DOI:10.19789/j.1004-9398.2019.06.008

基于CT技术的投影重建模型研究*

张 霞 陈佳音 高英乔 董家旋 刘 明**

(天津工业大学数学科学学院,天津 300387)

摘要: CT技术作为一种非接触式检测技术,能在获取样品内部信息的同时保持其完整性,在医疗检测、地质勘探领域有广泛应用. 本文对一种CT系统经典模板巧妙地进行了几何分析,改进了两种常用成像模型,建立了投影重建模型,提高了标定精度和稳定性. 最后在此基础上对模板进行了改进和推广.

关键词: CT; 参数标定; Radon变换; 二维傅里叶重建

中图分类号: TJ399; O343.3

0 引 言

计算机断层成像技术,也就是CT技术作为一种非接触式检测技术,能够在不影响样品的情况下,获取其内部结构组织的相关信息,在医疗检测、地质勘探领域有广泛应用. 然而,CT系统在安装的过程中往往存在误差,这种误差会影响成像质量,进而影响测量分析结果.

本文借助已知结构的样品(模板)对安装好的CT系统进行参数标定,能有效提高成像结果的精度和稳定性. 图1为一种典型的二维CT系统,发射端n束平行射线垂直于探测器平面入射对应接收点,图2为模板示意图,图3为射线强度衰减规律示意图. CT标定问题就是通过探测器采集到的信息,确定CT系统的旋转中心、探测器间距以及系统每次转动的角度,进而确定介质各点的吸收率,分析介质的组织结构.

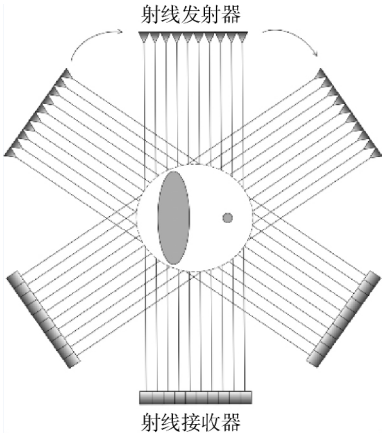


图1 CT样机工作原理

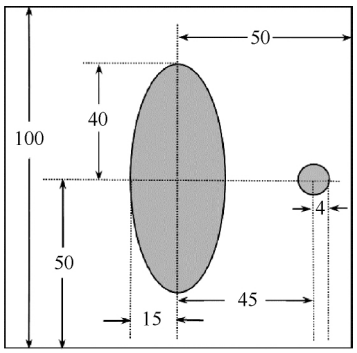


图2 模板示意图(单位/mm)

1 参数的标定

1.1 原理和定义

当射线穿透介质时,携带的能量被介质吸收而衰减,故其衰减量与介质的空间分布有关. 对于介质均匀且光程极短的厚度范围内,衰减量与入射强度、穿透厚度成正比,见图3,具体关系可描述为:

$$\Delta I = -\mu I_0 \Delta l. \tag{1}$$

假定I_l为射线穿过介质后的强度,I_0为原始强度,l为吸收介质的厚度,μ为本文所述的吸收率,其大小取决于介质种类和射线能量且遵循Lambert-Beer定律. 对于非均匀复合介质,μ还与介质分布有关,在计算时常分段处理. 比如,对于含有n个同等厚度的Δl,有:

收稿日期: 2018-10-22

* 天津市自然科学基金面上基金资助(18JCYBJC18900);天津市普通高等学校"十三五"应用型专业建设项目 "纺织之光"中国纺织工业联合会教育教学改革项目(2017BKJGLX260);天津工业大学"十三五"应用型专业建设项目

