DOI：10.19789/j.1004-9398.2023.05.001
文献引用：闫清华，徐常青．无三角形IC-可平面图的线性2-荫度［J］．首都师范大学学报（自然科学版），2023，44（5）：1-5. YAN Q H，XU C Q. The linear 2-arboricity of triangle free IC-planar graphs［J］. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2023，44（5）：1-5.

无三角形IC-可平面图的线性2-荫度*

闫清华，徐常青**
（河北工业大学理学院，天津　300401）

摘要：设G为最大度为Δ的IC-可平面图。图G的线性2-荫度$\mathrm{la}_2(G)$是将G分解为k个边不交森林的最小正整数k，其中森林的每个分支均为长至多为2的路。本文通过权转移方法研究了无三角形IC-可平面图的线性2-荫度，得到$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+5$。

关键词：IC-可平面图；线性2-荫度；权转移方法
中图分类号：O157.5　　**文献标识码**：A

The linear 2-arboricity of triangle free IC-planar graphs*

YAN Qinghua，XU Changqing**
（School of Science，Hebei University of Technology，Tianjin　300401）

Abstract：Let G be an IC-planar graph with maximum degree Δ. The linear 2-arboricity $\mathrm{la}_2(G)$ of a graph G, is the smallest k such that G can be partitioned into k edge-disjoint forests, whose components are paths of length at most 2. This paper, we study the linear 2-arboricity of triangle free IC-planar graphs by the discharging method and get that $\mathrm{la}_2(G)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+5$.

Keywords：IC-planar graph；linear 2-arboricity；discharging method
CLC：O157.5　　**DC**：A

0　引　言

文中出现的图均为有限无向简单图。设G为最大度为Δ的IC-可平面图，图G的顶点集、边集、最大度和最小度分别用$V(G)$、$E(G)$、Δ和δ表示。用g表示图G的最短圈的长度。对任意$v\in V(G)$，用$d_G(v)$表示v在G中的度。分别称满足$d_G(v)=i$和$d_G(v)\geqslant i$的点为i-点和i^+-点。称1-点为叶子点。若$uv\in E(G)$且$d_G(u)+d_G(v)\leqslant l$，则称uv为G的l-轻边。若偶圈$C=v_0v_1\cdots v_{2m-1}v_0$，$m\geqslant 2$，满足对任意$i\in\{0,2,\cdots,2m-2\}$都有$d_G(v_i)=2$，则称$C$为2-交替圈。图$G$的边划分是指将图$G$分解为子图$G_1,G_2,\cdots,G_t$，使得$E(G)=E(G_1)\cup E(G_2)\cup\cdots\cup E(G_t)$，且对任意$1\leqslant i<j\leqslant t$都有$E(G_i)\cap E(G_j)=\varnothing$。若图$G$满足$\delta\leqslant 1$或$G$有一条$(h+6)$-轻边或$G$有一个2-交替圈，则称$G$具有$L_h$-性质，其中$h\geqslant 1$。若图$G$的每个子图都具有$L_h$-性质，则称$G$具有$L_h$-遗传性。用$\mathscr{L}_h$表示所有具有$L_h$-遗传性的图的集合。

若图G可以嵌入在平面上，使其任意2条边仅在端点处才可能相交，则称G为可平面图。称可平

收稿日期：2022-04-08
* 国家自然科学基金项目（12071260，12001154）
** 通信作者：chqxu@hebut.edu.cn

面图G的上述平面嵌入为平面图,仍用G表示。用$F(G)$表示平面图G的面集。对任意$f \in F(G)$,称面f的边界途径的长为f的度,用$d(f)$表示。分别称满足$d(f)=i$和$d(f)\geqslant i$的面为i-面和i^+-面。若图G可以嵌入在平面上,使得每条边至多被交叉一次,则称G为1-可平面图。将1-可平面图满足该条件的平面嵌入称为1-平面图。若G为1-可平面图且G的每个顶点至多与一个交叉点相邻,则称G为IC-可平面图。将IC-可平面图满足该条件的平面嵌入称为IC-平面图。显然,IC-可平面图是可平面图的扩展,是1-可平面图的子类。1-平面图G的关联平面图是指将G的所有交叉点都视为新4-点而得到的平面图,用$G^\times$表示。在图$G^\times$中,称新4-点为假点,称与假点关联的面为假面。

