DOI：10.19789/j.1004-9398.2024.02.006
文献引用：李晨怡，刘姗姗，赵琰瑞，等．贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑的理论研究[J]．首都师范大学学报（自然科学版），2024，45（2）：55-64. LI C Y，LIU S S，ZHAO Y R，et al. Theoretical investigation on Bessel beam transmission through a polygonal binary amplitude diaphragm [J]. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2024，45（2）：55-64.

贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑的理论研究*

李晨怡，刘姗姗，赵琰瑞，叶佳声**，张　岩
（首都师范大学物理系，北京　100048）

摘要：本文提出一种多边形二元振幅光阑，并将其应用于压制贝塞尔光束在自由空间传输过程中的光强振荡。利用严格的数学推导，得出多边形二元振幅光阑的等效振幅透射系数公式。通过对贝塞尔光束轴上光强的优化设计，得到多边形二元振幅光阑的最佳结构参数。基于完全的瑞利-索莫菲方法的数值模拟结果显示，优化设计的多边形二元振幅光阑，不仅沿光轴方向，而且在垂直于光轴的横截面内，均很好地压制了贝塞尔光束的光强振荡。相比于现有文献中的渐变振幅光阑或心形二元振幅光阑，本文提出的多边形二元振幅光阑具有加工简单、成本低廉的优势，将为贝塞尔光束在实际光学系统中的广泛应用提供重要的指导价值。

关键词：多边形二元振幅光阑；贝塞尔光束；光强振荡；完全的瑞利-索莫菲方法
中图分类号：O43　　**文献标志码**：A

Theoretical investigation on Bessel beam transmission through a polygonal binary amplitude diaphragm*

LI Chenyi，LIU Shanshan，ZHAO Yanrui，YE Jiasheng**，ZHANG Yan
（Department of Physics，Capital Normal University，Beijing　100048）

Abstract：We propose a new kind of polygonal binary amplitude diaphragm（PBAD），which is employed to suppress intensity oscillations of propagating Bessel beams in free space. With exact mathematical deductions，we obtain equivalent amplitude transmission coefficient formulas of the PBAD. Through optimizing the Bessel beam axial intensity，we get the optimum set of structure parameters of the PBAD. Numerical simulation results based on the complete Rayleigh-Sommerfeld method reveal that the optimized PBAD suppresses intensity oscillations of the propagating Bessel beam very well，either along the axial direction or in the cross-sectional planes. Compared with the gradually varying amplitude diaphragm or the cardioid binary amplitude diaphragm in present literatures，the proposed PBAD shows superiorities in easy fabrication and low cost. Our research results will provide important guidance value for wide application of Bessel beams in practical optical systems.

Keywords：polygonal binary amplitude diaphragm（PBAD）；Bessel beam；intensity oscillation；

收稿日期：2023-10-13
* 首都师范大学青年创新团队项目（008/20530290053，008/19530050146，008/18530500155）
** 通信作者：jsye@cnu.edu.cn

complete Rayleigh-Sommerfeld method

CLC:O43 **DC**:A

0 引 言

无衍射光束,最早由Durnin等[1]于1987年提出,其在自由空间中传播时,可保持任意横截面上的光强分布轮廓不发生改变,具有无衍射的特征,因而在光学微操纵[2]、等离子体激元[3]、量子信息[4]、光互联[5]和光学相干合成[6]等方面具有十分广阔的应用前景。Durnin[7]经过严格的数学推导,证明贝塞尔函数是自由空间中波动方程的一组解析解,因此,贝塞尔光束是一类特殊的无衍射光束。贝塞尔光束具有光斑尺寸小、自重建和自加速等优良特性[8-10],在光学加工[11-13]、光学成像[14-16]和光学显微[17-19]等方面具有独特的优势。

由于无限大尺寸的贝塞尔光束包含无穷多的能量,因此实际上无法产生。实验中报道的贝塞尔光束均是有限尺寸的光束[20-21]。然而,当贝塞尔光束被有限尺寸圆孔截断时,沿光轴方向的衍射光强呈现剧烈的振荡效应,严重限制了贝塞尔光束更加广泛的实际应用。在已有的文献中,科学家们提出了很多种方案来压制贝塞尔光束透射圆孔后的振荡效应。1992年,Cox和D'anna[22]引入了一种渐变振幅光阑来压制贝塞尔光束的轴上光强振荡,实现了贝塞尔光束在很长距离范围内的稳定传输;2009年,Čižmár和Dholakia[23]采用角谱方法设计了振幅-相位全息元件,并利用空间光调制器在实验中实现了对贝塞尔光束轴上光强分布的任意调控,完美压制了贝塞尔光束的轴上光强振荡;2018年,Ye等[24]提出了一种由振幅透射系数转换透射区域占空比的方法,将渐变振幅光阑转换为一种心形二元振幅光阑。当贝塞尔光束透射优化的心形二元振幅光阑时,轴上光强振荡被完美压制,获得了长距离稳定传输的贝塞尔光束。在上述所有的方案中,光学元件的加工均需依赖现代微光刻技术,制作过程复杂,成本较高,亟需探索一种既能完美压制贝塞尔光束轴上光强振荡,又易于加工的新型光学元件。

