DOI:10.19789/j.1004-9398.2015.04.007



# 《通信原理》中若干疑难问题的分析和推导*

魏冬梅 李天平 万洪林
(山东师范大学物理与电子科学学院,济南 250014)

**摘 要**

根据多年的教学经验,以樊昌信编著的《通信原理(第六版)》为基础,将教材中证明不详,省略了推导过程,或令学生感到困惑而在其他教材中也很难找到满意答案的一些问题进行了分析. 对单边带信号时域表达式,单双边带信号所具有的相同的抗噪性能,线性调制系统的相移法的实现的原理以及数字已调信号的功率谱密度与基带信号功率谱密度之间的关系等问题进行了详细的推导和证明.

**关键词:** 单边带(SSB)调制,双边带(DSB)调制,信噪比,功率谱密度.
**中图分类号:** G642

## 0 引 言

通信技术在当今的信息化社会中几乎无处不在,信息社会对通信类人才的需求也越来越多,因此,近几十年来,通信类专业成为热门专业,受到越来越多的青睐. 《通信原理》作为该专业的第一门专业课程,主要介绍了通信中最基本的理论和技术,在本科教学中举足轻重,无论是学校、任课教师还是学生都非常重视. 该课程还具有概念多、理论抽象、知识体系繁杂等特点,因此对老师的教学和学生的学习来说都有一定的难度.

目前出版了不少关于通信原理的教材[1-7],其中占主导地位有西安电子科技大学樊昌信编著的《通信原理(第六版)》[1],曹志刚等编著的《现代通信原理技术》[2]和北京邮电大学出版的《通信原理》[3]等. 这些教材均围绕通信原理中的基本原理进行讲述. 由于通信原理涉及的内容繁多,加上篇幅限制,很多理论推导简单,证明不详细甚至直接省略了推导过程,而这些令学生感到困惑的地方,几乎在这些教材中都很难找到互补的论述,增加了学习难度. 本文以樊昌信编著的《通信原理(第六版)》作为教材,对其中一些难点问题进行推导和分析,解决学生的迷惑,同时也对其他工程人员的自学提供帮助.

收稿日期: 2014-07-28
* 山东师范大学教学改革立项项目资助; 山东省高等学校科技计划项目资助(J14LN06)

## 1 单边带调制信号时域表达式的推导

在教材[1]中,单边带(SSB)信号的时域表示式是以单频调制信号 $m(t) = A_m\cos\omega_m t$ 为例导出的. 其过程简单介绍如下.

用基带信号 $m(t) = A_m\cos\omega_m t$ 对载波 $c(t) = \cos\omega_c t$ 进行幅度调制,则调幅信号为

$$s_m(t) = m(t)\cos\omega_c t = A_m\cos\omega_m t \times \cos\omega_c t = \frac{1}{2}A_m\cos(\omega_m + \omega_c)t + \frac{1}{2}A_m\cos(\omega_m - \omega_c)t \tag{1}$$

通过滤波,可得到上边带信号 $s_{USB}(t) = \frac{1}{2}A_m\cos(\omega_m + \omega_c)t$ 和下边带信号 $s_{LSB}(t) = \frac{1}{2}A_m\cos(\omega_m - \omega_c)t$,利用三角公式展开,则单边信号为

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2}A_m\cos\omega_m t\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}A_m\sin\omega_m t\sin\omega_c t \tag{2}$$

其中"-"表示上边信号,"+"表示下边带信号. 信号 $m(t) = A_m\cos\omega_m t$ 的希尔波特变换(Hilbert)为 $\hat{m}(t) = A_m\hat{cos}\omega_m t = A_m\sin\omega_m t$,因此单边带信号可表示为



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2}A_m\cos\omega_m t\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}A_m\hat{cos}\omega_m t\sin\omega_c t \quad (3)$$

任意一个基带信号总可以表示成许多正弦信号之和,所以公式(3)可推广到一般情况,即对任意调制信号 $m(t)$,SSB 信号的时域表达式为

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t \quad (4)$$

经过多年的教学,我们发现,学生在前期课程学习中,对于"任意信号总可以分解成许多正弦信号之和"这一知识点掌握不扎实,因此觉得以上推导很难理解. 而 SSB 信号的频域表示则比较直观,简明,为了便于学生深刻理解,我们从频域入手来推导 SSB 信号的时域表达式.