线性m-森林为每个连通分支皆为长至多为m的路的图。Habib和Péroche[1]首次引入了线性m-荫度的概念,图G的线性m-荫度$\mathrm{la}_m(G)$是指将G边划分成的线性m-森林的最少数目,特别地,$\mathrm{la}_\infty(G)$表示每个分支路长度没有限制的情况,即为图的线性荫度$\mathrm{la}(G)$;Akiyama等[2]提出了著名的线性荫度猜想,即对于任意图G有$\left\lceil\frac{\Delta}{2}\right\rceil\leqslant\mathrm{la}(G)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil$;最近,Chen等[3]得到对于$\Delta\geqslant 2k^2-k$的$k$-退化图$G$有$\mathrm{la}(G)=\left\lceil\frac{\Delta}{2}\right\rceil$。文献[4-10]给出了近几年线性$m$-荫度的相关研究结果。2003年,Lih等[11]研究了可平面图的线性2-荫度,得到一般可平面图线性2-荫度的上界为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+12$,无三角形可平面图线性2-荫度的上界为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+6$,同时也得到了$g\geqslant 5$和$g\geqslant 7$的可平面图线性2-荫度的上界;2017年,Wang等[12]将一般可平面图线性2-荫度的上界改进为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+6$。文献[13-17]给出了一些圈限制条件下可平面图线性2-荫度的相关结果。2019年,Liu等[18]研究了1-可平面图的线性2-荫度,得到其上界为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+14$;2021年,Liu等[19]将此结果改进为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+7$;随后,Zhang和Liu[20]研究了圈限制条件下1-可平面图的线性2-荫度,得到无三角形1-可平面图线性2-荫度的上界为$\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+6$;张露[21]给出了不含4-圈和$g\geqslant 6$的相关结果。本文研究了无三角形IC-可平面图的线性2-荫度,得到如下定理。

定理 若G为无三角形IC-可平面图,则$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+5$。

1 相关引理

引理1[22] 若$G\in\mathscr{L}_h$,则G可以边划分为2个森林F_1、F_2和1个子图H,使得对于每个$v\in V(G)$,都有$d_H(v)\leqslant h+1$,$d_{F_i}(v)\leqslant\max\left\{2,\left\lceil\frac{d_G(v)-h}{2}\right\rceil\right\}$,$i=1,2$。

引理2[23] 若G为任意图,则$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\Delta$。

引理3[24] 若G为森林,则$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil$。

引理4[11] 若G可以边划分为子图G_1,G_2,…,G_t,则$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\sum_{i=1}^{t}\mathrm{la}_2(G_i)$。

引理5 若G为$\delta\geqslant 2$的无三角形IC-可平面图,则G有1条11-轻边或有1个2-交替圈。

证明 利用反证法。设G是引理5的反例,则G无11-轻边且无2-交替圈。选取G的一个交叉点数最少的IC-平面图仍记为G。不妨设G是连通的,用G_2表示由G中所有与2-点关联的边生成的边导出子图。由于G的任意2个2-点都不相邻,故G_2无奇圈;又因为G无2-交替圈,所以G_2无偶圈。因此G_2为森林。注意到G_2的叶子点不为G的2-点,由归纳法易知G_2存在1个包含G的所有2-点的匹配M。如果$uv\in E(M)$且$d_G(v)=2$,那么称u为v的父亲点,在G中与v相邻的另一个点称为v的母亲点。注意到图G的2-点有且仅有1个父亲点,每个10^+-点至多为1个2-点的父亲点。