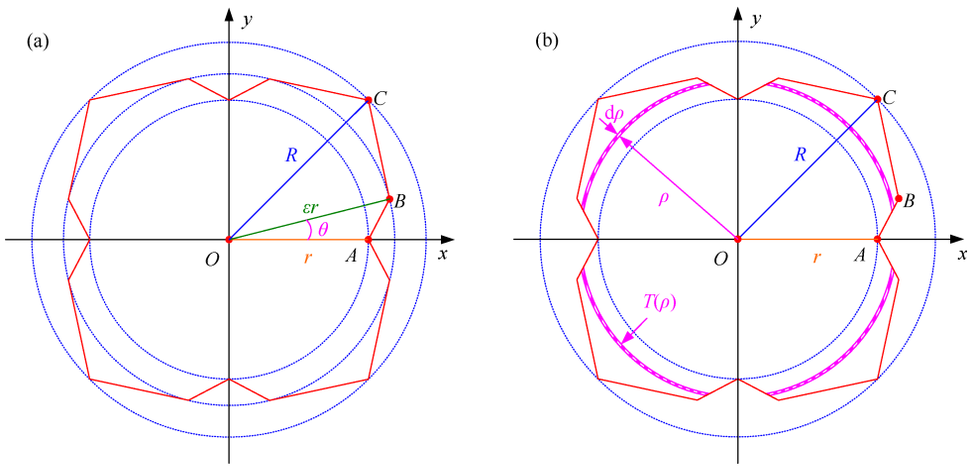
本文设计一种多边形二元振幅光阑,当贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后,期望能完美压制贝塞尔光束在传输过程中的光强振荡。由于多边形二元振幅光阑可以通过机械切割技术进行制备,不再依赖复杂、昂贵的微光刻技术。因此,相比于传统的渐变振幅光阑、振幅-相位全息元件以及心形二元振幅光阑,其具有制造工艺简单、成本低廉的优势,有望促进贝塞尔光束在实际光学系统中的广泛应用。

1 多边形二元振幅光阑的设计及等效振幅透射系数公式的推导

1.1 多边形二元振幅光阑的设计原理

本文提出利用多边形二元振幅光阑压制贝塞尔光束的光强振荡,其中的关键问题是多边形二元振幅光阑的设计及振幅透射系数函数的求解(图1)。图1(a)中的封闭红色实线给出了多边形二元振幅光阑的示意图,其中封闭红色实线包围的区域内和外振幅透射系数分别为1和0。为简便起见,本文所设计的二元振幅光阑为十六边形,且该十六边形二元振幅光阑沿方位角方向具有四重对称性。假定该十六边形二元振幅光阑的4条对称轴分别为x,y,直线$y=x$和$y=-x$,如图1(a)所示。由图1(a)可知,为确定该十六边形二元振幅光阑的结构,只需要找出点A、B和C的位置即可,其中点A位于x轴上,点C位于直线$y=x$上。换句话说,该十六边形二元振幅光阑的结构依赖于点A、C、B的径向距离和B的方位角4个参数,其中点A和C的径向距离分别固定为r和$R=\sqrt{2}r$,通过改变点B的位置,可以连续调控十六边形二元振幅光阑的形状。点B的位置可通过径向距离比(ε)(即点B的径向距离与点A的径向距离之比)和方位角(θ)2个参数唯一确定。在本文中,ε和θ的取值分别限制在$[1,\sqrt{2}]$和$[0,45°]$范围内。

在已有文献中,为压制贝塞尔光束的轴上光强振荡,通常采用的方法是对振幅型光阑的边缘区域进行软化处理[22,24],使边缘区域的等效振幅透射系数($T(\rho)$)由1渐变到0,从而削弱贝塞尔光束在光阑边缘的衍射效应。本文中优化设计多边形二元振幅光阑,也是基于上述思路,以实现对贝塞尔光束在传输过程中轴上光强振荡的压制。由图1(b)可知,当径向距离(ρ)不同时,多边形二元振幅光阑的透射区域(图1(b)中的粉色阴影圆弧)对原点所张的角度不同。当$\rho<r$时,多边形二元振幅光阑的



注:点A、B和C分别表示十六边形二元振幅光阑的边界位置;r、εr和R分别表示点A、B和C的径向距离;ε和θ分别表示点B的径向距离比和方位角;ρ、dρ和$T(\rho)$分别表示任意位置处无限窄圆环的径向距离、环宽和等效振幅透射系数。

图1　二元振幅光阑的结构及等效振幅透射系数示意

(a)二元振幅光阑的边界轮廓;(b)二元振幅光阑在任意半径ρ处的透射区域

振幅透射系数恒定为1;当$r \leqslant \rho \leqslant R$时,多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$取决于透射圆弧占整个圆周的比值,即图1(b)中的粉色阴影部分所对应的弧度与2π的比值,因此,$0 \leqslant T(\rho) \leqslant 1$;当$\rho>R$时,多边形二元振幅光阑的振幅透射系数恒定为0。很显然,对于上述多边形二元振幅光阑而言,当$r \leqslant \rho \leqslant R$时,形成了一个$T(\rho)$由1逐渐减小到0的环形过渡区域,有望压制贝塞尔光束的轴上光强振荡。

1.2　多边形二元振幅光阑的设计方法及其$T(\rho)$公式

为优化得到ε和θ的最佳组合参数,需要严格推导出多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$随ρ变化规律的解析表达式,这样在计算贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后的轴上光强分布时,就可以通过对ρ的一维积分取代对整个入射平面的二维积分,大大节约计算时间,提高优化效率。本文分2类情况推导多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$公式。

1.2.1　线段AB与半径为r的圆周在第一象限只存在1个交点A的情况

当线段AB与半径为r的圆周相切时,经过简单的数学推导可得,点B所在位置的ε与θ满足$\theta = \cos^{-1}(1/\varepsilon)$。换句话说,只有当$\theta \leqslant \cos^{-1}(1/\varepsilon)$时,多边形二元振幅光阑的边界线段$AB$与半径为$r$的圆周在第一象限内只存在1个交点$A$,如图2(a)所示。此时,根据$\rho$的不同,多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$可写成分段函数的形式:

(i) 当$0 \leqslant \rho \leqslant r$时,$T(\rho) = 1$。

(ii) 当$r \leqslant \rho \leqslant \varepsilon r$时,在$\theta$为0~45°的范围内,透射区域的形状如图2(b)所示,在线段AB上任取一点D,设其径向距离为ρ,为求解点D所在圆周的$T(\rho)$,在ΔOAB和ΔOBD中,分别利用正弦定理可得:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{r} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}, \tag{1a}$$

$$\frac{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}{\varepsilon r} = \frac{\sin(\alpha_1)}{\rho}, \tag{1b}$$

式中α_1和β_1分别表示$\angle OBD$和$\angle BOD$。

联立方程(1a)和(1b),可得到

$$\beta_1 = \sin^{-1}\left[\frac{\varepsilon r^2\sin\theta}{\rho\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right] - \sin^{-1}\left[\frac{r\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]。 \tag{2}$$