滤波法产生单边带信号的原理如图 1 所示. 当滤波器选择图 2 所示的理想低通滤波器时输出下边带信号,选择图 3 所示的理想高通滤波器时输出上边带信号. 我们以下边带为例导出单边带信号的时域表达式.

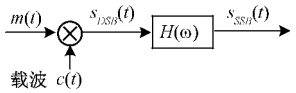



图 1 滤波法 SSB 信号的调制器

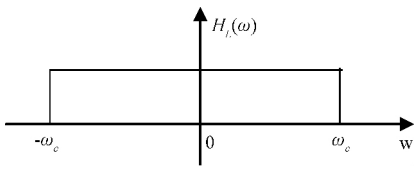



图 2 理想低通滤波器

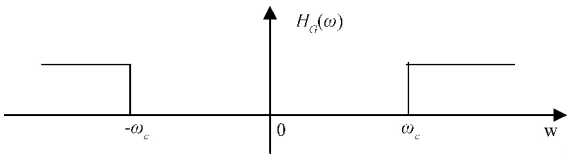



图 3 理想高通滤波器

设理想低通滤波器的频谱为 $H_L(\omega)$,它可以用符号函数来表示为

$$H_L(\omega) = \frac{1}{2}[\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) - \mathrm{sgn}(\omega-\omega_c)] \quad (5)$$

其中 $\mathrm{sgn}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases}$ 为符号函数.

设基带信号的频谱为 $M(\omega)$,则双边带信号的频谱为

$$S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)] \quad (6)$$

下边带信号的频谱为

$$S_{LSB}(\omega) = S_{DSB}(\omega)H_L(\omega) \quad (7)$$

把公式(5)和(6)带入公式(7),则

$$S_{LSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)] \times \frac{1}{2}[\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) - \mathrm{sgn}(\omega-\omega_c)]$$

$$S_{LSB}(\omega) = \frac{1}{4}[M(\omega+\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) - M(\omega+\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega-\omega_c) - M(\omega-\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega-\omega_c)] \quad (8)$$

在幅度调制中,载波频率总要大于基带信号中的最高频率,因此

$$M(\omega-\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) = M(\omega-\omega_c),$$
$$M(\omega+\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega-\omega_c) = -M(\omega+\omega_c)$$

公式(8)可化简为

$$S_{LSB}(\omega) = \frac{1}{4}[M(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)] + \frac{1}{4}[M(\omega+\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) - M(\omega-\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega-\omega_c)] \quad (9)$$

公式(9)中,$\frac{1}{4}[M(\omega+\omega_c) + M(\omega-\omega_c)]$ 是 $\frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t$ 的傅里叶反变换,而 $\frac{1}{4}[M(\omega+\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega+\omega_c) - M(\omega-\omega_c)\mathrm{sgn}(\omega-\omega_c)]$ 则是 $\frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$ 的傅里叶反变换. 对公式(9)作傅里叶反变换,即可得到下边带信号的时域表达式为

$$s_{LSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t + \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t \quad (10)$$

若用图 3 所示的理想高通滤波器对双边带信号进行滤波,采用类似的方法可得到上边带信号为

$$s_{USB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t - \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t \quad (11)$$