由G无三角形且交叉点数最少知2-点在$G^\times$中不与3-面关联。故2-点在$G^\times$中或与1个5^+-面关联,或与2个4-面关联。称在$G^\times$中与2个4-面关联的2-点为特殊2-点,其他2-点称为非特殊2-点。称特殊2-点所在面上的且不与其相邻的点为其对应点,注意到特殊2-点有2个对应点。

对任意$f\in F(G^\times)$,用$t_2(f)$表示与面f关联的2-点的个数。对任意$v\in V(G)$,用$s_2^*(v)$表示在G中

与v相邻的特殊2-点的个数。用$p_3(v)$表示与v关联的假3-面的个数。在$G^\times$中,将$d_{G^\times}(v)$简记为$d(v)$。

对任意$uv\in E(G)$,有$d_G(u)+d_G(v)\geqslant 12$,故有事实1成立。

事实1　图G中2-点与10^+-点相邻,3-点与9^+-点相邻。

由事实1知,与面f关联的任意2个2-点都不相邻,故有事实2成立。

事实2　对于$G^\times$的每个面f,都有$t_2(f)\leqslant\left\lfloor\frac{d(f)}{2}\right\rfloor$。

由IC-平面图的定义和G无三角形知事实3成立。

事实3　对任意$v\in V(G)$,都有$p_3(v)\leqslant 1$。

断言1　特殊2-点不与假点相邻且至少与1个真4-面关联,所在真4-面上的对应点为3^+-点。

证明　设v为特殊2-点,不妨记与v关联的2个4-面分别为f_1和f_2。若v与假点相邻,则f_1和f_2均为假4-面,可得G的1个3-圈,与G无三角形矛盾,故v不与假点相邻。注意到v不与假点相邻,若f_1和f_2均为假4-面,则v的2个邻点都与2个交叉点相邻,与G为IC-平面图矛盾。因此f_1和f_2不同时为假4-面。由于G无2-交替圈,故v在真4-面上的对应点为3^+-点。

若$uv,xy\in E(G)$,且uv,xy相交于点z,则在$G^\times$中称u和v(x和y)互为次邻点。

断言2　对$G^\times$的每个k-点$v(k\geqslant 10)$,都有$s_2^*(v)+p_3(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$。

证明　不妨设v在G中的邻点按顺时针方向依次为$v_1,v_2,\cdots,v_k$。由G为IC-平面图知v至多与1个假点相邻,故分2种情形。

情形1:如果v不与假点相邻,那么$p_3(v)=0$。若存在$i_0\in\{1,2,\cdots,k\}$,v_{i_0}为特殊2-点,则结合断言1知v_{i_0-1},v_{i_0+1}均为3^+-点(这里分别将v_0,v_{k+1}视为v_k,v_1)。故$s_2^*(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$,因此,$s_2^*(v)+p_3(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil+0=\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$。

情形2:如果v与假点相邻,那么由断言1知v的次邻点不为特殊2-点。由事实3知$p_3(v)\leqslant 1$。若$p_3(v)=0$,结合v的次邻点不为特殊2-点和情形1的讨论知$s_2^*(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$;若$p_3(v)=1$,由$G$的交叉点数最少知2-点不与假3-面关联,又由$v$的次邻点不为特殊2-点,故结合情形1讨论知$s_2^*(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil-1$。因此$s_2^*(v)+p_3(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$。

对任意$v\in V(G^\times)$,$f\in F(G^\times)$,分别定义初始权$\omega(v)=d(v)-4$,$\omega(f)=d(f)-4$。由欧拉公式可知,

$$\sum_{v\in V(G^\times)}\omega(v)+\sum_{f\in F(G^\times)}\omega(f)=\sum_{v\in V(G^\times)}(d(v)-4)+\sum_{f\in F(G^\times)}(d(f)-4)=-8。\quad(1)$$