此时,$T(\rho)$的公式给定为

$$T(\rho) = \frac{\pi/4 - \theta + \beta_1}{\pi/4} = \frac{\pi - 4\theta + 4\beta_1}{\pi} = 1 - \frac{4\theta}{\pi} + \frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon r^2\sin\theta}{\rho\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi} -$$

$$\frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{r\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi}。\quad (3)$$

(iii) 当$\varepsilon r \leqslant \rho \leqslant R$时,透射区域的形状如图2(c)所示,在线段$BC$上任取一点$E$,其径向距离为$\rho$,为求解点$E$所在圆周的$T(\rho)$,在$\Delta OBC$和$\Delta OCE$中,分别应用正弦定理得:

$$\frac{\sin(\alpha_2)}{\varepsilon r} = \frac{\sin(\pi/4 - \theta)}{\sqrt{(\sqrt{2}R/2 - \varepsilon r\cos\theta)^2 + (\sqrt{2}R/2 - \varepsilon r\sin\theta)^2}},\quad (4a)$$

$$\frac{\sin(\alpha_2)}{\rho} = \frac{\sin(\alpha_2 + \beta_2)}{R},\quad (4b)$$

式中α_2和β_2分别表示$\angle OCE$和$\angle COE$。

联立方程(4a)和(4b),可得到

$$\beta_2 = \sin^{-1}\left[\frac{\varepsilon rR\sin(\pi/4-\theta)}{\rho\sqrt{(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta)^2+(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right] - \sin^{-1}\left[\frac{\varepsilon r\sin(\pi/4-\theta)}{\sqrt{(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta)^2+(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]。\quad (5)$$

此时,$T(\rho)$的公式给定为

$$T(\rho) = \frac{\beta_2}{\pi/4} = \frac{4\beta_2}{\pi} = \frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon rR\sin(\pi/4-\theta)}{\rho\sqrt{(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta)^2+(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi} - \frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon r\sin(\pi/4-\theta)}{\sqrt{\left(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta\right)^2+\left(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta\right)^2}}\right]}{\pi}。\quad (6)$$

(iv) 当$\rho > R$时,$T(\rho) = 0$。

1.2.2 线段AB与半径为r的圆周在第一象限存在2个交点的情况

若点B所在位置处的ε与θ满足$\theta > \cos^{-1}(1/\varepsilon)$,则多边形二元振幅光阑的边界线段$AB$与半径为$r$的圆周在第一象限内存在2个交点,如图2(d)中的点A和F所示,此时,多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$与ρ的函数关系将变得更加复杂,原因在于,线段AB与半径为r的圆周相割,所以在半径为r的圆内振幅透射系数不再恒定等于1。以下根据ρ的不同,分类讨论多边形二元振幅光阑$T(\rho)$的分段函数表达式。

(i) 首先,做一个与线段AF相切的圆,如图2(d)中的粉色虚线所示。假定该圆的半径为r_0,很显然,在半径为r_0的圆内部,振幅透射系数恒等于1。由于ΔOAF是一个等腰三角形,所以,底边AF的中垂线段OG的长度即为待求半径r_0。在ΔOAB中,利用正弦定理得

$$\frac{\sin(\alpha_3)}{\varepsilon r} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}},\quad (7)$$

式中α_3表示$\angle OAG$。

在直角ΔOAG中,根据正弦函数的定义,可知$r_0 = r\sin(\alpha_3)$。将式(7)代入可得

$$r_0 = \frac{\varepsilon r^2\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}。\quad (8)$$

因此,当$0 \leqslant \rho \leqslant \varepsilon r^2\sin\theta \big/ \sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}$时,$T(\rho) = 1$。

(ii)在$\varepsilon r^2\sin\theta \big/ \sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2} \leqslant \rho \leqslant r$的环形区域内,多边形二元振幅光阑的振幅透射系数是$\rho$的函数。在线段$AF$上任取一点$H$,如图2(d)所示,假设径向距离为$\rho$,在直角$\Delta OGH$中,根据余弦函数的定义,可知$\cos(\beta_3) = r_0/\rho$。将式(8)代入,可以计算得到该环形区域内$T(\rho)$的公式为

$$T(\rho) = \frac{\pi/4 - 2\beta_3}{\pi/4} = \frac{\pi - 8\beta_3}{\pi} = \frac{\pi - 8\cos^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon r^2\sin\theta}{\rho\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi}。\quad (9)$$

(iii) 当$r \leqslant \rho \leqslant \varepsilon r$时,类比于图2(b)中的情况,可推导得到该环形区域内$T(\rho)$的公式为

$$T(\rho) = 1 - \frac{4\theta}{\pi} + \frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon r^2\sin\theta}{\rho\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi} - \frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{r\sin\theta}{\sqrt{(\varepsilon r\cos\theta - r)^2 + (\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi}。\quad (10)$$

(iv) 当$\varepsilon r \leqslant \rho \leqslant R$时,类比于图2(c)的情况,可

推导得到该环形区域内 $T(\rho)$ 的公式为

$$T(\rho)=\frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon rR\sin(\pi/4-\theta)}{\rho\sqrt{(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta)^2+(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta)^2}}\right]}{\pi}-\frac{4\sin^{-1}\left[\dfrac{\varepsilon r\sin(\pi/4-\theta)}{\sqrt{\left(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\cos\theta\right)^2+\left(\sqrt{2}R/2-\varepsilon r\sin\theta\right)^2}}\right]}{\pi}。\tag{11}$$

(v)当 $\rho>R$ 时,$T(\rho)=0$。

2　贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后的光场分布及光学性能评价公式

对于三维空间的光学衍射问题,利用完全的瑞利-索莫菲方法[25],可计算得到透射区域内任意一点 (x',y',z') 处的光场分布为

$$U(x',y',z')=\frac{kz'}{\mathrm{j}2\pi}\iint U_0(x,y,z=0)\frac{\exp(\mathrm{j}kr)}{r^2}\left(1-\frac{1}{\mathrm{j}kr}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\tag{12}$$