** 通信作者: liuming@tjpu.edu.cn

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

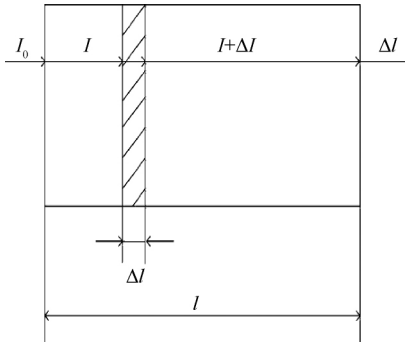


图 3　射线强度衰减规律示意图

$$I(l) = I_0 e^{-\Delta l\mu(l_0)} e^{-\Delta l\mu(l_1)} \cdots e^{-\Delta l\mu(l_n)}. \quad (2)$$

化简后可得到:

$$\int_0^l \mu(l)\,dl = \ln\left(-\frac{I(l)}{I_0}\right). \quad (3)$$

显然 CT 图像重建就是用足够多的投影数据 $\ln\left(-\frac{I(l)}{I_0}\right)$ 去计算 $\mu(l)$,以确定介质信息这种典型模型介质均匀. 由于发射器的数目相对于托盘线度而言足够多,选取最大吸收量(I_{max}),并认为发生该吸收的射线与椭圆长轴重合,即穿过介质部分的光程为椭圆长轴长 $2a$. 由此可得,该种介质的吸收量(I)与光程(l)的关系为:

$$\frac{I}{l} = \frac{I_{max}}{2a}. \quad (4)$$

对所有吸收量进行如上处理转换为射线在介质中的光程长,以便于模型后续的建立和参数求解. 为了确定 CT 系统旋转中心的位置、探测器单元间距,根据模板的几何特征选取了射线可能经过的 3 个特殊方向(图 4),并会出扎 3 个方向下 n 条射线的吸收曲线(图 5).

由于方向 1 和方向 2 中的最大吸收分别出现椭圆长轴和短轴上,定义产生最大吸收量的发射器 S_{i1} 和 S_{i2},即可确定这两个发射器的位置. 方向 3 吸收曲线中的两个峰相交于横轴上一点(S_{i3}, 0),由此可确定发射器 S_{i3} 的位置. 为了提高射线利用率、降低安装难度,一般选择整个系统的几何中心作为旋转中心,使得有一条射线(多为第 $n/2$ 条射线)始终经过旋转中心.

1.2　探测器单元间距和旋转中心的确定

建立平面直角坐标系如图 6,用于求解和描述探测器间的距离. 当射线方向为方向 1 时,选取过椭圆长轴和其附近与椭圆相交的若干组射线,其中的一些相关参数,满足下列关系:

