DOI:10.19789/j.1004-9398.2017.03.001

首都师范大学学报(自然科学版)
第38卷 第3期 Journal of Capital Normal University No. 3
2017年6月 (Natural Science Edition) June, 2017

具有反射和有限个平移的卷积型奇异积分方程*

李平润

(曲阜师范大学数学科学学院,山东 曲阜 273165)

摘 要

借助 Fourier 积分变换,把函数类(0)中的某些具有反射和有限个平移的卷积型奇异积分方程转化为可求解的方程组,并转化为含有反射的具有间断系数的 Riemann 边值问题. 对此类边值问题给出了新的解法,即把方程化为含有反射的奇异积分方程,然后转化为经典的无穷直线上的 Riemann 边值问题,从而可得到原方程的一般解与可解条件.

关键词: Riemann 边值问题,奇异积分方程,反射,有限个平移.

中图分类号: O175.5, O175.8

1 引 言

卷积型积分方程与 Riemann 边值问题或奇异积分方程是紧密地联系在一起的,当边值问题与积分方程出现反射时,卷积型积分方程也同样出现反射. 近几十年一些数学工作者研究了具有平移的奇异积分方程与边值问题,得到了问题的可解条件与一般解[1-5]. 在上述工作的基础上,本文研究了含有反射 $f(t)$,$f(-t)$ 以及有限个平移位移 $f(t+\lambda_j)$,$f(-t-\mu_j)$ (λ_j,μ_j 为常数,$1 \leqslant j \leqslant n$,$n$ 为正整数)的某些类卷积型奇异积分方程,利用 Fourier 变换将它们转化为具有反射的间断系数的 Riemann 边值问题. 尽管可以用经典的正则化方法进行求解,但本文给出一种新的方法,讨论了正则型与非正则型情况,得出了方程的可解条件与一般解的积分形式. 用本文的方法也可求解其它的卷积型奇异积分方程,丰富了边值理论和奇异积分方程理论.

2 预备知识

定义 2.1 函数 $F(x)$ 称为属于$((0))$类,如果满足:

(1) $F(x) \in \hat{H}$,也就是在整个实数轴上满足 Hölder 条件,包含 ∞(即 $\pm\infty$).

(2) $F(x) = O(1/|x|^{\mu})$ $(\mu > 1/2)$,这里 $|x|$ 是一个充分大的数.

定义 2.2[6] 函数 $f(t)$ 的 Fourier 变换由 $F(x)$ 表示,即

$$F(x) = Vf(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{ixt}dt.$$

而 $F(x)$ 的 Fourier 逆变换定义为 $V^{-1}F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\, e^{-ixt}dx.$

为了保证定义 2.2 有意义,要求定义 2.2 中的两个积分存在. 为了应用方便,我们把上述两个积分简记为 $Vf = F(x)$,$V^{-1}F = f(t)$.

定义 2.3 如果 $f(t)$ 的 Fourier 变换 $F(x) \in ((0))$ 类,那么我们称 $f(t) \in (0)$ 类.

定义 2.4 算子 N,S 和 T 定义如下:

$$N(f(t)) = f(-t),\quad S(f(t)) = f(t)\operatorname{sgn} t,$$

$$T(f(t)) = \frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(\tau)}{\tau - t}d\tau,\ -\infty < t < \infty,$$

其中,sgn 是符号算子.

定义 2.5 对于两个函数 $k(t)$,$f(t)$,它们的卷积由下列积分定义

$$(k^* f)(t) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} k(t-s)f(s)\,ds.$$

显然有 $V\{k^* f(t)\} = Vk(t)\cdot Vf(t) = K(x)F(x)$.

收稿日期: 2016-10-06

* 曲阜师范大学科学与技术计划项目资助(xkj201606).

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

下面的引理是非常重要的,由本文首次给出.

引理 2.1 算子 T,S,V,N 定义如上,我们有

(1) $T = VSV^{-1}$,(2) $V^2 = N$,

(3) $V^{-1} = NV = VN$.

证明 对于任何函数 $f(t) \in (0)$,我们有

(1) 通过 Plemelj 公式 [4],得 $TVf(t) = T(F(x)) = \frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\tau)}{\tau - x}d\tau = F^+(x) + F^-(x)$.

而 $VSf(t) = V(f(t)\operatorname{sgn}t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \operatorname{sgn}t \cdot e^{ixt}dt = F^+(x) + F^-(x)$. 故 $TV = VS$,即 $T = VSV^{-1}$.