利用如下权转移规则,重新分配$G^\times$中顶点与面的权:

R1:若f为5^+-面,则f给每个与其关联的2-点转移权$\frac{1}{2}$。

R2:若v为5^+-点,则v给每个与其关联的假3-面转移权1。

R3:若v为9^+-点,则v给在G中每个与其相邻的3-点转移权$\frac{1}{3}$。

R4:若v为10^+-点,则v给在G中每个与其相邻的2-点转移权情况如下:

R4.1:对于与v相邻的特殊2-点u,若v为u的父亲点,则v给u转移权$\frac{3}{2}$;若v为u的母亲点,则v给u转移权$\frac{1}{2}$。

R4.2:对于与v相邻的非特殊2-点u,若v为u的父亲点,则v给u转移权$\frac{7}{6}$;若v为u的母亲点,则v给u转移权$\frac{1}{3}$。

用$\tilde{\omega}(v)$与$\tilde{\omega}(f)$分别表示权转移结束后顶点v与面f的新权值。注意到在权转移过程中总权和始终保持不变,若证得对任意$v\in V(G^\times)$和$f\in F(G^\times)$都有$\tilde{\omega}(v)\geqslant 0$且$\tilde{\omega}(f)\geqslant 0$,则与式(1)矛盾,从而引理5得证。下面考虑$G^\times$的每个顶点和每个面的新权值。

首先考虑$G^\times$中每个面的新权值:

(1)$d(f)=3$。由G无三角形知$G^\times$的3-面皆为假3-面。由于对任意$uv\in E(G)$,均有$d_G(u)+$

$d_G(v)\geqslant 12$, 因此f至少与一个5^+-点关联。故由R2可得,$\tilde{\omega}(f)\geqslant 3-4+1=0$。

(2) $d(f)=4$。此时$\tilde{\omega}(f)=\omega(f)=d(f)-4=0$。

(3) $d(f)\geqslant 5$。由事实2知$t_2(f)\leqslant\left\lfloor\frac{d(f)}{2}\right\rfloor$。故由R1可得

$$\tilde{\omega}(f)=\omega(f)-\frac{1}{2}t_2(f)\geqslant\left\lceil\frac{d(f)}{2}\right\rceil+\frac{1}{2}\left\lfloor\frac{d(f)}{2}\right\rfloor-4\geqslant 0。$$

再考虑$G^\times$中每个顶点的新权值。

(4) $d(v)=2$。由事实1知,在G中与v相邻的2个顶点均为10^+-点,且其中1个10^+-点为v的父亲点。此时有以下2种情况:

① 若v为特殊2-点,则由R4.1可得$\tilde{\omega}(v)=2-4+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=0$。

② 若v为非特殊2-点,则v至少与1个5^+-面关联。故由R1和R4.2可得

$$\tilde{\omega}(v)=2-4+\frac{1}{2}+\frac{7}{6}+\frac{1}{3}=0。$$

(5) $d(v)=3$。由事实1知,在G中与v相邻的3个顶点均为9^+-点。故由R3可得

$$\tilde{\omega}(v)=3-4+\frac{1}{3}\times 3=0。$$

(6) $d(v)=4$。此时$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)=d(v)-4=0$。

(7) $5\leqslant d(v)\leqslant 8$。由事实3知$p_3(v)\leqslant 1$,故由R2可得$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)-p_3(v)\geqslant d(v)-4-1\geqslant 0$。

(8) $d(v)=9$。由事实3知$p_3(v)\leqslant 1$,故由R2和R3可得$\tilde{\omega}(v)\geqslant 9-4-1-\frac{1}{3}\times 9>0$。

(9) $d(v)\geqslant 10$。由事实3知$p_3(v)\leqslant 1$。若v在G中不与2-点相邻,则由R2和R3可得

$$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)-p_3(v)-\frac{1}{3}d(v)\geqslant d(v)-4-1-\frac{1}{3}d(v)=\frac{2}{3}d(v)-5>0。$$