$$l_i = 2x_i, \quad (5)$$

$$\frac{x_i^2}{a^2} + \frac{y_i^2}{b^2} = 1. \quad (6)$$

则对应第 i 个探测器和第 $i+1$ 个探测器之间的距

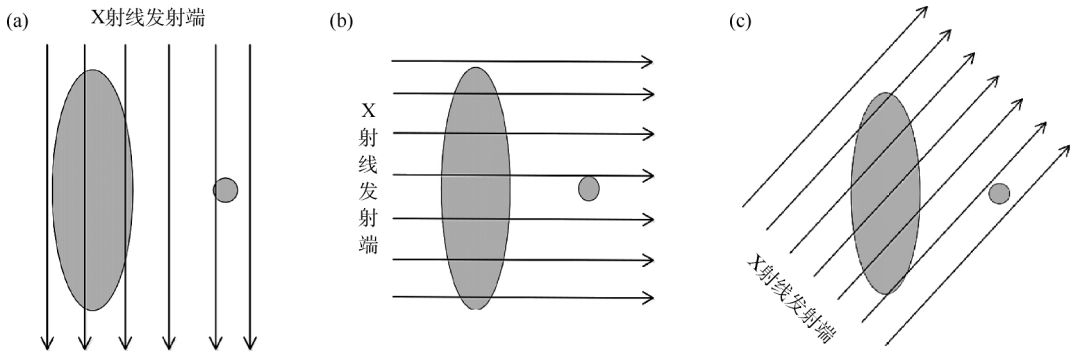


图 4　X 射线发射端的 3 个特殊方向
(a) 方向 1; (b) 方向 2; (c) 方向 3

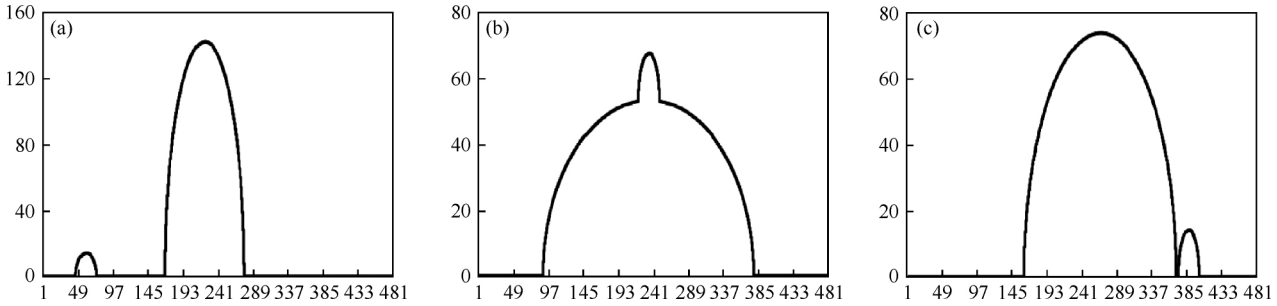


图 5　3 个特殊方向射线的吸收曲线
(a) 方向 1; (b) 方向 2; (c) 方向 3

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

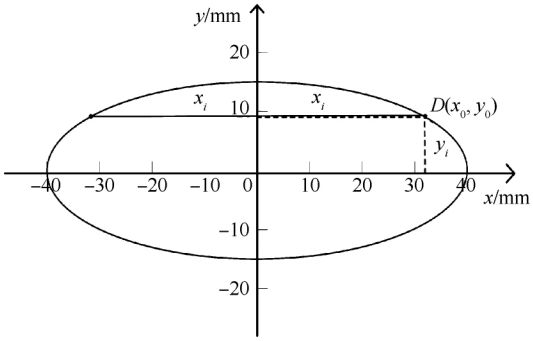


图 6 用于求解探测器间距的平面直角坐标系

离为:

$$d_i = | y_{i+1} - y_i | . \tag{7}$$

当射线方向为方向 2 时,选取与椭圆短轴平行和其附近与小圆相离、与椭圆相交的若干组射线,也满足上述关系. 考虑到安装时可能出现的误差,用 MATLAB 求解所有可求的间距,并用所有解的平均值表示探测器间距为 $d = \overline{d_i} = 0.271\ 3(\text{mm})$.

建立以正方形托盘的左下角为原点、以两条临边为横轴和纵轴的如下平面直角坐标系(图 7),用于求解和描述旋转中心:

通过查阅文献可知,第 n 个探测器到第 m 个探测器之间的距离为:

$$D = \sum_{i=n}^{m-1} d_i. \tag{8}$$

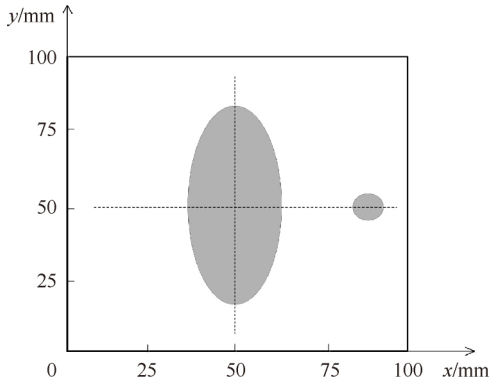


图 7 用于求解旋转中心的平面直角坐标系

所以,在方向 1 下,第 223 条射线在正方形托盘中的位置为椭圆的长轴长,与第 256.5 条等效射线的间距为:

$$D_1 = \sum_{i=223}^{256.5-1} d_i. \tag{9}$$

通过计算可得,方向 1 下的第 256.5 条射线在所建立的平面直角坐标系中的位置为:

$$x = 40.910\ 3. \tag{10}$$

同理,在方向 2 下,第 235 条射线在正方形托盘中的位置为椭圆的长轴长,与第 256.5 条等效射线的间距为:

$$D_2 = \sum_{i=223}^{256.5-1} d_i. \tag{11}$$

通过计算可得,方向 1 下的第 256.5 条射线在所建立的平面直角坐标系中的位置为:

$$y = 55.833\ 6. \tag{12}$$

综上求得 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置为(40.910 3,55.833 6).