式中:$U(x',y',z')$ 和 $U_0(x,y,z=0)$ 分别表示出射面内观察点 (x',y',z') 和入射面内源点 $(x,y,z=0)$ 处的复振幅光场分布;$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 为虚数单位;$k=2\pi/\lambda$ 和 λ 分别表示入射光波的波数和波长;$r=\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+z'^2}$ 表示观察点与源点之间的距离。

当贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑时,入射面内的光场可以表示为

$$U_0(x,y,z=0)=J_0\left(\beta\sqrt{x^2+y^2}\right)\times T(x,y),\tag{13}$$

式中:J_0 表示零阶贝塞尔函数;β 表示贝塞尔光束的横向波数;$T(x,y)$ 为多边形二元振幅光阑的振幅透

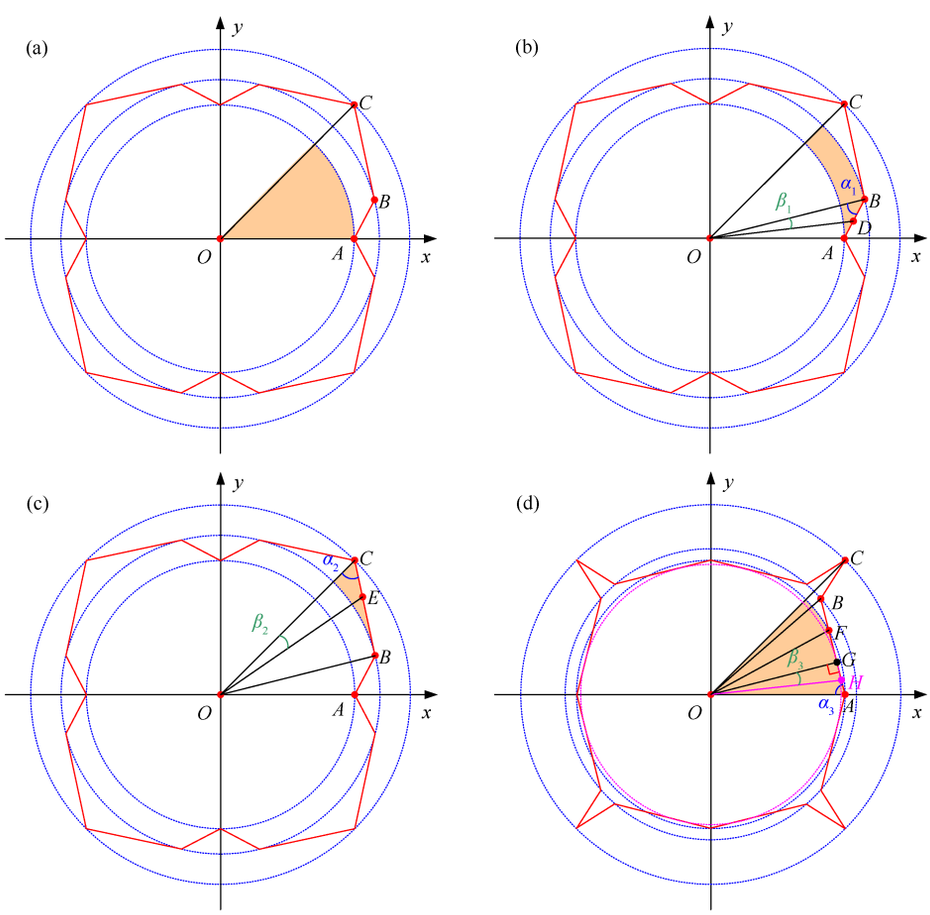


图 2　多边形二元振幅光阑的透射区域示意

(a)线段 *AB* 与半径为 *r* 的圆周在第一象限只存在 1 个交点且 $0\leqslant\rho\leqslant r$;(b)线段 *AB* 与半径为 *r* 的圆周在第一象限只存在 1 个交点且 $r\leqslant\rho\leqslant\varepsilon r$;(c)线段 *AB* 与半径为 *r* 的圆周在第一象限只存在 1 个交点且 $\varepsilon r\leqslant\rho\leqslant R$;(d)线段 *AB* 与半径为 *r* 的圆周在第一象限存在 2 个交点且 $0\leqslant\rho\leqslant r$

射系数函数。

当计算光轴上的光场分布时,利用旋转对称性,式(12)可以简化为

$$U(0,0,z')=\frac{kz'}{\mathrm{j}2\pi}\int J_0(\beta\rho)\left[\int_0^{2\pi}T(\rho)\mathrm{d}\theta\right]\frac{\exp\left(\mathrm{j}k\sqrt{\rho^2+z'^2}\right)}{\rho^2+z'^2}\times\left(1-\frac{1}{\mathrm{j}k\sqrt{\rho^2+z'^2}}\right)\rho\mathrm{d}\rho,\tag{14}$$

式中:$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$和θ分别表示入射面内的径向距离和方位角;$T(\rho)$为多边形二元振幅光阑的等效振幅透射系数。

在对多边形二元振幅光阑的结构参数进行优化时,最关键的评价指标就是尽可能地压制贝塞尔光束轴上光强的振荡效应,并由此选取ε和θ的最佳组合参数。为此,定义某段轴向距离范围$[z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}]$轴上光强的平均相对偏差为

$$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)=\frac{\int_{z_\mathrm{b}}^{z_\mathrm{e}}\left|I(0,0,z')-I_0(0,0,z=0)\right|\mathrm{d}z'}{\int_{z_\mathrm{b}}^{z_\mathrm{e}}I_0(0,0,z=0)\mathrm{d}z'}\times100\%,\tag{15}$$

式中:$I(0,0,z')=\left\|U(0,0,z')\right\|^2$表示根据式(14)计算的轴上观察点$(0,0,z')$处的光场强度分布;$I_0(0,0,z=0)=\left|J_0(\beta\sqrt{0^2+0^2})\right|^2=1$表示理想贝塞尔光束的轴上光强。

