 2009, 71 (3): 235-261.

[13] VAN M J. New maths may profit from old methods[J]. For the Learning of Mathematics,1997,17(2):39-46.

[14] MARSHALL G, RICH B. The role of history in a mathematics class [J]. Mathematics Teacher, 2000, 93 (8):704-706.

[15] BIDWELL J K. Humanize your classroom with the history of mathematics[J]. Mathematics Teacher,1993, 86(6):461-464.

[16] WILSON P S, CHAUVOT J B. Who? How? What? A strategy for using history to teach mathematics [J]. Mathematics Teacher,2000,93(8):642-645.

[17] 覃淋,姚芳.数学史与数学教育研究现状及展望[J].首

都师范大学学报(自然科学版),2018,39(3):9-15.
[18] FURINGHETTI F. History and mathematics education: a look around the world with particular reference to Italy [J]. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education,2004,3(1/2):1-20.
[19] JONES P S. The history of mathematics as a teaching tool[J]. The Mathematics Teacher,1957,(50):59-64.
[20] FAUVEL J. Using history in mathematics education[J]. For the Learning of Mathematics,1991,11(2):3-6.
[21] JANKVIST U T, MOSVOLD R, JAKOBSEN A, et al. Mathematical knowledge for teaching in relation to history in mathematics education[EB/OL]. [2023-03-10]. https://www. researchgate. net/publication/343341276_Mathematical_knowledge_for_teaching_in_relation_to_history_in_mathematics_education.
[22] KARADUMAN G B. A sample study for classroom teachers addressing the importance of utilizing history of math in math education [J]. Procedia Social and Behavioral Sciences,2010,2(2):2689-2693.
[23] HORTON L B, PANASUK R M. Raising awareness the history of mathematics in high school curriculum' [J]. International Journal of Humanities and Social Science, 2011,1(16):37-46.
[24] YUSTE P. Learning mathematics through its history[J]. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2010, 2(2): 1137-1141.
[25] PANAGIOTOU E N. Using history to teach mathematics: the case of logarithms [J]. Science & Education,2011,20(1):1-35.
[26] SCHOENFELD A H. Reframing teacher knowledge: a research and development agenda [J]. ZDM-Mathematics Education, 2019,52(2):359-376.
[27] 傅海伦,贾如鹏.试析我国高校数学史教育发展及研究现状[J].高等理科教育,2005(4):9-11.
[28] 教育部.教育部关于印发《普通高等学校师范类专业认证实施办法(暂行)》的通知[EB/OL].(2017-10-26)[2023-03-21].https://www.moe.gov.cn/srcsite/A10/s7011/201711/ t20171106_318535.html.
[29] 汪晓勤. HPM:数学史与数学教育[M].北京:科学出版社,2017.

(责任编辑:马田田)

(上接第42页)

[6] 王宪杰.对称区域上二重积分和三重积分的计算[J].牡丹江师范学院学报(自然科学版),2007(4):65-66.
[7] 葛淑梅.对称区域上二重积分的简化计算方法[J].焦作大学学报,2018,32(1):101-103.
[8] 刘红梅.二重积分计算巧用对称性简化求解[J].普洱学院学报,2018,34(6):45-47.
[9] 白旭亚,赵微.二重积分的简便计算[J].大庆师范学院学报,2018,38(3):41-43.
[10] 郑剑平.计算二重积分的几种简便方法[J].赤峰学院学报(自然科学版),2019,35(5):7-9.
[11] 孙卫卫,杜美华.巧用分部积分法求解二重积分[J].牡丹江师范学院学报(自然科学版),2014(4):1-2.
[12] 钟煜妮,林文贤.分部积分法在重积分中的应用[J].高师理科学刊,2015,35(1):11.
[13] 闫善文,张国铭.一道二重积分例题的几种解法[J].高等数学研究,2018,21(4):87-89.
[14] 周俊,周秀君.利用坐标平移计算重积分[J].长江大学学报(自然科学版),2010,7(2):138-140.
[15] 杜先云,任秋道.利用圆域的参数方程计算重积分[J].数学学习与研究,2021(7):148-149.
[16] 李萍,冯进钤,范钦伟.利用换元法求一类二重积分[J].高等数学研究,2021,24(3):38-40.
[17] 张文丽,张安玲.二重积分变量变换选取方法的探究学习[J].高等数学研究,2022,25(2):25-27.
[18] 林伟,王瑞霞,叶正麟,等.若干非圆弧的扇形环域上二重积分变换[J].高等数学研究,2023,26(2):4-6.
[19] 同济大学数学系.高等数学:下册[M].7版.北京:高等教育出版社,2014.
[20] 华东师范大学数学系.数学分析:下册[M].3版.北京:高等教育出版社,2001.

(责任编辑:马田田)