利用方向 3 对应的位置和数据,发现方向 3 下的第 256.5 条射线经过点(40.914 6,55.835 7),与上文中求得的中心位置十分接近,误差与探测器间距等其他参数的线度相比可以忽略,故此模型可靠.

在上述结果的基础上,求解该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向的难度大大降低. 选取第 256.5 条等效射线,满足几何关系如下:

$$y_i - y_0 = \tan\theta(x_i - x_0), \quad i = 1,2, \tag{13}$$

$$\frac{x_i^2}{a^2} + \frac{y_i^2}{b^2} = 1, \quad i = 1,2, \tag{14}$$

$$l^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2. \tag{15}$$

其中,l 为经过椭圆形介质的光程长. 但由于所给数据是总光程长,且无法直接去除小圆部分对数据的影响,所以使用了基于密度的异常值检验法,锁定了受小圆影响的数据区域,经 3 次样条插值修正后,使数据符合上述模型的使用条件.

将修正后的数据带入上述模型(图 8),即可得到 180 个 θ 的取值. 其中,起始角度为 29.604 9°,每个角度的变化量为 1(±5%).

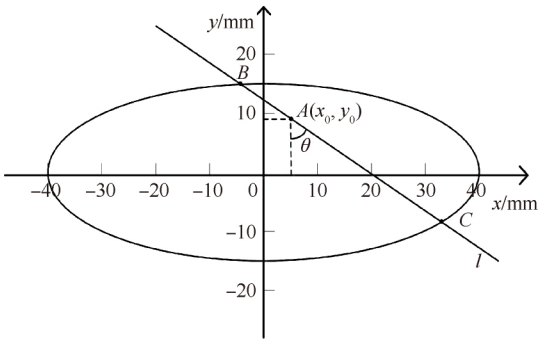


图 8 射线方向满足的几何关系

2 投影重建模型的建立与实例分析

2.1 线性衰减重建模型

参考了 Radon 变换的原理,在其现有的基础上

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

进行改造,使穿过每个单元的射线方向连续可调,最后建立了适用于本题的反投影重建模型.

$\mathbf{R}^2$ 为一二维平面,设函数 $f(x, y)$ 为该平面上定义的重建图像密度函数(正比于吸收率). 直线 L 为平面内某一条直线,Radon 变换算子 R 即为密度函数沿 L 的线积分:

$$Rf(x,y) = \int_l f(x,y)\,\mathrm{d}l. \tag{16}$$

也可以表示为:

$$p(s,\theta) = Rf(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - s)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{17}$$

其中,$p(s, \theta)$ 为 $f(x, y)$ 的投影函数,s 为原点到直线 L 的距离,δ 为狄拉克函数,其中 s 满足:

$$s = x\cos\theta + y\sin\theta. \tag{18}$$

由上述原理可知,CT 成像的基本原理为: 已知投影数据 $p(s, \theta)$,计算重构图像的密度函数 $f(x, y)$,所以 Radon 逆变换就是 CT 成像的过程. 由以上 Radon 变换可得到逆变换为:

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,\frac{1}{r\cos(\varphi-\theta)-s}\,\frac{(s,\theta)}{s}\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta. \tag{19}$$

由投影数据计算吸收率 $\mu(x, y)$ 分布最直接的方法就是求解方程组.