一旦选定了ε和θ的数值,就表明多边形二元振幅光阑的结构完全确定,利用式(12)和(13)就可以计算垂直于光轴的任意横截面内的光场分布。由于多边形二元振幅光阑不具备旋转对称性,所以,横截面内的光场分布也不满足旋转对称性。为定量衡量横向光强的不稳定性,定义横向光强的相对偏差为

$$\delta^\mathrm{t}\left(x',y',z'\right)=\frac{\left|I\left(x',y',z'\right)-I_0\left(x',y'\right)\right|}{\max\left[I_0\left(x',y'\right)\right]}\times100\%,\tag{16}$$

式中:$I\left(x',y',z'\right)=\left\|U\left(x',y',z'\right)\right\|^2$表示根据式(12)计算的横向光场的强度分布;$I_0\left(x',y'\right)=\left|J_0(\beta\sqrt{x'^2+y'^2})\right|^2$表示理想贝塞尔光束的横向光强分布;$\max\left[I_0\left(x',y'\right)\right]$表示理想贝塞尔光束的横向光强的最大值。

3　多边形二元振幅光阑的结构参数优化及贝塞尔光束的传输性能分析

3.1　多边形二元振幅光阑的结构参数优化

通过改变多边形二元振幅光阑的形状,模拟计算透射的贝塞尔光束的轴上光强分布。当$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)$取最小值时,优化得到所对应的$\varepsilon$和$\theta$的数值。参数选定如下:入射贝塞尔光束的横向波数为$\beta=10^4\ \mathrm{m}^{-1}$;入射光的波长为$\lambda=632.8\ \mathrm{nm}$;多边形二元振幅光阑的内径和外径分别为$r=15\sqrt{2}\ \mathrm{mm}$和$R=30\ \mathrm{mm}$。在计算$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)$时,轴向范围的起始位置和终止位置分别选定为$z_\mathrm{b}=0$和$z_\mathrm{e}=10\ \mathrm{m}$。$\varepsilon$的最小值为1,最大值为$\sqrt{2}$,取样间隔为$\left(\sqrt{2}-1\right)/100$;$\theta$的最小值为0,最大值为$\pi/4$,取样间隔为$\pi/400$。由于$\varepsilon$和$\theta$各有101种可能的取值,因此,多边形二元振幅光阑一共存在101×101=10 201种可能的结构。

针对ε和θ可能存在的10 201种组合参数,利用式(15),计算得到对应的$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)$,如图3所示。可以得出4点结论:(1)当$\varepsilon$逐渐增大时,$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)$的最大值呈现振荡上升的趋势,这是因为随着$\varepsilon$的增大,多边形二元振幅光阑的形状逐渐趋近于圆形,$T(\rho)$由1过渡到0的环形区域的宽度太窄导致的。(2)当$\varepsilon$和$\theta$的组合参数位于图3中沿直线$y=x$方向附近时,$\delta^\mathrm{a}\left(z_\mathrm{b},z_\mathrm{e}\right)$较小,这是因为这种组合参数能够使得如图2(a)中的多边形二元振幅光阑在2个外环区域内的$T(\rho)$具备基本相等的下降速率,不至于产生

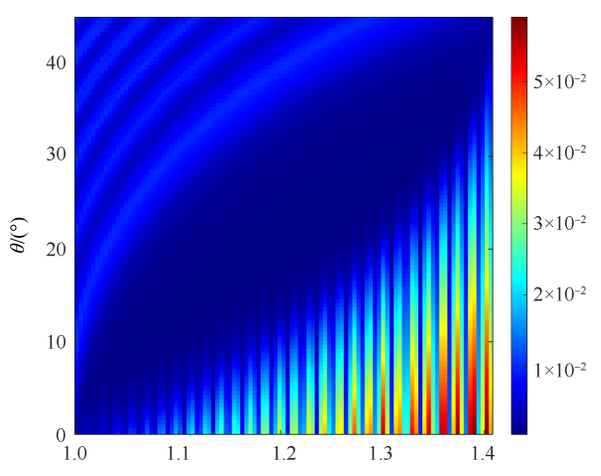


图3　轴上光强的平均相对偏差随径向距离比(ε)和方位角(θ)的变化关系

较强的破坏性干涉效应。(3)当θ的数值比较大时,无论ε取任何数值,$\delta^{a}(z_b,z_e)$均比较小,原因在于,多边形二元振幅光阑边界上的点B都位于靠近线段OC的区域,如图2(d)所示,此时线段AB所在内部环形区域(即粉色虚线和次外围蓝色虚线之间的区域)将为入射的贝塞尔光束提供一个相对较宽的过渡区域,使其$T(\rho)$从1比较缓慢地逐渐下降到一个较小的数值,基本实现了对贝塞尔光束轴上光强振荡的压制;而最外围的圆环区域(即最外围蓝色虚线和次外围蓝色虚线之间的区域)由于透光面积较小,对透射贝塞尔光束的轴上光强的扰动影响不大;与此同时,随着ρ的增大,最外围的圆环区域内的$T(\rho)$将在内环区域下降趋势的基础上进一步减小到0,也对获得更加稳定的轴上光强分布起到了辅助作用。(4)在图3的右下角和左上角区域,轴上光强的平均相对偏差均呈现了准周期性的增大和减小的变化规律,这是因为随着ε和θ的连续变化,透射的贝塞尔光束的轴上光强分布将产生准周期性的干涉加强和减弱效应,分别对应于贝塞尔光束的轴上光强振荡比较显著和微弱的情况。数值模拟结果表明,在101×101组可能的组合参数中,当ε和θ分别取第48和41组数值时,$\delta^{a}(z_b,z_e)$取最小值,在这种情况下,$\varepsilon=1+(48-1)\times(\sqrt{2}-1)/100=1.1947$,$\theta=(41-1)\times(\pi/4)/100=\pi/10$,$\delta^{a}(z_b,z_e)$的最小值为0.042%。

