DOI:10.19789/j.1004-9398.2017.04.005

“反例”小角色大作用*

——反例教学的重要性

曾春燕[1] 姚 静[2]

(1. 广东茂名幼儿师范专科学校数学系,广东 茂名 525200; 2. 华南师范大学数学科学学院,广东 广州 510631)

摘 要

反例是数学学习中的重要内容,通过反例的辨析可以深刻理解相关的数学概念,分析问题解决中的问题,更好地掌握数学定理、公式,并灵活应用于新情境. 本文通过理论分析和案例研究,探讨了反例在高考和竞赛中的应用、反例在课标中的地位及心理学的意义和反例在实际教学中的应用.

关键词: 反例, 反例教学,高考,竞赛.

中图分类号: G632. 42

反例在中学数学中作为辅助的角色,对比正例,很多教师往往不够重视. 根据文献[1]可以知道,中学数学教师教师对数学反例的了解不深刻,缺乏良好数学反例的教学观. 而从文献[2]中可以知道反例对我们的教学效果产生了巨大影响,那么反例在我们中学数学中占据着怎样的地位呢? 我们有必要去了解它.

1 新课标几句话,点明了反例的地位

在新课标颁布之后,中学数学课程标准对反例提出了新的要求.

1)《普通高中数学课程标准(实验)》

“教学中应通过实例,引导学生运用合情推理去探索、猜测一些数学结论,并用演绎推理确认所得结论的正确性,或者用反例推翻错误的猜想. 教学的重点在于通过具体实例理解合情推理与演绎推理,而不追求对概念的抽象表述. ”

“评价对数学的理解,可以关注学生能否独立举出一定数量的用于说明问题的正例和反例. 特别地,对核心概念学习的评价应该在高中数学学习的整个过程中予以关注. ”

2)《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》

“推理能力主要表现在: 能通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想,并进一步寻求证据、给出证明或举出反例; 能清晰、有条理地表达自己的思考过程,做到言之有理、落笔有据; 在与他人交流的过程中,能运用数学语言、合乎逻辑地进行讨论与质疑. ”

3)《义务教育数学课程标准(2011 年版)》

“了解反例的作用,知道利用反例可以判断一个命题是错误的. ”

从以上三个课程标准,我们可以看到: 高中数学课程标准强调的是教师的教学要合理使用反例的作用,和评价数学理解中反例的作用; 而义务教育课程标准的新修改更是丰富了反例的内容,从“对猜想举出反例”到“了解反例的作用,知道利用反例可以判断一个命题是错误的”. 可见反例越发引起了教师们的重视了.

2 教育学和心理学对反例的地位的阐述

教育心理学研究表明,新旧知识具有相近或相互联系特点,最容易使认识过程受旧知识痕迹影响而发生“痕迹性错误”. 此时,可通过反例否定学生的错误认识,澄清相邻知识的区别和联系,防止负迁移[3].

教育理论认为: 概念或规则的正例传递了最有利于概括的信息, 反例则传递了最有利于辨别的信息. 因此构造反例是我们辨析错误的重要工具. 从数学的发展史来看,反例和证明一样占有重要的地

收稿日期: 2016-09-02

* 广东省教育科学“十二五”规划 2015 年度教育信息技术研究项目(15JXN023); 茂名市教育科学“十二五”规划 2015 年度研究项目(mjy201555).

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

位. 这是因为在数学问题的探索中,猜想结论是否正确,正确则要求严格证明,而谬误则靠反例来否定. 而数学的发现也是朝着这两个目标——提出证明和构造反例发展[4].

心理学实验告诉我们: 差别大的东西,异常的信号,往往会首先引起注意; 同样的东西,变化一个角度或提法,常常会给人以新鲜的感觉. 在数学教学中,若长时间地采用正例帮助学生理解数学知识,将很难留下深刻的印象; 而适当地运用反例能从另一个侧面抓住概念或规则的本质[4].

在教学中利用反例,从心理学的观点来看,这是一种比较. 比较能确定其与被比较对象的共同点和不同点. “有比较才有鉴别”,才能容易把握住所研究对象的本质特征. 因此,概念教学中,捕捉适当时机,选用恰当的反例进行教学,对概念的教学能起到事半功倍的效果[9].

学生在学习过程中,初步形成的认知往往会向邻近的知识泛化. 教学中,若能巧用反例,让学生观察、比较、辨析反例素材,可以促使他们对所学知识作进一步思考,达到排除非本质属性的目的. 反例因其简明、直观、形象、生动、说服力极强等特点,决定了它在教学中起着不可替代的作用[11].