(2) 由于 $V^{-1}Nf(t) = V^{-1}f(-t) = Vf(t) = F(x) = Vf(t)$,故 $V^2 = N$.

(3) 因为 $NVf(t) = N(F(x)) = F(-x) = V^{-1}f(t)$,且

$VNf(t) = V(f(-x)) = F(-x) = V^{-1}f(t)$,

因此有

$$NV = VN = V^{-1}.$$

引理 2.2 设 $f(t) \in (0)$,$Vf(t) = F(x)$,λ 为实常数,则有下列结论:

(i) $V[f(t+\lambda)] = F(x)e^{-i\lambda x}$.

(ii) $V\left[\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(\tau)}{\tau - t}\mathrm{d}\tau\right] = -F(x)\operatorname{sgn}x$.

(iii) $V[Tf(t+\lambda)] = -F(x)\operatorname{sgn}x e^{-i\lambda x}$.

(iv) $V[k(t-\tau)\cdot f(\tau+\lambda)] = K(x)F(x)e^{-i\lambda x}$.

(v) $V[f(-t-\lambda)] = F(-x)e^{-i\lambda x}$.

(vi) $V[T(f(-t))] = F(-x)\operatorname{sgn}x$.

(vii) $V[T(f(-t-\lambda))] = F(-x)\operatorname{sgn}x \cdot e^{-i\lambda x}$.

证明 这里只证(i)与(ii),其余可类似证明.

(i) 由定义 $V[f(t+\lambda)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\lambda)e^{ixt}dt$,做代换 $t+\lambda = s$,那么有

$$V[f(t+\lambda)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(s)e^{ix(s-\lambda)}ds = F(x)e^{-i\lambda x}.$$

(ii) 对于任何函数 $f(t) \in (0)$,运用引理 2.1,我们有

$$\begin{aligned}(VT + SV)f(t) &= NSNVf(t) + SVf(t)\\ &= NSF(-x) + S(F(x))\\ &= -F(x)\cdot\operatorname{sgn}x + F(x)\cdot\operatorname{sgn}x\\ &= 0.\end{aligned}$$

因此

$$VT = -SV.$$

我们容易得到 $V^{-1}\{f(t)\} = V\{f(-t)\} = F(-x)$,$V[T(f(-t))] = -F(-x)\cdot\operatorname{sgn}x$.

引理 2.3 设 $F(x) = Vf(t)$,若 $f(t) \in (0)$,且 $F(0) = 0$,则 $Tf(t)$ 属于同一类 (0).

证明 由于 $f(t) \in (0)$,则 $F(x) \in ((0))$,再注意 $F(\infty) = F(0) = 0$,因此 $F(x)\operatorname{sgn}x \in ((0))$,由定义 2.1 与引理 2.2(ii),即可证明结论成立.

3 一类基本的卷积型奇异积分方程

具有反射与有限个平移的卷积型奇异积分方程,是积分方程理论中一类非常重要的方程. 在数学的许多分支以及在物理学、工程力学、空气动力学、电子光学等多个领域也有着重要的应用[7,8]. 因此,对于下面所提出的方程,不仅在应用上,就方程本身的求解在理论上也有着重要意义.

我们首先考虑一类含有反射与有限个平移的基本的卷积型奇异积分方程

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{n}\Big\{&A_jf(t+\lambda_j) + \frac{B_j}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(\tau+\lambda_j)}{\tau - t}\mathrm{d}\tau + \frac{C_j}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}k_j(t-\tau)f(\tau+\lambda_j)\,\mathrm{d}\tau + D_jf(-t-\mu_j)\\ &+ \frac{E_j}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(-\tau-\mu_j)}{\tau - t}\mathrm{d}\tau + \frac{F_j}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}h_j(t-\tau)f(-\tau-\mu_j)\,\mathrm{d}\tau\Big\} = g(t), \quad -\infty < t < +\infty, \qquad (3.1)\end{aligned}$$

