DOI:10.19789/j.1004-9398.2016.02.001

均值不等式问题特征对其解法类比迁移的影响

张令伟[1,2] 连四清[1] 屈宏宽[3]

(1. 首都师范大学数学科学学院,北京 100048; 2. 河北省平乡县第一中学,河北 邢台 054500;
3. 河北省枣强中学,河北 衡水 053100)

摘 要

在不同学生类型情况下,样例和测题问题特征相似性对其解法类比迁移的影响的实验结果说明: 对于初学者来说,样例和测题表面特征的不同相似关系对问题解决迁移成绩有不同的影响. 代数式类型表面特征的具体情节发生较大变化时,对问题解决方法的通达、提取和运用的迁移没有影响; 常数类型问题表面特征的具体情节发生较大变化时,不仅对问题解决方法的通达有影响,而且对方法的提取和运用也有影响,当被试学生类型不同时,影响也不同.

关键词: 问题特征,类比迁移,相似性.
中图分类号: G420

1 问题提出

关于样例在原理学习与迁移过程中的作用,已有较多的研究. Gentner 提出类比结构映射理论认为,学习样例为学习者解决新问题提供了一个类比源,类比主要是对两种情境所蕴含的结构和等级关系进行映射,只映射共同的内在关系而不包括具体事物的属性[1]. 有研究指出,样例所包含的信息可以分为表面内容信息与内在原理信息两方面,表面内容是指问题所涉及的事物、形式、情节等具体内容,样例的表面内容对新手解决问题有重要作用; 内在原理是问题所包含的内在结构或关系,是解决问题的关键[2].

样例的表面内容对于新手解决问题的影响,已有大量的研究. Gick,Reed 以及 Holyoak 和 Koh 等人的研究指出,样例的表面内容只对提取有影响,尤其是对自发提取,一旦提取成功或找到合适的类比源后,下一步的应用或者映射过程将不受表面内容的影响,而只是对问题的结构信息敏感[3-5].

Ross 在一系列构思巧妙的实验中,将表面内容进一步分离为表面概貌和对象对应两个方面,表面概貌指事件的背景、情节、具体对象、表达形式等,对象对应是指问题的具体对象与原理各个变量之间的对应[6,7]; 而莫雷,唐雪蜂在 Ross 的研究基础上把表面概貌又进一步分离为事件属性和事件类型,事件属性是指事件的背景、具体对象、事件的具体情节等,事件类型是根据事件的语义内容来对其性质进行的类型划分(如运动问题,工程问题等)[8,9]. 前者以大学生为被试,概率原理问题为材料,系列地研究了样例的表面内容对迁移的影响,研究指出: 样例的表面内容不仅在类比源的选取上起作用,而且也对匹配过程有影响; 问题表面概貌的相似可以影响原理的通达,但对于原理的运用没有影响; 而对象对应主要影响原理的运用; 在他的研究中表面概貌的变化,只限于事件属性方面的变化[6,7]. 后者以高一学生和大一学生为被试,排列与组合应用题为材料,研究了样例与问题在事件类型方面发生变化时,其表面概貌相似性对原理运用的影响. 结果指出: 表面概貌在事件类型方面发生变化时,其表面概貌相似性对原理运用表现出明显的影响[8,9].

莫雷,刘丽虹[10]也以高一中等生初学者为被试,三个概率原理为学习材料进一步探讨了原理相同与否的情况下,样例与新问题的表面内容的相似性对类比迁移的影响. 结果指出: 对于初学者来说,在内在原理相同的情况下,样例与新问题的表面内容相似对新问题的解决有促进作用,其中表面概貌是否相似会影响类比源的选择,而表面对应是否相似主要影响目标问题与源问题各个部分的匹配从而

收稿日期: 2015-07-20

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

影响原理(公式)的运用. 在内在原理不同的情况下,样例与新问题表面内容相似对新问题的解决会产生负迁移.

从已有研究可以看到,多数样例问题特征对问题解决迁移的研究涉及的数学学科知识多为概率应用题,排列组合应用题及运动和工程问题,对于均值不等式问题特征对解题迁移的影响的研究很少涉及. 为此,研究者拟通过实验,探讨在不同学生类型情况下,均值不等式问题特征的不同相似关系对解题迁移的影响,从而为教师在面对不同类型学生选择教学内容方面提供实验依据.