参考了这种原理,在其现有的基础上进行改造,使穿过每个单元的射线方向连续可调,最后建立了线性衰减重建模型. 由此可以用推广的到 $n \times n$ 像素的图像,求解此方程即可得到吸收率的二维分布. 设 X_{jk} 为在 (j,k) 所在区域内单位长度介质的吸收率,P_{ijk} 为该射线通过该区域吸收能量的值,该区域是否被射线穿过用 r_{jk} 来表示.

$$r_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{射线 } i \text{ 经过像素}(j,k), \\ 0, & \text{射线 } i \text{ 不经过像素}(j,k). \end{cases} \tag{20}$$

像素 X_{jk} 吸收的能量为:

$$P_{ijk} = r_{jk}X_{jk}d_{jk}. \tag{21}$$

该射线的总能量吸收为:

$$P_i = \sum_{i=1}^{n} P_{ijk}. \tag{22}$$

矩阵表示为 $P = XRD$,式中:

$$P = [p_1, p_2, \cdots p_n]^T. \tag{23}$$

吸收率矩阵、判断该射线是否穿过某区域的判断矩阵、射线穿过该区域的光程矩阵的表达方式与第二问完全相同. 选取了一组典型吸收数据,利用 MATLAB 编程,得到该未知介质在正方形托盘中的位置和几何形状如图 9:

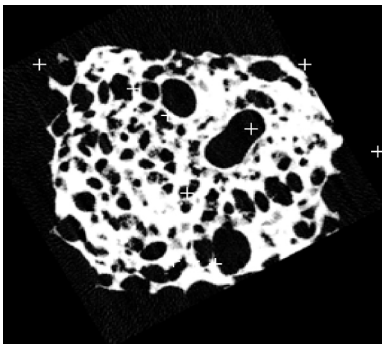


图 9　线性衰减重建模型重构图像

2.2　二维滤波反投影模型的建立及求解

参考二维傅里叶重建算法,发现二维傅里叶重建算法存在不适用于局部目标重建、现有频域空间插值算法等缺陷,所以针对这些缺陷对二维傅里叶重建算法进行了改进,形成了二维滤波反投影模型. 二维傅里叶重建算法的基本原理是: 二维图像一维投影的傅立叶变换精准地等于通过该图像傅立叶变换中心的直线. 当投影角度变化时,过傅立叶变换中心的那条直线随之变化. 具体证明过程与问题二中完全相同. 针对这些缺陷,对其进行了改进,采用滤波反投影来重建图像: 先把检测器上获得的原始数据与一个滤波函数进行卷积运算,得到个方向上的投影函数,反投影后经适当处理就能得带断层图像,并保证重构图像边缘清晰且内部均匀,在二维傅里叶逆变换的基础上,利用对称关系:

$$P(\omega,\theta+\pi) = P(-\omega,\theta) \tag{24}$$

将 $f(x, y)$ 化为:

$$f(x,y) = \int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega,\theta)\,|\omega|\,\mathrm{e}^{2j\pi\omega(x\cos\theta+y\sin\theta)}\,\mathrm{d}\omega. \tag{25}$$

最后得出:

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} g(x\cos\theta + y\sin\theta)\,\mathrm{d}\theta. \tag{26}$$

其中,$|\omega|$ 表示滤波函数 Haming 窗. 沿用线性衰减重建模型中实例的吸收数据带入此模型,得到该未知介质在正方形托盘中的位置和几何形状如图 10:

3　标定模板的改进

由于标定过程中精度和稳定性会直接影响标定结果,在经典模板的基础上自行设计新模板,建立对应的标定模型,以提高标定精度和稳定性.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

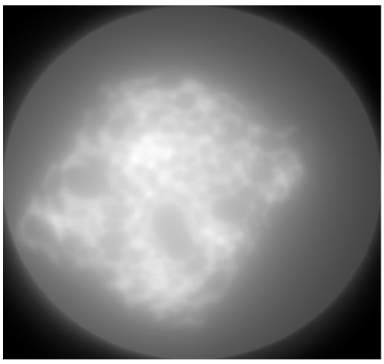


图 10 求解方程组重构图像

(1) 精确确定探测单元之间的距离. 在多次仿真中发现有某些探测器发出的射线始终不通过已知结构的样品(模板),所以难以精确确定这些探测单元之间的距离,并且在测定新模板时,由于不知道这些探测器单元的精确距离以至于难以保证还原图像的质量. 为了更精准地确定探测单元间距,在原有模板的基础上增加了两个圆柱体,位置如图 11(a) 所示,通过增加这两个圆柱体,使所有探测器发出的射线在不同角度均有机会打到模板上,从而可以精确确定探测单元之间的距离.