这里 $A_j,B_j,C_j,D_j,E_j,F_j,\lambda_j,\mu_j\ (1 \leqslant j \leqslant n)$,都是实常数,已知函数 $k_j(t)$,$h_j(t)$,$g(t) \in (0)\ (1 \leqslant j \leqslant n)$,而要求未知函数 $f(t) \in (0)$,因此有 $F(x) \in ((0))$,由引理 2.3 我们可得出 $F(0) = 0$,故 $G(0) = 0$,因此方程(3.1)可解的必要条件是 $G(0) = 0$. 在方程(3.1)的两边取 Fourier 变换,由引理 2.2,我们可得到:

$$\sum_{j=1}^{n}[A_j - B_j\operatorname{sgn}x + C_jK_j(x)]e^{-i\lambda_j x}F(x) + \sum_{j=1}^{n}[D_j - E_j\operatorname{sgn}x + F_jH_j(x)]e^{-i\mu_j x}F(-x) = G(x), -\infty < x < \infty. \qquad (3.2)$$

在本文我们仅仅考虑正则型情况,即满足下列条件:

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\Delta(x) = \begin{vmatrix} \sum_{j=1}^{n} [A_j - B_j\mathrm{sgn}x + C_jK_j(x)]e^{-i\lambda_j x} & \sum_{j=1}^{n} [D_j - E_j\mathrm{sgn}x + F_jH_j(x)]e^{-i\mu_j x} \\ \sum_{j=1}^{n} [D_j + E_j\mathrm{sgn}x + F_jH_j(-x)]e^{i\mu_j x} & \sum_{j=1}^{n} [A_j + B_j\mathrm{sgn}x + C_jK_j(-x)]e^{i\lambda_j x} \end{vmatrix} \neq 0, -\infty < x < +\infty, \tag{3.3}$$

(包括在 $\pm\infty$ 处也有 $\Delta(\pm\infty) \neq 0$),这种情况称为方程(3.1)的正则型情况. 由于 $1/\Delta(x)$ 在整个实轴上处处有界,那么由正则型条件(3.3),并在(3.2)中以 $-x$ 代 x,我们可得到方程

$$\sum_{j=1}^{n} [A_j + B_j\mathrm{sgn}x + C_jK_j(-x)]e^{i\lambda_j x}F(-x) + \sum_{j=1}^{n} [D_j + E_j\mathrm{sgn}x + F_jH_j(-x)]e^{i\mu_j x}F(x) = G(-x). \tag{3.4}$$

结合(3.2)与(3.4),我们可得到方程的解为

$$F(x) = \frac{1}{\Delta(x)} \begin{vmatrix} G(x) & \sum_{j=1}^{n} [D_j - E_j\mathrm{sgn}x + F_jH_j(x)]e^{-i\mu_j x} \\ G(-x) & \sum_{j=1}^{n} [A_j + B_j\mathrm{sgn}x + C_jK_j(-x)]e^{i\lambda_j x} \end{vmatrix},$$

很显然 $F(x) \in ((0))$,因而方程(3.1)在(0)类中有唯一的解 $f(t) = V^{-1}[F(x)]$.

4　对偶型奇异积分方程

下面求解具有反射与有限个平移位移的对偶型奇异积分方程

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \left\{ A_{1,j}f(t+\lambda_i) + \frac{B_{1,j}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau+\lambda_j)}{\tau - t}d\tau + \frac{C_{1,j}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} k_{1,j}(t-\tau)f(\tau+\lambda_j)\,d\tau + D_{1,j}f(-t-\mu_j) \right. \\ \quad \left. + \frac{E_{1,j}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(-\tau-\mu_j)}{\tau - t}d\tau + \frac{F_{1,j}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} h_{1,j}(t-\tau)f(-\tau-\mu_j)\,d\tau \right\} = g(t), \quad 0 < t < +\infty, \\ \sum_{j=1}^{n} \left\{ A_{2,j}f(t+\lambda_i) + \frac{B_{2,j}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau+\lambda_j)}{\tau - t}d\tau + \frac{C_{2,j}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} k_{2,j}(t-\tau)f(\tau+\lambda_j)\,d\tau + D_{2,j}f(-t-\mu_j) \right. \\ \quad \left. + \frac{E_{2,j}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(-\tau-\mu_j)}{\tau - t}d\tau + \frac{F_{2,j}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} h_{2,j}(t-\tau)f(-\tau-\mu_j)\,d\tau \right\} = g(t), \quad -\infty < t < 0, \end{cases} \tag{4.1}$$