数学家 B·R·盖尔鲍姆说过,一个数学问题如果用一个反例予以解决,给人的刺激犹如一出好戏剧. 充分利用反例是培养创造性思维的有效途径. 成功的个案研究既需要一些生动出色的正面案例,也需要分析一些存在缺陷的反面材料[5].

波利亚说, “类比和反例是发明的伟大源泉”,通过类比,可以获得一系列猜想. 当猜想是谬误时,反例是最简捷的说明方法[10].

18 ~ 19 世纪有突出贡献的数学家 Euler 和 Gauss,根据他们自身的工作经验,曾发表过一些“经验之谈”. Euler 说过, “反例和证明推动了数学学科的发展. ” Gauss 也说过,他的许多定理都是靠反例法发现的. 我们可以举出大量实例来说明经验反例法确实是发现数学真理的一种有效手段. 正确有效地指出错误是数学教学的基本内容之一. 无论是评判学生对问题的回答,还是批改学生的作业,都需要指出其中的错误,而指出错误最有说服力的因而也是最有效的办法就是举反例[12].

举反例和证明同样是数学的重要思维方式,他们是一个问题的两个侧面. 著名科学、哲学家波普(K. R. Popper) 曾说,知识成长的逻辑是“在猜想和反驳中成长着的. ”对一个错误认识的反驳不仅是可能的,而且有一个十分有效的标准和方法——反例. 反例方法是证伪、纠错和发现正确认识的极富说服力的思想方法,是一项积极的创造性思维活动. 在数学推理中,构造反例与提出证明具有同等重要的作用,正如美国数学家 B. R. 盖尔鲍姆和 J. M. H. 奥姆斯特德指出, “冒着过于简单化的风险,我们可以说数学由两大类——证明与反例组成,而数学发现也是朝着两个主要的目标——提出证明与构造反例. ”因此,学会举反例在数学学习中是至关重要的[3].

3　反例在竞赛和高考中的地位

在笔者查阅的大量的文献,教会学生构造反例的方法是很重要的. 我们可以从 1988—2010 年的高考题和 1978—2001 年的竞赛题中对学生构造反例的能力的考察看出其重要性.

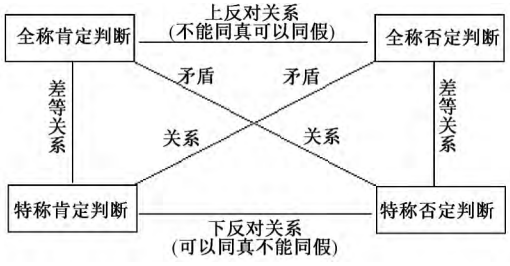
3.1　反例在高考中的应用

1) 直接举反例否定某命题

肯定一个命题的正确性,需要经过严格的推理论证,而否定一个命题只需要一个反例即可. 因此,运用反例来否定一个命题有独特的作用.

①基本形式反例在高考中的应用

数学命题有以下四种基本形式: 全称肯定判断,全称否定判断,特称肯定判断,特称否定判断. 它们之间的关系可用下图的逻辑方阵来表示.



全称肯定判断(所有 S 都是 P) 与特称否定判断(有 S 不是 P) 可以互为反例,高考中对全称肯定判断的反例应用考查比较常见.

例 1(2002 年全国理科卷 21)　设函数 $f(x) = x^2 + |x - a| + 1, x \in R$. 讨论 $f(x)$ 的奇偶性.

反例构造: 当 $a = 0$ 时,易证 $f(x) = f(-x)$,即 $f(x)$ 是偶函数; 当 $a \neq 0$ 时,取 $a = 1$,此时 $f(-a) \neq f(a)$, $f(-a) \neq -f(a)$ 即可得函数 $f(x)$ 既不是奇函数,也不是偶函数.

方法及拓展: 要判断 $f(x)$ 既不是奇函数,又不

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

是偶函数. 根据奇偶函数的定义的逆否命题,只需要找到在定义域内的 x_0,使得 $f(-x_0) \neq f(x_0)$ 且 $f(-x_0) \neq -f(x_0)$ 即可.