## 2 线性调制系统相移法的实现

对于任何幅度调制,已调信号均可表示为

$$s_m(t) = [m(t)\cos\omega_c t] * h(t) \quad (12)$$

根据卷积定义可知,$s_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}[m(t-$



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$\tau)\cos\omega_c(t-\tau)]h(\tau)d\tau$，再利用三角公式把余弦信号展开，则

$$\begin{aligned}s_m(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty}[m(t-\tau)\cos\omega_c t\cos\omega_c\tau)]h(\tau)d\tau + \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty}[m(t-\tau)\sin\omega_c t\sin\omega_c\tau)]h(\tau)d\tau \\ &= \cos\omega_c t\int_{-\infty}^{+\infty}m(t-\tau)\quad[h(\tau)\cos\omega_c\tau]d\tau + \\ &\quad \sin\omega_c t\int_{-\infty}^{+\infty}m(t-\tau)\quad[h(\tau)\sin\omega_c\tau]d\tau \\ &= m(t)*\quad[h(t)\cos\omega_c t]\cos\omega_c t + \\ &\quad m(t)*\quad[h(t)\sin\omega_c t]\sin\omega_c t\end{aligned}$$

令 $h_I(t)=h(t)\cos\omega_c t$，$h_Q(t)=h(t)\sin\omega_c t$ 分别表示 $h(t)$ 的同相分量和正交分量，再令 $s_I(t)=h_I(t)*m(t)$，$s_Q(t)=h_Q(t)*m(t)$，则公式(12)可表示为

$$s_m(t)=s_I(t)\cos\omega_c t+s_Q(t)\sin\omega_c t \qquad (13)$$

显然，$s_I(t)\cos\omega_c t$ 和 $s_Q(t)\sin\omega_c t$ 相互正交，因此任何一种幅度调制都可以等效为两个互为正交调制分量的合成.

## 3　单边带和双边带信号具有相同的抗噪性能

关于双边带和单边带信号的抗噪性能分析，教材[1]给出了这样一个结论：虽然 $G_{DSB}=2G_{SSB}$，但并不能说明 DSB 系统的抗噪性能比 SSB 系统的好，因为这一结果是在输入信号功率不同、带宽不同，噪声功率谱密度相同的条件下得到的. 如果保证两种调制方式具有相同的输入信号功率，相同的输入噪声功率谱密度，相同的基带信号带宽条件，则可以发现它们的输出信噪比是相等的. 这就是说，两者的抗噪声性能是相同的[1]. 在教学中发现，此处的结论容易给学生带来理解上的困难，并且没有证明 SSB 和 DSB 具有相同的抗噪性能，因此我们对该问题进行解释和证明.

调制制度增益主要衡量同一调制方式下，不同解调器抗噪性能的优劣，而衡量不同调制方式抗噪性能好坏的标准是采用解调器输出端的信噪比. 因此用制度增益来衡量 DSB 和 SSB 抗噪性能的优劣是不太合适的，结论开始给出了两种制度增益之间关系，容易给学生带来误解，从制度增益的角度出发去证明两者抗噪性能的等效性. 下面给出 DSB 和 SSB 具有相同的抗噪性能的证明过程.

教材[1]利用同一调制信号讨论了 DSB 和 SSB 的抗噪性能. 当调制信号为 $m(t)$ 时，DSB 解调器输出信号 $m_0(t)=\frac{1}{2}m(t)$，输出噪声功率 $N_0=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0B$，输出信噪比为 $\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{DSB}=\frac{\overline{\frac{1}{4}m^2(t)}}{\frac{1}{4}n_oB}$. DSB 信号的带宽为基带信号带宽的 2 倍，即 $B=2f_H$，因此

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{DSB}=\frac{\overline{m^2(t)}}{2n_of_H} \qquad (14)$$

在同样的调制信号 $m(t)$ 下，SSB 解调器输出信号 $m_0(t)=\frac{1}{4}m(t)$，输出噪声功率 $N_0=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0B$，输出信噪比为 $\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{SSB}=\frac{\overline{\frac{1}{16}m^2(t)}}{\frac{1}{4}n_oB}$，SSB 信号的带宽等于为基带信的带宽，即 $B=f_H$，因此

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{SSB}=\frac{\overline{m^2(t)}}{4n_of_H} \qquad (15)$$