3.2　贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后的轴上光强分布

对于优化得到的多边形二元振幅光阑,计算了其振幅透射系数分布,如图4(a)所示,其中红色区域和蓝色区域的振幅透射系数分别为1和0。由图4(a)可知,随着ρ的增大,透射区域的占空比逐渐减小,正是多边形二元振幅光阑边缘附近的过渡区域有效削弱了贝塞尔光束的衍射效应,压制了贝塞尔光束的轴上光强振荡。图4(b)给出了多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$随ρ的变化规律,对应于第一类情况,即线段AB与半径为r的圆周在第一象限内只存在1个交点A的情况。由图4(b)可知,多边形二元振幅光阑的$T(\rho)$由4段分段函数组成:在半径为r的圆内部,$T(\rho)$恒定为1;在$r\leqslant\rho\leqslant\varepsilon r$与$\varepsilon r\leqslant\rho\leqslant R$的2个圆环内部,$T(\rho)$由1单调下降到0,但2个圆环内部的下降速率不同;当$\rho>R$时,$T(\rho)$恒定为0。为检验优化后的多边形二元振幅光阑对压制贝塞尔光束轴上光强振荡的效果,利用式(14),模拟计算了贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后的轴上光强分布,如图4(c)所示。由图4(c)可知,沿光轴方向很长的一段传输距离范围内,获得了比较

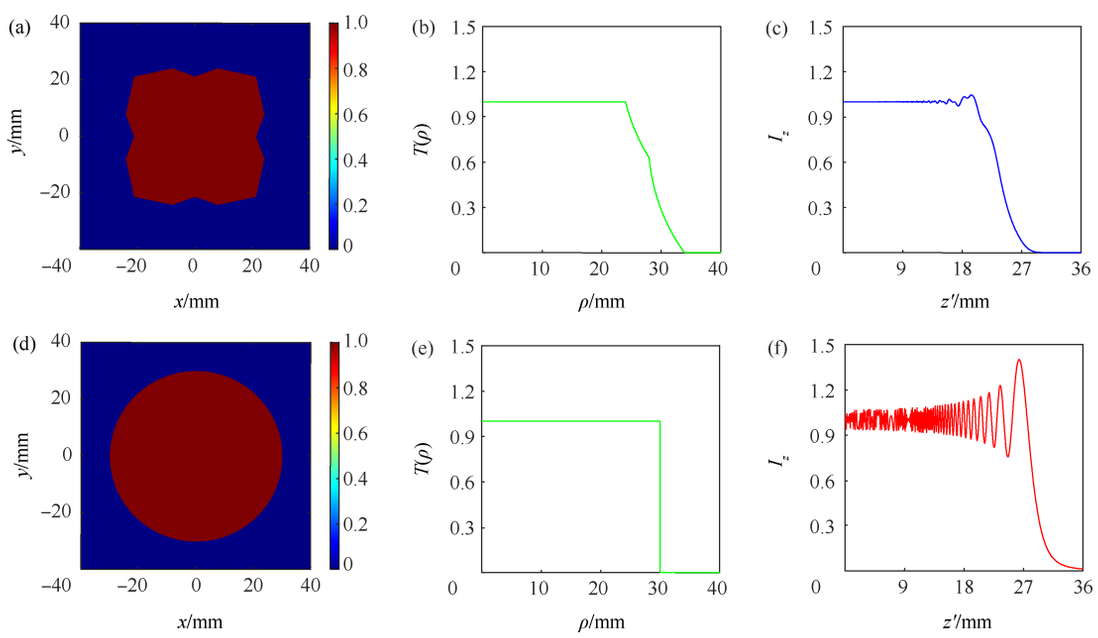


图4　贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑和圆孔的光学性能分布

(a)最优化的多边形二元振幅光阑的振幅透射系数分布;(b)多边形二元振幅光阑的等效振幅透射系数随径向距离的变化关系;(c)贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后的轴上光强分布;(d)圆孔的振幅透射系数分布;(e)圆孔的振幅透射系数随径向距离的变化关系;(f)贝塞尔光束透射圆孔后的轴上光强分布

平坦的轴上光强分布,表明优化后的多边形二元振幅光阑几近完美地压制了贝塞尔光束的轴上光强振荡。数值模拟结果表明,当轴向传输距离≤10 m时,轴上光强的振荡偏差(即某一确定轴上位置处实际光强与理想光强之间的相对偏差)≤0.266%。需要特别说明的是,本文也利用式(12),采用二维积分的方法计算了贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后的轴上光强分布,得到的结果与图4(c)中利用$T(\rho)$进行一维积分所得到的结果完全一致,证明了参数优化的有效性。

为方便比较,还研究了贝塞尔光束透射圆孔后的光强分布情况,圆孔的半径为$R=30$ mm。图4(d)给出了圆孔的振幅透射系数分布情况,在圆孔的内部和外部,振幅透射系数分别为1和0。图4(e)展示了圆孔的振幅透射系数随ρ的变化规律,当ρ=R时,振幅透射系数由1跳变到0,即在圆孔的边缘突然截止了入射的贝塞尔光束,使得圆孔边缘处的衍射效应非常显著,透射的贝塞尔光束的轴上光强呈现剧烈的振荡效应,如图4(f)所示。数值模拟结果表明,当贝塞尔光束透射圆孔时,在ρ为0~10 m时,轴上光强的最大振荡偏差为10.094%。通过比较图4(c、f)可知,图4(a)中所设计的多边形二元振幅光阑是压制贝塞尔光束轴上光强振荡的根本原因。

3.3　贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后的横向光强分布

由于多边形二元振幅光阑的结构不具备旋转对称性,当贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后,在垂直于光轴的横截面内的光强分布也不具备旋转对称性。为此,横截面内实际光强与贝塞尔光束理想光强之间的$\delta'(x',y',z')$是限制其广泛应用的另一个关键问题。利用式(12),计算了轴向传输距离为$z_1'=4$ m和$z_2'=8$ m处的横截面内的光强分布,分别如图5(a、b)所示。由图5(a、b)可知,透射后的贝塞尔光束呈现中心为亮斑的同心圆环分布,类似于理想的贝塞尔光束,且几乎很难分辨光强分布沿方位角方向的不对称性。为更加清晰地展示横向光强分布沿方位角方向的不对称程度,利用式(16),计算了2个横截面内的$\delta'(x',y',z')$,分别如图5(c、d)所示。由图5(c、d)可以得出3点结论:(1)贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后的横向光强分布确实不满足旋转对称性;(2)2个横截面内的光强分布沿方位角方向均具有四重对称性,这是由于该多边形二元振幅光阑的结构具备四重对称性所导致的(图4(a));(3)在2个