例 2(2002 年上海市高考试题) $C_x^m = \frac{x(x-1)\cdots(x-m+1)}{m!}$,其中 $x \in R$,m 是正整数,且 $C_x^0 = 1$. 这是组合数 $C_n^m(n,m$ 是正整数,且 $m \leqslant n)$ 的一个推广. 组合数的一个性质: $C_n^m = C_n^{n-m}$ 是否能推广到 C_x^m 的情况?若能推广,则写出推广的形式并给出证明;若不能,则说明理由.

反例构造: 当 $x = \sqrt{2}$ 时,$C_{\sqrt{2}}^1$ 有定义,但是 $C_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}-1}$ 无意义. 故 $C_n^m = C_n^{n-m}$ 不能推广到 C_x^m 的情况.

方法及拓展: 要判断 $C_n^m = C_n^{n-m}$ 是否能推广到 C_x^m 的情况,即要求任意 $x \in R$,m 是正整数,$C_x^m = C_x^{x-m}$ 都成立. 否定它,只需要找到一个 $x_0 \in R$,使得 $C_{x_0}^m = C_{x_0}^{x_0-m}$ 不成立即可.

例 3(2004 年全国高考题) 设数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 是公比不相等的两个等比数列,$c_n = a_n + b_n$,问 $\{c_n\}$ 是否为等比数列?

反例构造: 设 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的公比分别为 p、q,且 $p \neq q$. 因为 $c_n = a_n + b_n$,所以 $c_2^2 = a_1^2p^2 + b_1^2q^2 + 2a_1b_1pq$,$c_1c_3 = a_1^2p^2 + b_1^2q^2 + 2a_1b_1(p^2 + q^2)$,又因为 $p \neq q$,所以 $p^2 + q^2 > 2pq$. 因此 $c_2^2 \neq c_1c_3$,故 $\{c_n\}$ 不是等比数列.

方法及拓展: 要判断 $\{c_n\}$ 不是等比数列,根据等比数列的性质的逆否命题,只需要找到某个 $n_0 \in N^*$,使得 $c_{n_0+1}^2 \neq c_{n_0}c_{n_0+2}$ 成立即可.

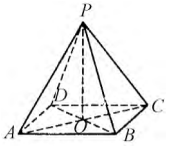
从上面三道高考题可以看出: 对于带有“任意成立”的命题的否定,我们只需要找到某一个不成立即可.

②几何命题的反例在高考中的应用

例 4(1999 年北京崇文区高考模拟试卷试题)

判断题: 已知一个棱锥的底面是各边相等的多边形,且顶点在底面的射影是底面多边形的对称中心,则这个棱锥必是正棱锥.

反例构造: 底面为菱形. 菱形的各边相等且有对称中心,但是菱形不是正多边形. 如下图,过菱形对称中心 O 且垂直于所在平面的直线上取一点 P,把 P 点与菱形 ABCD 的顶点连结起来得到棱锥 P-ABCD,如果菱形 ABCD 不是正方形,那么棱锥 P-ABCD 就一定不是正棱锥.



方法及拓展: 对于几何命题,有时举出一个反例图形胜过千言万语.

2)举反例求函数中的参数范围

近几年的某些高考题均可从正面推理证明,但是使用反例来论证不单只运算量小、直观、说服力强,而且有利于培养学生思维的深刻性.

例 5(2000 年全国理科卷 19 题) 设函数 $f(x) = \sqrt{x^2+1} + ax$,其中 $a > 0$.

(1)解不等式 $f(x) \leqslant 1$;

(2)求 a 的取值范围,使函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调函数.

反例构造: 当 $0 < a < 1$ 时,在区间上 $[0,+\infty)$ 存在两点 $x_1 = 0$,$x_2 = \frac{2a}{1-a^2}$ 满足 $f(x_1) = 1$,$f(x_2) = 1$,即 $f(x_1) = f(x_2)$,所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上不是单调函数.

例 6(2006 年全国理科试卷 20) 设函数 $f(x) = (x+1)\ln(x+1)$,若对所有的 $x \geqslant 0$ 都有 $f(x) \geqslant ax$ 成立,求实数 a 的取值范围.

反例构造: 在 $a > 1$ 时找到了区间 $[0,e^{a-1}-1] \subset [0,+\infty]$,不等式 $f(x) \leqslant ax$ 成立,从而找到了 $f(x) \geqslant ax$ 在 $[0,+\infty]$ 上恒成立的 a 的取值范围.

例 7(2008 年全国理科试卷 22) 设函数 $f(x) = \frac{\sin x}{2+\cos x}$.