下面考虑v在G中与2-点相邻的情况。由断言2知$s_2^*(v)+p_3(v)\leqslant\left\lceil\frac{k}{2}\right\rceil$。注意到$v$至多为1个2-点的父亲点。

若v不为任意2-点的父亲点,则由R2-R4可得

$$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)-p_3(v)-\frac{1}{2}s_2^*(v)-\frac{1}{3}\left(d(v)-s_2^*(v)\right)\geqslant d(v)-4-1-\frac{1}{2}\times\left(\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-1\right)-\frac{1}{3}\times\left(\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor+1\right)=\frac{2}{3}\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-\frac{29}{6}>0。$$

若v为某个2-点的父亲点,不妨记该2-点为u。此时有以下2种情况:

① 若u为非特殊2-点,则由R2~R4可得

$$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)-p_3(v)-\frac{7}{6}-\frac{1}{2}s_2^*(v)-\frac{1}{3}\left(d(v)-s_2^*(v)-1\right)\geqslant d(v)-4-1-\frac{7}{6}-\frac{1}{2}\times\left(\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-1\right)-\frac{1}{3}\times\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor=\frac{2}{3}\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-\frac{17}{3}>0;$$

② 若u为特殊2-点,则由R2~R4可得

$$\tilde{\omega}(v)=\omega(v)-p_3(v)-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\left(s_2^*(v)-1\right)-\frac{1}{3}\left(d(v)-s_2^*(v)\right)\geqslant d(v)-4-1-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\times\left(\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-1-1\right)-\frac{1}{3}\times\left(\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor+1\right)=\frac{2}{3}\left\lfloor\frac{d(v)}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}\left\lceil\frac{d(v)}{2}\right\rceil-\frac{35}{6}\geqslant 0。$$

综上,对任意$v\in V(G^\times)$和$f\in F(G^\times)$,都有$\tilde{\omega}(v)\geqslant 0$且$\tilde{\omega}(f)\geqslant 0$,矛盾。引理5证毕。

下面证明本文的主要结论。

2 定理的证明

若$\Delta\leqslant 7$,则由引理2知$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\Delta\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+5$。若$\Delta\geqslant 8$,则由引理1和引理5知$G$可以边划分为2个森林$F_1$、$F_2$和一个子图$H$,其中对于$i=1,2$,$\Delta(F_i)\leqslant\left\lceil\frac{\Delta-5}{2}\right\rceil$,$\Delta(H)\leqslant 6$。故由引理2~4知,

$$\mathrm{la}_2(G)\leqslant\mathrm{la}_2(F_1)+\mathrm{la}_2(F_2)+\mathrm{la}_2(H)\leqslant\left\lceil\frac{\left\lceil\frac{\Delta-5}{2}\right\rceil+1}{2}\right\rceil+\left\lceil\frac{\left\lceil\frac{\Delta-5}{2}\right\rceil+1}{2}\right\rceil+6\leqslant\left\lceil\frac{\Delta+1}{2}\right\rceil+5。$$

综上所述,定理得证。

参 考 文 献

[1] HABIB M, PÉROCHE P. Some problems about linear arboricity [J]. Discrete Mathematics, 1982, 41(2): 219-220.

[2] AKIYAMA J, EXOO G, HARARY F. Covering and packing in graphs III: cyclic and acyclic invariants[J]. Mathematica Slovaca, 1980, 30: 405-417.

[3] CHEN G T, HAO Y L, YU G N. Linear arboricity of degenerate graphs[J/OL]. [2022-03-01]. arXiv: 2207.07169, 2022.

[4] HE S J, HAO R X, ZUO L C. The linear (n-1)-arboricity of some lexicographic product graphs[J]. Applied Mathematics and Computation, 2018, 338: 152-163.