$\lambda_j, \mu_j, A_{p,j}, B_{p,j}, C_{p,j}, D_{p,j}, E_{p,j}, F_{p,j}$ $(p = 1,2; j = 1,2,\cdots,n)$ 皆为常数且 $B_{p,j}$ $(p = 1,2; j = 1,2\cdots n)$ 不全为零. $k_{p,j}, h_{p,j}$ $(p = 1,2; j = 1,2\cdots n)$, $g(t)$ 都是已知函数, $f(t)$ 是未知函数,它们都属于(0). 在方程(4.1)的第一个方程中的右边添加 $-\varphi_-(t)$,第二个方程中的右边添加 $\varphi_+(t)$,这里 $\varphi_\pm(t)$ 的意义见[9]. 这时所得到的新方程(指添加项 $\varphi_\pm(t)$ 后)记为 (4.1)′,这时 t 的范围扩充为 $-\infty < t < +\infty$. 在方程(4.1)′的两个方程的两边都取 Fourier 变换,由引理 2.2,并且记 $\Phi^+ = V\varphi_+, \Phi^- = V\varphi_-$,这时我们得到下列方程组:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} [A_{1,j} - B_{1,j}\mathrm{sgn}x + C_{1,j}K_{1,j}(x)]e^{-i\lambda_j x}F(x) + \sum_{j=1}^{n} [D_{1,j} - E_{1,j}\mathrm{sgn}x + F_{1,j}H_{1,j}(x)]e^{-i\mu_j x}F(-x) \\ \quad = G(x) + \Phi^-(x), \\ \sum_{j=1}^{n} [A_{2,j} - B_{2,j}\mathrm{sgn}x + C_{2,j}K_{2,j}(x)]e^{-i\lambda_j x}F(x) + \sum_{j=1}^{n} [D_{2,j} - E_{2,j}\mathrm{sgn}x + F_{2,j}H_{2,j}(x)]e^{-i\mu_j x}F(-x) \\ \quad = G(x) + \Phi^+(x). \end{cases} \tag{4.2}$$

为了求解方程组(4.2),我们再记

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$a_1(x) = \sum_{j=1}^{n} [A_{1,j} - B_{1,j}\mathrm{sgn}x + C_{1,j}K_{1,j}(x)]\, e^{-i\lambda_j x},$$

$$b_1(x) = \sum_{j=1}^{n} [D_{1,j} - E_{1,j}\mathrm{sgn}x + F_{1,j}H_{1,j}(x)]\, e^{-i\mu_j x},$$

$$a_2(x) = \sum_{j=1}^{n} [A_{2,j} - B_{2,j}\mathrm{sgn}x + C_{2,j}K_{2,j}(x)]\, e^{-i\lambda_j x},$$

$$b_2(x) = \sum_{j=1}^{n} [D_{2,j} - E_{2,j}\mathrm{sgn}x + F_{2,j}H_{2,j}(x)]\, e^{-i\mu_j x},$$

那么方程(4.2)可简化为:

$$\begin{cases} a_1(x)F(x) + b_1(x)F(-x) = G(x) + \Phi^-(x), \\ a_2(x)F(x) + b_2(x)F(-x) = G(x) + \Phi^+(x). \end{cases} \tag{4.3}$$

显然 $a_j(x)$, $b_j(x)$, $F(\pm x)$, $G(x)$, $\Phi^{\pm}(x)$ 都是属于 $((0))$ 类,在(4.3)中消去 $F(\pm x)$,我们得到:

$$\begin{aligned} &\Delta(-x)a_1(x)\Phi^+(x) - \Delta(-x)a_2(x)\Phi^-(x) + \\ &\Delta(x)b_1(-x)\Phi^+(-x) - \Delta(x)b_2(-x)\Phi^-(-x) \\ &= \Delta(-x)[a_1(x) - a_2(x)]G(x) - \\ &\Delta(x)[b_1(x) - b_2(x)]G(-x), \end{aligned} \tag{4.4}$$

其中 $\Delta(x) = \begin{vmatrix} a_1(x) & b_1(x) \\ a_2(x) & b_2(x) \end{vmatrix}$ 是方程(4.3)的系数行列式. 我们称问题(4.4)是带有反射的 Riemann 边值问题,其系数具有间断性,$x = 0$ 是其唯一的间断点即结点. 由于 $\Phi(x) \in ((0))$,因此 $\Phi(\pm\infty) = 0$,由 Plemelj 公式[10],我们得到

$$\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi(t)}{t-x}dt = \Phi^+(x) + \Phi^-(x),$$

$$\Phi(x) = \Phi^+(x) - \Phi^-(x).$$

那么(4.4)可以化为下列带有反射的间断系数的奇异积分方程

$$\begin{aligned} &a(x)\Phi(x) + b(x)\Phi(-x) + \frac{c(x)}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\Phi(t)}{t-x}dt + \\ &\frac{d(x)}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\Phi(-t)}{t-x}dt = 2D(x), -\infty < x < \infty, \end{aligned} \tag{4.5}$$