(2) 确定 CT 系统的旋转中心在正方形托盘中位置的确定. 在上一小问的基础上改进了模板,在保证所有探测器单元都有机会打到模板的基础上更改模板图形的位置,增加更多的特殊位置. 如相切,通过更多的特殊位置,可以更加精确的确定 CT 系统的旋转中心在正方形托盘中的位置,新建立的模型如图 11(b) 所示.

(3) 精准确定 X 射线旋转 180 次的方向.

(4) 改变了模板上物体的密度. 对于与原模板构成物质不同的物体也可以精确测定吸收率,所以改变了模板上物体的密度,得到的模板如图 11(c) 所示.

(5) 加噪及去噪. 对稳定性的另一层理解为当外界环境变化时或因系统某些因素在某范围或某些数据产生异常值或造成数据缺失时对系统参数标定产生的影响大小. 对稳定性的另一层理解为当外界环境变化时或因系统某些因素在某范围或某些数据产生异常值或造成数据缺失时对系统参数标定产生的影响大小.

所以在上一模板的基础上对新建模板添加了白噪声,通过测定 CT 系统对加噪声之后得到的接受信息对噪声的反映是否灵敏来判断系统的稳定度. 添加白噪声后得到的新模板如图 11(d、e) 所示:

4 模型的推广

CT 技术可以在不破坏样品的情况下,利用样品

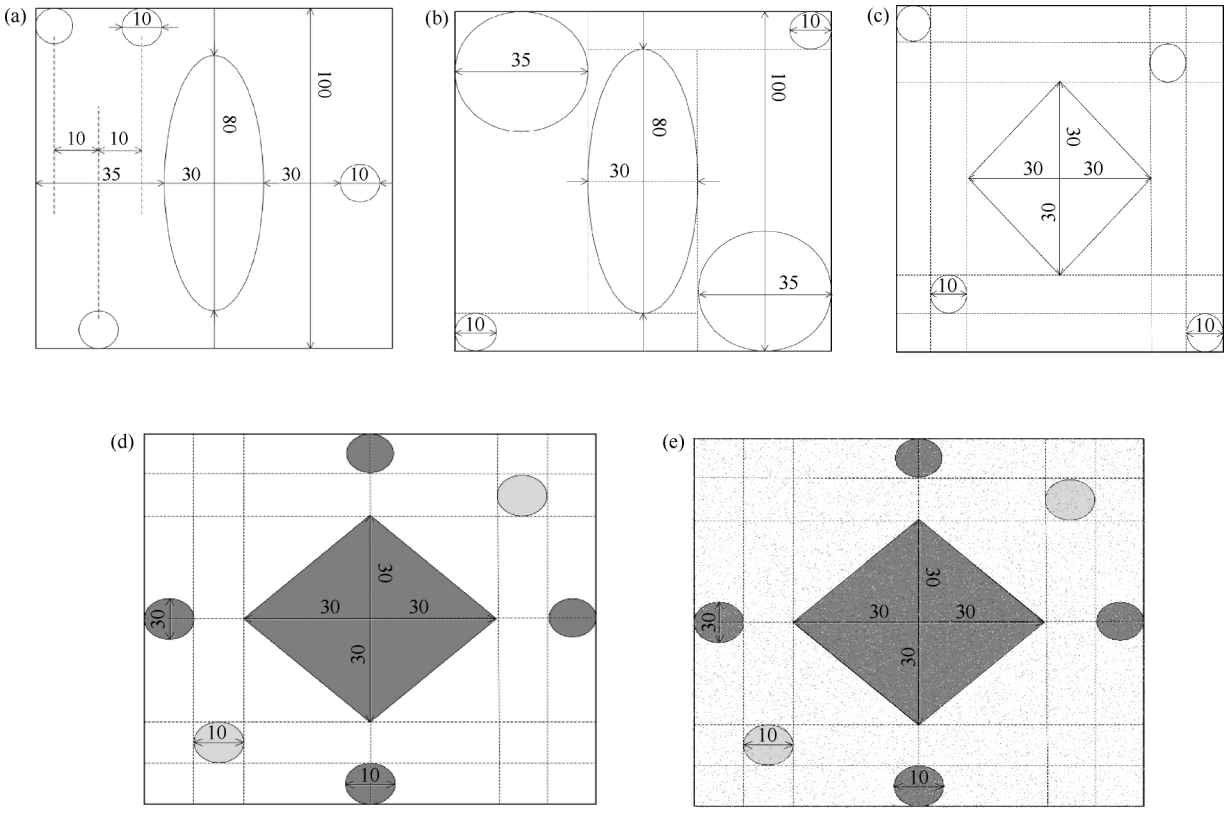


图 11 第 1 ~ 5 次改进模板

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

对射线能量的吸收特性对生物组织和工程材料的样品进行断层成像,由此获取样品内部的结构信息,是近 20 年来国际上最先进的非接触式检测技术之一. 本文就由 CT 系统的接收信息,通过二维滤波反投影和 Radon 算法重建了二维断面图像,此算法可以推广到铁路、地质勘探、石油勘探、航空航天等各个领域.

目前使用的主流标定方法是利用结构已知的标定模体,通过探测器上标定模体的投影对 CT 成像系统的几何参数进行计算,再调节 CT 成像系统的关系,提高断层图像的重建质量. 本文就如何设计一个简单的标定模型,并尽可能提高标定参数精度和稳定性给出了一个方案,可以在工业和医学检测中调节 CT 成像系统推广与应用.

参 考 文 献

[1] KAK A C, SLANEY M. Principles of computerized tomographic imaging [M]. New York: IEEE Press, 1999: 114 – 125.

[2] PELT D M, BATENBURG K J. Improving filtered backprojection recon-struction by data-dependent filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(11): 4750 – 4762.

[3] 郭威. CT 不完全投影数据重建算法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2011.