从公式(14)，(15)看，DSB 的抗噪性能比 SSB 抗噪性能要好，但如上所述，这是在相同的调制信号下得到的，而在解调器输入端，它们输入的信号功率是不同的，DSB 信号的输入功率为 $S_{i_DSB}=\overline{s_m^2(t)}=\overline{[m(t)\cos\omega_c t]^2}=\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}$，SSB 信号的输入功率为 $S_{i_SSB}=\frac{1}{4}\overline{[m(t)\cos\omega_c t\mp\hat{m}(t)\sin\omega_c t]^2}=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}$. 要比较两种调制方式抗噪性能的优劣，需要提高 SSB 解调器输入的信号功率或降低 DSB 解调器输入的信号功率，使两者相等. 我们选择提高 SSB 解调器输入信号功率，使其等于 $\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}$. 最容易想到的方法是在解调器输入端放置功率放大器，但这种方法在放大了信号功率的同时也放大了噪声的功率，因此我们在 SSB 调制时，采用增大调制信号的方法，用 $m_2(t)=\sqrt{2}m(t)$ 作为 SSB 调制的调制信号，则解调器输入端输入信号功率为 $S_{i_SSB}=\frac{1}{4}\overline{[\sqrt{2}m(t)\cos\omega_c t\mp\sqrt{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t]^2}=\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}$，此时 SSB 解调器输出信号 $m_0(t)=\frac{1}{4}\sqrt{2}m(t)$，输出信号功率 $S_o=\frac{1}{8}\overline{m^2(t)}$，输出噪声功率仍然是 $N_0=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0B$，所以 SSB 的输出信噪比为



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)=\frac{\overline{\frac{1}{8}m^2(t)}}{\frac{1}{4}n_oB}=\frac{\overline{\frac{1}{8}m^2(t)}}{\frac{1}{4}n_af_H}=\frac{\overline{m^2(t)}}{2n_af_H} \quad (16)$$

结果和公式(14)相同,因此 DSB 和 SSB 具有相同的抗噪性能.

## 4 已调信号的功率谱密度和基带信号功率谱密度之间的关系

在二进制数字调制系统中,设平稳的随机基带数字信号为 $s(t)$,其功率谱密度为 $P_s(f)$,正弦载波为 $c(t)=\cos\omega_c t$,$e(t)=s(t)\cos\omega_c t$ 为振幅键控已调信号,它可被看作是一平稳随机过程,则该平稳随机过程的功率谱密度 $P_e(f)=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{E|E_T(f)|^2}{T}$,其中 $E[\ ]$ 表示随机过程的均值,即数学期望,$E_T[\ ]$ 是截短函数 $e_T(t)$ 的频谱函数.

显然 $e_T(t)=s_T(t)\cos\omega_c t$

根据频域卷积定理 $E_T[\ ]=\frac{1}{2\pi}S_T(f)*F(\cos\omega_c t)$

$$\begin{aligned}
E_T[\ ]&=\frac{1}{2\pi}S_T(f)*\pi[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)]\\
E_T[\ ]&=\frac{1}{2}[S_T(f-f_c)+S_T(f+f_c)]\\
P_e(f)&=\lim_{T\to\infty}\frac{E|E_T(f)|^2}{T}=\lim_{T\to\infty}\frac{E|S_T(f+f_c)+S_T(f-f_c)|^2}{4T}\\
&=\lim_{T\to\infty}\frac{E|[S_T(f+f_c)+S_T(f-f_c)]^2|}{4T}\\
&=\lim_{T\to\infty}\frac{E|[S_T^2(f+f_c)+S_T^2(f-f_c)+2S_T(f+f_c)S_T(f-f_c)]|}{4T}
\end{aligned} \quad (17)$$

设截短信号 $s_T(t)$ 的傅里叶变换 $S_T(f)$ 如图 4 所示. 如图 5 给出了该截短信号经过频移之后的波形.