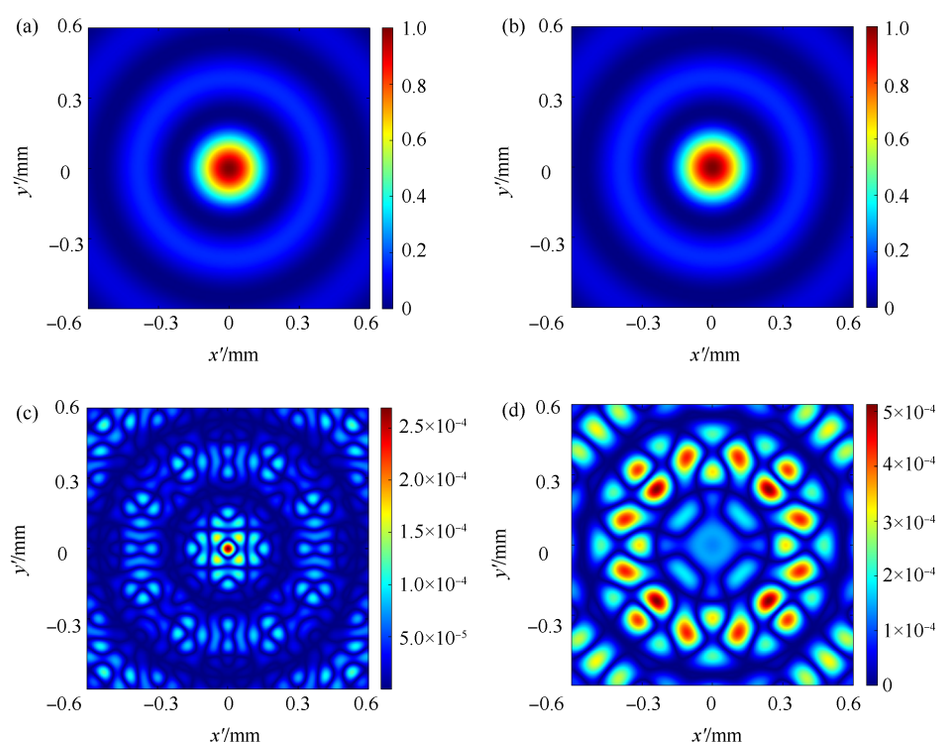


图5　贝塞尔光束透射多边形二元振幅光阑后在不同轴向传输距离处横截面内的光学性能

(a、b)分别对应贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后在轴向传输距离为$z_1'=4$ m和$z_2'=8$ m处的横截面内的光强分布;(c、d)分别对应轴向传输距离为$z_1'=4$ m和$z_2'=8$ m处的横截面内的横向光强相对偏差

横截面内，$\delta^{t}(x',y',z')$ 均保持在一个很小的数值范围之内，$\delta^{t}(x',y',z')$ 的最大值约为 0.05%，其对实际应用的影响几乎可以忽略不计。

3.4 $\delta^{t}(x',y',z')$ 的最大值随轴向传输距离的变化规律

$\delta^{t}(x',y',z')$ 的最大值随轴向传输距离的变化规律如图 6 所示。轴向传输距离的范围选定为 2~10 m，取样间隔为 0.25 m。由图 6 可知，随着轴向传输距离的增大，$\delta^{t}(x',y',z')$ 的最大值呈现振荡上升的趋势。产生振荡效应的原因在于，随着传输距离的连续变化，横截面内的光场将展现准周期性的干涉加强和干涉减弱的现象；产生上升趋势的原因在于，多边形二元振幅光阑的振幅透射系数函数与平顶高斯函数存在差异，而已有文献表明，透射系数分布满足平顶高斯函数的振幅光阑可对整个传输距离范围内的轴上光强振荡实现完美压制[26]。数值模拟结果表明，当轴向传输距离<8 m 时，$\delta^{t}(x',y',z')$ 的最大值<0.1%。

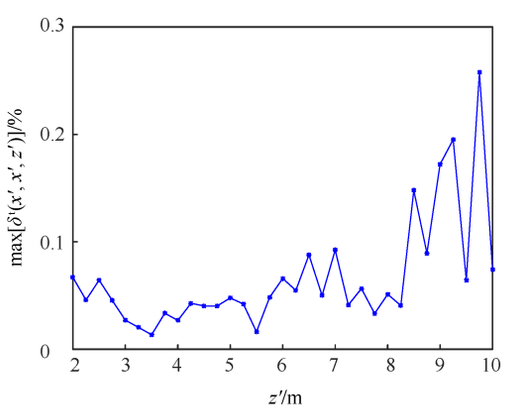


图 6　横向光强相对偏差 $[\delta^{t}(x',y',z')]$ 的最大值随轴向传输距离的变化关系

综上所述，当贝塞尔光束透射最优化的多边形二元振幅光阑后，在很长的传输距离范围之内，不管是沿光轴方向，还是在垂直于光轴的横截面内，均很好地压制了透射光强的振荡效应，获得了长距离、稳定传输的贝塞尔光束，有望推动其在实际光学系统中的广泛应用。

4　结　论

本文提出了一种多边形二元振幅光阑，推导出其 $T(\rho)$ 函数的解析表达式。数值模拟结果表明，优化后的多边形二元振幅光阑，很好地压制了贝塞尔光束的光强振荡效应，在沿光轴方向很长的距离范围内获得了稳定传输的贝塞尔光束。相比于现有文献中利用渐变振幅光阑、振幅-相位全息元件或心形二元振幅光阑压制贝塞尔光束光强振荡的方法，本文提出的多边形二元振幅光阑具有加工简单、成本低廉的优势，将为贝塞尔光束在实际光学系统中的广泛应用提供重要的指导价值。

参 考 文 献

[1] DURNIN J, MICELI J J, EBERLY J H. Diffraction-free beams [J]. Physical Review Letters, 1987, 58(15): 1499-1501.