[4] 刘明进. 工业 CT 系统旋转中心定位方法研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2014.

[5] 司守奎,孙玺菁. 数学建模算法与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.

[6] 毛小渊. 二维 CT 图像重建算法研究 [D]. 南昌: 南昌航空大学, 2016.

[7] 李响,单鸣雷,韩庆邦,等. 实时声波二维成像系统设计 [J]. 实验技术与管理,2013,30(6): 42 – 45.

[8] 孟凡勇. 基于投影原始数据的 CT 旋转中心精确确定方法 [C]//中国体视学学会. 第十三届中国体视学与图像分析学术会议论文集. 太原: 中国体视学学会, 2013.

[9] 段黎明, 白洋, 王武礼, 等. 基于工业 CT 图像重构的网格模型的保特征简化方法 [J]. 强激光与粒子束, 2014, 26(11): 189 – 194.

[10] 马晨欣, 江桦, 闫镔. CT 平行投影的快速重建算法研究与实现 [J]. 信息工程大学学报, 2010, 11(2): 206 – 209.

The Research on CT Technology Projection Reconstruction Model

ZHANG Xia　CHEN Jiayin　GAO Yingqiao　DONG Jiaxuan　LIU Ming

(School of Mathematical Sciences, Tianjin Polytechnic University, Tianjin　300387)

Abstract: CT is a non-contact detection technology that can obtain internal information without destroying a sample and is widely used in medical detection and geological exploration. In this paper, a geometric analysis was performed subtly for a classic template, two common imaging models were improved, a projection reconstruction model was established, and the calibration accuracy and stability were improved. Then, based on this, the template was improved and promoted.

Keywords: CT; parameter calibration; Radon transform; 2D Fourier reconstruction

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net