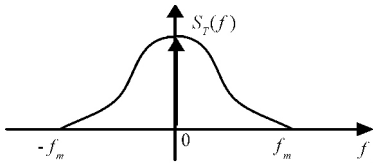
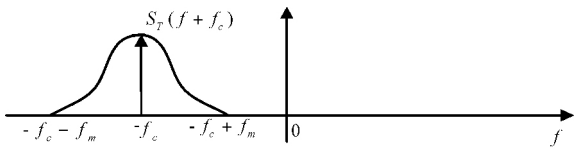
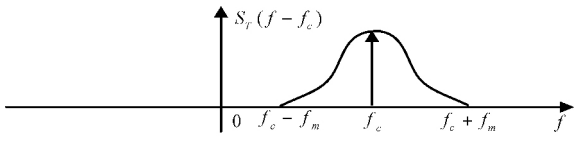



图 4 截短信号 $s_T(t)$ 的频谱 $S_T(f)$




(a) $S_T(f)$左移结果$S_T(f+f_c)$




(b) $S_T(f)$右移结果$S_T(f-f_c)$截短信号$s_T(t)$的频谱

图 5 $S_T(f)$ 频移结果(a)左移 (b)右移

从图 5 可以明显看出,$S_T(f+f_c)S_T(f-f_c)=0$,因此公式(17)变为

$$\begin{aligned}
P_e(f)&=\lim_{T\to\infty}\frac{E|[S_T^2(f+f_c)+S_T^2(f-f_c)|}{4T}\\
P_e(f)&=\lim_{T\to\infty}\left[\frac{E|S_T(f+f_c)|^2}{4T}+\frac{E|S_T(f-f_c)|^2}{4T}\right]\\
P_e(f)&=\lim_{T\to\infty}\frac{E|S_T(f+f_c)|^2}{4T}+\lim_{T\to\infty}\frac{E|S_T(f-f_c)|^2}{4T}\\
P_e(f)&=\frac{1}{4}[P_s(f+f_c)+P_s(f-f_c)]
\end{aligned}$$

## 5 结 论

文章对《通信原理》教材中几个令学生迷惑的问题进行了分析和推导,从频域分析和傅里叶反变换入手,推导出在任意基带信号下,单边带调制信号的时域表达式. 证明了任何线性调制系统均可以分解为两个正交分量的和或者说两个相互正交幅度调制之和,详细证明了单边带和双边带调制具有相同的抗噪性能,最后给出了数字调制信号的功率谱密度和随机基带信号功率谱之间的关系. 以上几个问题的推导严谨准确,弥补了教材的缺点,使学生能更好的理解以上问题,对学生的学习,工程人员的自学提供了很大的帮助,具有很大的指导意义.



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

## 参 考 文 献

[1] 樊昌信，曹丽娜.《通信原理》(第六版) [M]. 北京: 国防工业出版社，2007.
[2] 曹志刚，钱亚生.《现代通信原理》[M]. 北京: 清华大学出版社，2012.
[3] 沈越泓，高媛媛，魏以民.《通信原理》[M]. 北京: 机械工业出版社，2008.
[4] 周炯盘，庞沁华.《通信原理》[M]. 北京: 北京邮电大学出版社，2005.
[5] 王友村.《现代通信原理》[M]. 成都: 电子科技大学出版社，2013.
[6] 薛少丽，张传生，罗新民.《现代通信原理》[M]. 成都: 高等教育出版社，2003.
[7] 沈保锁，侯春萍.《现代通信原理》[M]. 北京: 国防工业出版社，2006.

# Analysis and Derivation of Several Puzzle Problems about 'Principle of Communication'

Wei Dongmei　Li Tianping　Wan Honglin

(College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan　250014)

**Abstract**

In the recent ten years, the textbook "Principle of Communication (sixth edition)" complied by Fan Changxin is used as our textbook, it is preferable to other textbooks both in the arrangement and in the content, but there are still some analysis or derivation about the some problems and conclusions are briefness or are omitted, which makes the learners puzzled, and it is exhausting to find the satisfied answers from other teaching materials. In this paper, we presented the details derivation of the time domain expression of the Single Side Band, the principle of linear modulation used the phase-shift and the relationship between the digital modulated single and the random digital base band single. In addition, the explanation that the SSB and the DSB have the same anti-noise performance is given in this paper.

**Key words:** Single side band (SSB) modulation, Double Side Band (DSB) modulation, single-to-noise ratio, power spectrum density.



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net