[2] ASHKIN A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime [J]. Biophysical Journal, 1992, 61(2): 569-582.

[3] SALANDRINO A, CHRISTODOULIDES D N. Airy plasmon: a nondiffracting surface wave [J]. Optics Letters, 2010, 35(12): 2082-2084.

[4] MCLAREN M, AGNEW M, LEACH J, et al. Entangled Bessel-Gaussian beams [J]. Optics Express, 2012, 20(21): 23589-23597.

[5] MACDONALD R P, BOOTHROYD S A, OKAMOTO T, et al. Interboard optical data distribution by Bessel beam shadowing[J]. Optics Communications, 1996, 122(4/5/6): 169-177.

[6] 于涛，夏辉，樊志华，等. 贝塞尔-高斯涡旋光束相干合成研究[J]. 物理学报，2018，67(13)：134203.

[7] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams I: the scalar theory [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651-654.

[8] 吴逢铁，江新光，刘彬，等. 轴锥镜产生无衍射光束自再现特性的几何光学分析[J]. 物理学报，2009，58(5)：3125-3129.

[9] 杨艳飞，陈婧，吴逢铁，等. 像散 Bessel 光束自重建特性的理论和实验研究[J]. 物理学报，2018，67(22)：224201.

[10] 刘会龙，胡总华，夏菁，等. 无衍射光束的产生及其应用[J]. 物理学报，2018，67(21)：214204.

[11] BELLONI V V, BOLLANI M, EATON S M, et al. Micro-hole generation by high-energy pulsed Bessel beams in different transparent materials [J]. Micromachines, 2021, 12(4): 455.

[12] STOIAN R, BHUYAN M K, ZHANG G D, et al. Ultrafast Bessel beams: advanced tools for laser materials processing[J]. Advanced Optical Technologies, 2018, 7(3): 165-174.

[13] DUDUTIS J, MACKEVIČIŪTĖ M, PIPIRAS J, et al. Transversal and axial modulation of axicon-generated Bessel beams using amplitude and phase masks for glass

processing applications[J]. Optics Express, 2022, 30(2):1860-1874.
[14] PLANCHON T A, GAO L, MILKIE D E, et al. Rapid three-dimensional isotropic imaging of living cells using Bessel beam plane illumination[J]. Nature Methods, 2011,8(5):417-423.
[15] FAHRBACH F O, ROHRBACH A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media[J]. Nature Communications,2012,3(1):632.
[16] SHI H T, SHEN G Y, QI H Y, et al. Noise-tolerant Bessel-beam single-photon imaging in fog[J]. Optics Express,2022,30(7):12061-12068.
[17] TAKANEZAWA S, SAITOU T, IMAMURA T. Wide field light-sheet microscopy with lens-axicon controlled two-photon Bessel beam illumination[J]. Nature Communications,2021,12(1):2979.
[18] HE H S, REN Y X, CHAN R K Y, et al. Background-free volumetric two-photon microscopy by side-lobes-cancelled Bessel beam[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics,2021,27(4):6801307.
[19] FAHRBACH F O, GURCHENKOV V, ALESSANDRI K, et al. Self-reconstructing sectioned Bessel beams offer submicron optical sectioning for large fields of view in light-sheet microscopy[J]. Optics Express, 2013,21(9):11425-11440.
[20] POPOV S Y, FRIBERG A. Apodization of generalized axicons to produce uniform axial line images[J]. Journal of Optics A(Pure and Applied Optics), 1998, 7(3): 537-548.
[21] HERMAN R M, WIGGINS T A. Production and uses of diffractionless beams[J]. Journal of the Optical Society of America A,1991,8(6):932-942.
[22] COX A J, D'ANNA J. Constant-axial-intensity nondiffracting beam[J]. Optics Letters, 1992, 17(4): 232-234.
[23] ČIŽMÁR T, DHOLAKIA K. Tunable Bessel light modes: engineering the axial propagation[J]. Optics Express,2009,17(18):15558-15570.
[24] YE J S, XIE L J, WANG X K, et al. Flattening axial intensity oscillations of a diffracted Bessel beam through a cardioid-like hole[J]. Optics Express, 2018, 26(2): 1530-1537.
[25] GILLEN G D, GUHA S. Modeling and propagation of near-field diffraction patterns: a more complete approach[J]. American Journal of Physics,2004,72(9):1195-1201.
[26] BORGHI R, SANTARSIERO M, GORI F. Axial intensity of aperture Bessel beams[J]. Journal of the Optical Society of America A,1997,14(1):23-26.

(责任编辑:兰丽丽)

(上接第35页)

[35] JE C, BA K, DG G. Dynamic holographic optical tweezers[J]. Optics Communications, 2002, 207(1/2/3/4/5/6):169-175.
[36] BASISTIY I V, SLYUSAR V V, SOSKIN M S, et al. Manifestation of the rotational doppler effect by use of an of-axis optical vortex beam[J]. Optics Letters, 2003, 28(14):1185-1187.
[37] ZHANG Z, CHEN Y, CHEN M, et al. Controllable terahertz radiation from a linear-dipole-array formed by a two-color laser filament in air[J]. Physical Review Letters,2016,117(24):243901.
[38] ZHELIN Z, YANPING C, SEN C, et al. Manipulation of polarizations for broadband terahertz waves emitted from laser plasma filaments[J]. Nature Photonics, 2018, 12(9):554-559.
[39] MACNALLY W J, STUART E A, REID T F, et al. Experimental investigation of Bessel beam characteristics[J]. Applied Optics, 1992, 51(6): 363-386.
[40] KOSTIN V A, VVEDENSKII N V. Ionization-induced conversion of ultrashort Bessel beam to terahertz pulse[J]. Optics Letters,2010,35(2):247-249.
[41] CHIN S L, WANG T J, MARCEAU C, et al. Advances in intense femtosecond laser filamentation in air[J]. Laser Physics,2012,22(1):1-53.

(责任编辑:兰丽丽)