①求 $f(x)$ 的单调区间;

②如果对任何 $x \geqslant 0$ 都有 $f(x) \leqslant ax$,求实数 a 的取值范围.

反例构造: 当 $a \leqslant 0$ 时取特值 $x_0 = \frac{\pi}{2}$,使得 $f(x_0) \leqslant ax_0$ 成立,当 $0 < a < \frac{1}{3}$ 时,通过构造辅助函数 $h(x) = \frac{\sin x}{3}$ 和子区间 $(0,\arccos 3a)$ 使不等式 $f(x) > h(x) > ax$ 成立,从而否定. 当 $a < \frac{1}{3}$ 时不等式 $f(x) \leqslant ax$ 在 $[0,+\infty)$ 上恒不成立.

例 8(2008 年辽宁理科试卷 22) 设函数 $f(x) = \frac{\ln x}{1+x} - \ln x + \ln(x+1)$.

①求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

②是否有实数 a,使得关于 x 的不等式 $f(x) \geqslant a$ 的解集为 $(0,+\infty)$. 若存在,求实数 a 的取值范围,

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

若不存在试说明理由.

反例构造: 这里取特值 $x = 2^n$ 使不等式 $f(x) < a$ 在 $(\max\{n_1, n_2\}, +\infty)$ 成立,就是 $a > 0$ 时不等式 $f(x) \geqslant a$ 在 $(0, +\infty)$ 不成立的一个反例.

例 9(2010 年全国理科试卷 22)　设函数 $f(x) = 1 - e^{-x}$.

①证明: 当 $x > -1$ 时,$f(x) \geqslant \dfrac{x}{x+1}$;

②设当 $x \geqslant 0$ 时,$f(x) \leqslant \dfrac{x}{ax+1}$,求 a 的取值范围.

反例构造: 与 2006,2008 类同,还有 2010 年新课改全国卷中的 21 题“设函数 $f(x) = e^x - 1 - x - ax^2$. 若当 $x \geqslant 0$ 时,$f(x) \geqslant 0$,求 a 的取值范围”中的反例构造也与此类似.

方法及拓展: 这几道高考题都是能归结为以下这类题型: 设含参数 a 的函数 $f(x)$,已知 $f(x)$ 满足某种性质,求 a 的取值范围. 我们常常要对参数在某个范围内进行取值,然后通过构造反例否定题设条件不成立,进而求出参数的取值范围.

3.2　反例在数学竞赛中的应用

1) 特例构造法在竞赛中的应用

有些数学问题,在满足题设的一般情况下,结论都成立,只是在满足题设的个别特殊情况下,结论才不成立. 若注意考察题设的特殊情况或极端情形,有时能较简捷地发现反例. 特例构造法常用于选择题的求解之中.

例 10　(2001 年全国初中联赛第 5 题) 判断题: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中,a、b、c 分别为 $\triangle ABC$ 的三边,a_1、b_1、c_1 分别为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三边. 若 $a > a_1$,$b > b_1$,$c > c_1$,则 $\triangle ABC$ 的面积 S 大于 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积 S_1. (　　)

反例构造: $\triangle ABC$,$AB = AC = 101$,$BC = 200$,得 $S = 100\sqrt{201}$; $\triangle A_1B_1C_1$,$A_1B_1 = A_1C_1 = B_1C_1 = 100$,得 $S_1 = 2500\sqrt{3}$; 而 $100\sqrt{201} < 2500\sqrt{3}$,所以 $S_1 < S$. 故命题不真.

例 11(1978 年重庆市中学生数学竞赛题)　命题“a,b,c 是三角形的三边,由 $a - b < c$ 推出 $a^2 - b^2 < c^2$”对不对?为什么?

反例构造: $a = 5$,$b = 3$,$c = 4$,满足 $a - b = 2 < 4 = c$,但是 $a^2 - b^2 = 16 = c^2$.

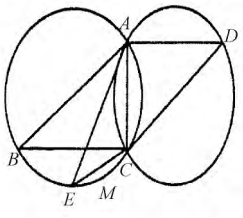
方法与拓展: 反例是鉴别假命题的常用工具. 要证明一个命题是正确的,必须有严密的推理证明; 而要否定一个命题,只需举出一个反例. 因此,我们可以利用举反例来发现假命题的存在.

2) 形象构造法在竞赛中的应用

形象构造法是指联系问题的几何意义,结合图形或想象的形象特征,构造出恰当的反例,这种方法在几何中用得最多.