2 研究方法

实验设计: 本实验采用 2(代数式类型: 整式与分式) ×2(常数类型: 常数等于 1 与常数不等于 1) ×3(学生类型: 学优生、学中生、学差生) 三因素混合设计,其中代数式类型、常数类型为被试内变量,学生类型为被试间变量. 研究变量为迁移成绩.

被试: 选择邢台市某中学的高一两个重点班的学生作为被试,共 114 人. 根据各班的月考成绩将每个班的学生分为学优生、学中生、学差生三个类型. 分类的依据是: 把各班的月考平均分加减标准差得到区间分界分数. 分数高于平均分加标准差的为学优生,分数在平均分减标准差与平均分加标准差之间的为学中生,分数低于平均分减标准差的为学差生. 在实验过程中有学生没有按要求进行实验,如测试卷上不写姓名,或迁移成绩与月考成绩出入很大,这些被试的数据在统计分析时被剔除. 最后有 86 名学生被试的数据有效,男生 26 名,女生 60 名.

实验材料: 实验材料包括学习材料和测试材料. 学习材料由一个均值不等式公式和一道学习样例题组成. 学习样例包括样例问题的分析和样例的详细解答过程. 测试材料由 12 道测试题组成,按已知条件中代数式类型是整式与分式,常数类型等于 1 与不等于 1 分为四类题目,每类题目 3 道测试题. 在测试材料试卷上给出所学原理的公式. 为了消除题目的顺序影响,本实验测试材料采用拉丁方设计,共得到 12 套测试问卷.

实验程序: 首先让被试用十分钟时间阅读学习材料. 向被试发放学习材料,并且读学习材料指导语,学生学习 10 分钟,学习材料收回后直接发给被试测试材料,同时读测试材料指导语, 45 分钟后统一收回测试卷.

数据的观测方法: 按满分 10 分的评分标准对测试卷进行评分: 答案完全不正确即不能迁移的记 0 分; 能使用“1”的代换的记 5 分; 能正确展开括号的记 7 分; 能正确使用均值不等式公式记 8 分; 能正确得出最小值记 9 分; 能正确写出取得最小值时 a、b 值的记 10 分.

3 实验结果

对三种不同学生类型被试迁移成绩进行描述性统计,结果如表 1 所示(表中 $a1$ 表示代数式为整式,$a2$ 表示代数式为分式,$b1$ 表示常数等于 1,$b2$ 表示常数不等于 1). 从中可以看出,三种学生类型的迁移成绩存在显著性差异.

表 1 高中一年级均值不等式问题解决类比迁移成绩描述统计表

	优		中		差	
	M	SD	M	SD	M	SD
$a1b1$	24. 58	3. 554	17. 48	9. 364	18. 86	9. 172
$a1b2$	22. 75	6. 575	14. 62	11. 181	13. 57	10. 493
$a2b1$	23. 83	5. 508	18. 12	9. 496	19. 36	8. 828
$a2b2$	25. 17	2. 887	15. 58	10. 952	11. 93	9. 186

注: 表 1 中的平均分是指每一类题的三道题总分的平均分.

对迁移成绩进行 2(代数式类型) ×2(常数类型) ×3(学生类型) 重复测量方差分析,结果表明: 代数式类型的主效应不显著($F = 0.382$, $P = 0.538 > 0.05$),代数式类型 × 学生类型交互效应不显著($F = 0.646$, $P = 0.527 > 0.05$). 这说明代数式类型主效应不存在学生类型差异. 常数类型的主效应显著($F = 10.795$, $P = 0.001 < 0.01$). 常数类型 × 学生类型交互效应边际显著($F = 2.711$, $P = 0.072 > 0.05$),这说明常数类型对迁移成绩的影响存在一定的学生类型差异. 代数式类型 × 常数类型交互效应不显著($F = 0.124$, $P = 0.726 > 0.05$). 代数式类型 × 常数类型 × 学生类型交互效应不显著($F = 1.052$, $P = 0.354 > 0.05$). 这说明代数式类型 × 常数类型交互效应不存在学生类型差异.