[5] HUANG T F, ZUO L C, SHANG C H. The linear k-arboricity of cartesian product of multipartite balanced complete graphs[J]. IAENG International Journal of Applied Mathematics, 2018, 48(3): 362-367.

[6] JIA N, MAO Y P, WANG Z, et al. Linear k-arboricity of caylay graphs on abelian groups with given degree[J]. Mathematics in Computer Science, 2021, 15(4): 743-755.

[7] ZHOU X L, YANG C, HE W H. The linear k-arboricity of symmetric directed trees[J]. AIMS Mathematics, 2022, 7(2): 1603-1614.

[8] LI Y C, HU X X. The linear 2-arboricity of sparse graphs[J]. Discrete Mathematics, Algorithms and Applications, 2017, 9(4): 1750047.

[9] JIN X, XU C Q. The linear 2-arboricity of graphs with $\mathrm{mad}(G) \leqslant 10/3$[J]. Utilitas Mathematica, 2018, 106: 315-318.

[10] HU X X, KONG J X, WANG Y Q. Linear 2-arboricity of planar graphs with maximum degree nine[J]. Journal of Applied Analysis and Computation, 2021, 11(4): 2193-2210.

[11] LIH K W, TONG L D, WANG W F. The linear 2-arboricity of planar graphs[J]. Graphs and Combinatorics, 2003, 19(2): 241-248.

[12] WANG Y Q, HU X X, WANG W F. A note on the linear 2-arboricity of planar graphs[J]. Discrete Mathematics, 2017, 340(7): 1449-1455.

[13] MA Q, WU J L, YU X. Planar graphs without 5-cycles or without 6-cycles[J]. Discrete Mathematics, 2009, 309(10): 2998-3005.

[14] NIU H X, CAI J S. Linear 2-arboricity of planar graphs with neither 3-cycles nor adjacent 4-cycles[J]. Graphs and Combinatorics, 2013, 29(3): 661-667.

[15] WANG Y Q. On the linear 2-arboricity of planar graph without normally adjacent 3-cycles and 4-cycles[J]. International Journal of Computer Mathematics, 2017, 94(5): 981-988.

[16] CHEN H Y, TAN X, WU J L. The linear 2-arboricity of planar graphs without adjacent short cycles[J]. Bulletin of the Korean Mathematical Society, 2012, 49(1): 145-154.

[17] XU C Q, ZHAO Z Z, YAO M. On the linear 2-arboricity of planar graphs without intersecting 3-cycles or intersecting 4-cycles[J]. Ars Combinatoria, 2018, 136: 383-389.

[18] LIU J, HU X X, WANG W F, et al. Light structures in 1-planar graphs with an application to linear 2-arboricity[J]. Discrete Applied Mathematics, 2019, 267: 120-130.

[19] LIU J, WANG Y Q, WANG P, et al. An improved upper bound on the linear 2-arboricity of 1-planar graphs[J]. Acta Mathematica Sinica, English Series, 2021, 37(2): 262-278.

[20] ZHANG L, LIU J. The linear 2-arboricity of 1-planar graphs without 3-cycles[J]. Discrete Mathematics, Algorithms and Applications, 2021, 13(6): 2150078.

[21] 张露. 1-平面图的线性2-荫度[D]. 金华: 浙江师范大学, 2021.

[22] WANG W F, LI Y C, HU X X, et al. Linear 2-arboricity of toroidal graphs[J]. Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 2018, 41(4): 1907-1921.

[23] BERMOND J C, FOUQUET J L, HABIB M, et al. On linear k-arboricity[J]. Discrete Mathematics, 1984, 52(2-3): 123-132.

[24] CHEN B L, FU H L, HUANG K C. Decomposing graphs into forests of paths with size less than three[J]. The Aus-tralasian Journal of Combinatorics, 1991, 3: 55-73.

(责任编辑:马田田)