例 12(1979 年全国高中数学竞赛题)　命题“一对对角及一对对边相等的四边形必为平行四边形”是否正确? 如果正确,请予证明,否则请举反例.

反例构造: 如下图所示,作 $ABCD$,过 A,B,C 三点以及 A,C,D 三点分别作两个圆,这里的 AB 不是直径. 让 B 在弧 AMC 上移动,使得 $AB = AE$,则在四边形 $AECD$ 中,$\angle E = \angle D$,$AE = DC$,但它不是平行四边形.



近几年的高考题和竞赛题的设计及标准答案无疑给中学数学教师上了一课. 反例法凭着运算量小、直观、效果好、说服力强等特点在高考和竞赛中都占了一席位置. 因为掌握反例的构造方法有利于学生在高考或竞赛中占有优势.

4　反例在对数函数教学中的应用

反例有着极为重要的意义,它在数学概念的理解和掌握、纠正错误、培养学生的思维能力等方面具有重要的作用. 因此,在平时教学中,要有意识地应用,使反例教学成为数学教学的一个重要手段. 纵观高中数学必修 1 对数函数的教学中,反例教学处处起着作用.

4.1　在平时教学过程中适当的穿插

在讲授了指数函数的定义“一般地,函数 $y = \log_a x\ (a > 0, a \neq 1)$,定义域是 $(0, +\infty)$,叫对数函数”后,教师安排了如下的例题:

例 13　判断下列函数是不是指数函数,为什么?

①$y = \log_2(x+1)$　　②$y = 2\log_3 x$

③$y = \log_3 x + 1$　　④$y = \log_x x$

⑤$y = \log_3 \dfrac{1}{x}$　　⑥$y = \log_2 x^2$

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

⑦$y = \log_{(-2)} x$

分析:①不是,因为该函数一定能化成形如 $y = \log_a x$ 的自变量单独作真数形式;② 是,因为 $y = 2\log_3 x = \log_{\sqrt{3}} x$,且定义域为$(0, +\infty)$;③、④无论怎样变形都不符合 $y = \log_a x$ 的形式;⑤ 是,$y = \log_3 \frac{1}{x} = \log_3 x^{-1} = -\log_3 x = \log_{\frac{1}{3}} x$ 且定义域为$(0, +\infty)$;⑥不是,定义域不为$(0, +\infty)$;⑦不是,底数没有满足 $a > 0$,且 $a \neq 1$;

然后教师与学生一起总结得出"一个函数是否是对数函数要满足:①底数 $a > 0$,且 $a \neq 1$,a 为常数;②$\log_a x$ 的系数为 1 或者可以化为 1;③该函数一定能化成形如 $y = \log_a x$ 的自变量单独作真数形式;④ 定义域一定为$(0, +\infty)$."

4.2 一节专题反例教学课堂设计

1) 呈现反例

教师走进课堂后,发下了如下的一张练习纸:

> 下列各题及其解答有没有错?为什么?如果有错,指出错在哪里?
>
> 1 解方程 $\log_{x-1}(x^3 - 6x^2 + 9x - 5) = 2$.
>
> 解:由原方程得:
>
> $\log_{x-1}(x^3 - 6x^2 + 9x - 5) = \log_{x-1}(x-1)^2$,
>
> 即 $(x-1)^2 = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$,化简得 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$,
>
> 即 $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$.
>
> ∴ 原不等式的解为 $x = 1$ 或 $x = 2$ 或 $x = 3$.
>
> 解方程 $\lg(x-1)^2 = 2$
>
> 解:因为 $lg(x-1)^2 = 2$, (1)
>
> 所以 $2\lg(x-1) = 2$, (2)
>
> 即 $\lg(x-1) = 1$,$\lg(x-1) = \lg 10$.
>
> 所以 $x - 1 = 10$ 即 $x = 11$

2) 分析反例

讨论 1:为什么出错了?

因为在对数函数 $y = \log_a x$ 中,$a > 0$,且 $a \neq 1$,$x \in (0, +\infty)$. 所以题 1 必同时满足 $x - 1 > 0$,$x - 1 \neq 1$,$x^3 - 6x^2 + 9x - 5 > 0$.

题 2 从(1)式到(2)式时,缩小了 x 的取值范围.

讨论 2:用方法判断出它错了?

题 1 把 $x = 1$ 代入原方程,式子无意义. 题 2 取 $x = -9$ 也满足方程. 这说明这两题的解法都有错.