进一步对常数类型因素在学生类型的三个水平上做简单效应检验结果知: 在学优生水平上 $F = 1.57$, $P = 0.305 > 0.05$; 在学中生水平上 $F = 4.999$, $P = 0.047 < 0.05$; 在学差生水平上 $F = 6.136$, $P = 0.028 < 0.05$. 这说明就学优生而言,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩没有显著影响; 对于学中生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有显著影响; 对于学差生来说,常数类型因素对问

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

题解决的类比迁移成绩有显著影响,与学中生比较而言,对学差生的影响更大.

常数类型 × 学生类型交互作用图如图 1.

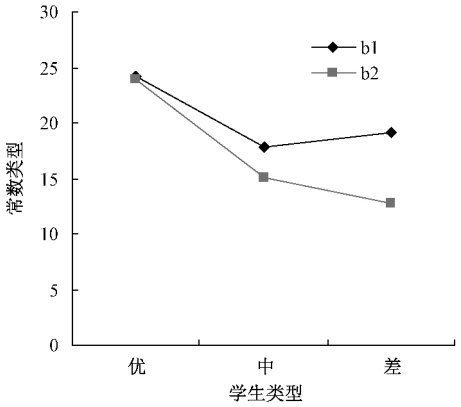


图 1　常数类型 × 学生类型交互作用图

4　分析与讨论

本实验的目的是探讨高中一年级不同类型的学生(没有经验的新手) 作为被试时,样例与测题的代数式和常数特征相似性对问题解决的类比迁移成绩的影响. 实验的基本设想是: 代数式类型与常数类型特征对问题解决的迁移成绩都有影响,且两特征的不同相似性对不同类型的学生的影响不同.

实验结果表明: 代数式类型的主效应不显著,代数式类型主效应不存在学生类型差异,也就是说代数式类型对问题解决的迁移成绩没有显著影响. 这一结果与我们的预期有些不同. 这似乎支持了 Gentner(1983) 提出的类比结构映射理论,学习样例为学习者解决新问题提供了一个类比源,类比主要是对两种情境所蕴含的结构和等级关系进行映射,只映射共同的内在关系而不包括具体事物的属性. 这个理论很好地解释了在结构相似的基础上对相似的源问题的选择并应用于解决靶问题能够促进迁移的现象. 结果说明,无论何种代数类型并不影响方法的通达、提取和应用. 其原因一方面可能是: 被试通过对样例学习以及对样例和测题表面特征的比较,可能已经概括出样例与测题在两种代数式特征下它们之间所蕴涵的关系和结构,进而在解题过程中直接把这种关系映射过来. 在代数式是整式的样例和测题中,如已知条件表达式“$2a + b = 1$”和所求表达式“$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$”中蕴涵的隐含条件是加号前后的两项字母部分分别互为倒数关系,同样在代数式是分式的测题中,如已知条件表达式“$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$”和所求表达式“$a + b$”中所蕴涵的隐含条件也是加号前后的两项分别互为倒数关系. 这样被试把样例中由代数式决定的解题方法“两式相乘”直接迁移到测题中应用. 另一方面可能是: 被试通过对样例的学习,概括出样例的已知条件表达式如“$2a + b = 1$”和所求表达式如“$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$”一个是分式、一个是整式,问题解决方法是“相乘”来构造使用均值不等式的条件,而在代数式类型两个水平上的测题中,已知条件表达式和所求表达式都是一个是分式、一个是整式,根据问题特征的表面相似关系,被试将测题与样例进行表层类比,直接把样例的“相乘”的问题解决方法迁移到测题中.

正如我们假设的那样,对于没有经验的被试来说,常数类型的主效应显著,也就是说常数类型因素对迁移成绩影响非常显著. 这说明常数类型因素影响解题方法的通达、提取和应用. 这似乎支持了 Ross[9] 的示例理论,语义领域在源问题的激活和提取过程中起着重要作用,而具体元素在应用阶段起着重要的影响作用. 总的来说,问题内容在类比迁移的各个阶段起着非常重要的作用. 其原因可能是: 学习样例中给出的已知条件表达式如“$a + b = 1$”中等式右边等于“1”,问题解决过程中直接利用“1”的代换. 而测题中包含两类题: 一类是常数等于“1”,被试通过表面特征的表层类比,可以直接利用“1”的代换解决这类测题; 另一类是常数不等于“1”,这类测题与样例在表面概貌的具体情节上变化较大,被试可能不能揭露这种隐蔽条件,看出测题与样例表面特征的隐蔽的相似性,从而在问题解决过程中迁移不能完成[9].

常数类型与学生类型交互效应边际显著,这说明常数类型对迁移成绩的影响存在一定的学生类型差异,也就是说对于不同类型的学生,常数类型对迁移成绩的影响不同. 进一步的简单效应分析发现: 对于学优生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩没有影响; 对于学中生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有显著影响; 对于学差生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有显著影响,与学中生比较而言,对学差生的影响更大. 常数类型对学优生的方法迁移都没有显著的影响,这与王雷,连四清[11] 的实验结果一致,问题的表面信息对于学优生产生类比迁移而言相对不重要,经过对样例的图示归纳,学优生在记忆中保留下了问题的结构特征,在解决测题时不再受问题的具体情节的变化的影响; 而学中生和学差生在迁移过程

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

中更依赖与问题的表面特征. 出现这一现象的原因可能是不同类型的学生对解决过的问题的图式归纳方式不同,或者至少是侧重不同: 学优生更善于或侧重于归纳出问题的结构特征,在解决新问题时能排除表面信息的干扰; 而学中生和学差生往往不能很好地归纳出问题的结构特征而依赖问题的表面特征,最终保存在他们长时记忆中的是关于问题的表面的、非结构的信息,他们不能揭露表面特征的隐蔽条件,看到表面特征的隐蔽的相似性.

5 实验结论

当被试是没有经验的新手时,样例代数式类型表面特征对解题方法的通达、提取和运用都没有影响; 常数类型表面特征不仅对的解题方法的通达有影响,而且对提取和运用过程也有影响,对不同类型的学生影响也不同.

参 考 文 献

[1] Gentner D. Structure-mapping: a theoretical framework for analogy [J]. Cognitive Science, 1983, 7: 155 - 170.

[2] Ross B H. This is like that: the use of earlier problems and the separation of similarity effects [J]. Journal of Experimental Psycholo-gy: Learning, Memory, and Cognition, 1987, 13(3): 629 - 639.

[3] Gick M L, Holyoak K J. Schema indication and analogical transfer [J]. Cognitive Psychology, 1983, 14(1): 1 - 38.

[4] Reed S K. A structure-mapping model for word problems [J]. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1987, 13(1): 124 - 139.

[5] Holyoak K J, Koh K. Surface and structure similarity in analogical transfer [J]. Memory & Congition, 1987, 15(4): 332 - 340.

[6] Ross B H. Distinguishing types of superficial similarities: different effects on the access and use of earlier problems [J]. Journal of Experi-mental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1989, 15(2): 456 - 468.

[7] Ross B H, Kennedy P T. Generalizing from the use of earlier examples in problem solving [J]. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1990,16(1):42 - 55.

[8] 莫雷, 唐雪峰. 表面概貌对原理运用的影响的实验研究 [J]. 心理学报,2000,4: 339 - 408.

[9] 莫雷, 唐雪峰. 事件类型的相似性对原理运用影响的实验研究 [J]. 心理科学, 2001,1: 5 - 8.

[10] 莫雷, 刘丽虹. 样例表面内容对问题解决类比迁移过程的影响 [J]. 心理学报, 1999,3: 313 - 320.

[11] 王雷, 连四清. 高中生数学问题解决图式归纳方式的比较研究 [J]. 数学教育学报, 2010, 19(1): 41 - 43.

Average Value Inequality Question Characteristic to its Solution Analogical Transfer Influence

Zhang Lingwei[1,2] Lian Siqing[1] Qu Hongkuan[3]

(1. School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100048; 2. No. 1 high school of Pingxiang, Xingtai, Hebei 054500; 3. Zaoqiang Middle School, Hengshui, Hebei 053100)

Abstract

This experiment used 2 (the algebraic expression types: integral expression or fraction) × 2 (the constant types: 1 or not 1) × 3 (the student types: good students, normal students or LD students) three factors mix design to study on the effect of students in tenth-grade samples and the similarity of problems on the analogous transfer of solution. The result of experiment showed that the effectiveness of sample and the similarity of problem on the transfer of solution for novices were existed. When some surface featutes had greatly been changed would have not impact on the solution and transfer, but others were contrarily. The effectiveness of problem features were different from siginificant students. The change of the appearance featutes hadn't impact on the solution transfer of good students, but the results of the normal and LD students are controdictary.

Key words: question characteristic, analogical transfer, smilarity.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net