讨论 3:如何纠正错误?

题 1 解:由原方程得:

$\log_{x-1}(x^3 - 6x^2 + 9x - 5) = \log_{x-1}(x-1)^2$,

即 $(x-1)^2 = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

化简,得 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$.

即 $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$.

因此 $x = 1$,$x = 2$,$x = 3$.

因为在对数函数 $y = \log_a x$ 中,$a > 0$,且 $a \neq 1$,$x \in (0, +\infty)$,所以原方程的解必须同时满足 $x - 1 > 0$,$x - 1 \neq 1$,$x^3 - 6x^2 + 9x - 5 > 0$. 因此原方程无解.

题 2 解:因为 $\lg(x-1)^2 = 2$,

所以 $2\lg(x-1) = 2$ 或者 $2\lg(1-x) = 2$.

$\lg(x-1) = 1$ 或者 $\lg(1-x) = 1$.

即 $\lg(x-1) = \lg 10$ 或者 $\lg(1-x) = \lg 10$.

所以 $x = 11$ 或者 $x = -9$.

讨论 4:同类题要注意什么?

①对数函数 $y = \log_a x$ 需满足:$a > 0$,且 $a \neq 1$,$x \in (0, +\infty)$,且当 $0 < a < 1$ 时 $y = \log_a x$ 单调递减,当 $a > 1$ 时 $y = \log_a x$ 单调递增.

②在解对数方程的过程中,由于方程里表示未知数的字母的取值范围可能扩大或缩小,因而可能产生增根或失根,这就要求我们必须注意检验.

3) 评价反例

教师小结反例的教学功能.

综上所述,我们可以看到反例的教学有效地促进了学生对数学概念的理解和掌握,对纠正对数学概念理解的偏差. 培养学生的思维能力都起到了非常重要的作用. 因此,在平时的教学中,有效地利用反例教学,可以提高课堂的效率. 反例教学不容忽视.

参 考 文 献

[1] 曾春燕,姚静. 反例在中学数学教学中使用情况的调查研究[J]. 数学教育学报,2012(3):51.

[2] 曾春燕,姚静. 反例作用的实验研究——以高一数学教学为例[J]. 数学教育学报,2015(1):77-81.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[3] 曾春燕,姚静. 专家——新手教师的教学准备情况调查研究 [J]. 首都师范大学学报: 自然科学版,2015(5):13 – 22.
[4] 曾春燕,姚静. 专家——新手教师对课时内容规划的个案研究 [J]. 首都师范大学学报: 自然科学版,2016(5):15 – 24.
[5] 张良强. 反例在案例研究中的功能 [J]. 数学教学研究,2002(10):11 – 13.
[6] 杨逸峰. 初等数学中反例的作用和构造 [J]. 数学通报,2004(11):36 – 37.
[7] 谢爱云,王鹏飞. 反例方法的功能与施教时机 [J]. 商洛师专学报,1997(2):85 – 88.
[8] 周梅. 反例的作用与作法 [J]. 开封教育学院学报,2004,24(4):54 – 55.
[9] 王亚辉. 构造反例在数学研究及数学教学中的作用 [J]. 江西科技师范大学学报,2001(3):16 – 18.
[10] 林武成. 反例在中学数学教学中的作用 [J]. 福建中学数学,2005(6):2 – 3.
[11] 许华庚. 数学教学中“反例”的巧用 [J]. 云南教育: 基础教育版,2005(7):36 – 37.
[12] 教育部. 普通高中数学课程标准 [M]. 北京: 北京师范大学出版社,2004.
[13] 教育部. 全日制义务教育数学课程标准 [M]. 北京: 北京师范大学出版社,2001.

Counterexample is Small Role but Useful ——The Importance of Counterexample Teaching

Zeng Chunyan[1]　Yao Jing[2]

(1. Department of Mathematics, Guangdong Preschool Normal College in Maoming, Maoming Guangdong　525200;
2. Department of Mathematics, South China Normal University, Guangzhou Guangdong　510631)

Abstract

Counterexample is an important content in mathematics study. It can deeply help understanding the related mathematical concepts, anglicizing the problems in the problem solving, better grasping mathematical theorems, formulas, and flexible, and applying in the new situation. Through theoretical analysis and case study, this paper discusses the counterexample application in the college entrance examination and competition, the importance in the curriculum, the significance of psychology, and the cases of application in practical teaching.

Key words: counterexample, the teaching of counterexample, the college entrance examination, competition.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net