其中

$$\begin{aligned} a(x) &= \Delta(-x)[a_1(x) + a_2(x)], \\ b(x) &= \Delta(x)[b_1(-x) + b_2(-x)], \\ c(x) &= \Delta(-x)[a_1(x) - a_2(x)], \\ d(x) &= \Delta(x)[b_1(-x) - b_2(-x)], \\ D(x) &= \Delta(-x)[a_1(x) - a_2(x)]G(x) - \\ &\quad \Delta(x)[b_1(-x) - b_2(-x)]G(-x). \end{aligned}$$

方程(4.5)可以用经典的正则化方法进行求解[11],本文采用下列解法.

在(4.5)中用 $-x$ 代替 x,并记 $\Psi(x) = (\Phi(x), \Phi(-x))^T$(上角 T 表示转置),$\Psi(x)$ 为未知函数向量,于是我们得到((0))中的2维的奇异积分方程(即 $\Psi(x)$ 的2个分量函数都是属于类((0))):

$$M(x)\Psi(x) + \frac{N(x)}{\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Psi(t)}{t-x}dt = P(x), \tag{4.6}$$

其中

$$M(x) = \begin{pmatrix} a(x) & b(x) \\ b(-x) & a(-x) \end{pmatrix},$$

$$N(x) = \begin{pmatrix} c(x) & -d(x) \\ d(-x) & -c(-x) \end{pmatrix},$$

$$P(x) = 2[D(x), D(-x)]^T.$$

下面求解方程(4.6). 若令

$$Q(z) = \frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Psi(t)}{t-z}dt, \mathrm{Im}z \neq 0,$$

那么由 Plemelj 公式,我们可得到

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Psi(t)}{t-x}dt = Q^+(x) + Q^-(x), \\ &\Psi(x) = Q^+(x) - Q^-(x). \end{aligned} \tag{4.7}$$

把(4.7)代入(4.6),我们可得到

$$(M(x) + N(x))Q^+(x) + (M(x) - N(x))Q^-(x) = P(x), \tag{4.8}$$

$Q(x)$ 是2维未知列向量函数. 本文我们仅讨论正则型情况,即

$$\det(M(x) + N(x)) \cdot \det(M(x) - N(x)) \neq 0 \tag{4.9}$$

在整个实轴上处处成立(包括 $x = \pm\infty$). 由于上述正则条件,因此矩阵 $(M(x) + N(x))$ 和 $(M(x) - N(x))$ 都是可逆矩阵. 若令

$$R(x) = [M(x) + N(x)]^{-1}[N(x) - M(x)],$$

$$r(x) = [M(x) + N(x)]^{-1}P(x).$$

那么(4.8)可化为无穷直线上的函数组的非齐次 Riemann 边值问题

$$Q^+(x) = R(x)Q^-(x) + r(x), x \in (-\infty, +\infty), \tag{4.10}$$

其中 $R(x)$ 是2阶函数矩阵,$r(x)$ 是2维已知列向量函数,$R(x)$, $r(x)$ 皆属于类((0)),由于 $\det R(x) = \det(N(x) - M(x))/\det(M(x) + N(x)) \neq 0$,所以函数组边值问题(4.10)是正则型情况,并满足下列条件

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$Q^+(\infty) = Q^-(\infty) = Q(\infty) = 0, \quad (4.11)$$

其中未知向量 $Q(z)$ 在 ∞ 处为零阶(即 $Q(\infty)$ 为常数). 设 $X(z)$ 为与(4.10)相应的齐次问题

$$Q^+(x) = R(x)Q^-(x)$$

的典则解矩阵,(4.10)的总指标为 n,偏指标为 n_1, n_2[11]. 由于 $R(x) = [X^+(x)][X^-(x)]^{-1}$,以此代入(4.10),得到:

$$[X^+(x)]^{-1}Q^+(x) = [X^-(x)]^{-1}Q^-(x) + [X^+(x)]^{-1}r(x).$$

于是类似于[3]的第六章或[9]的解法,对方程(4.10),我们有下列解的积分表达式

$$Q(z) = \frac{X(z)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{[X^+(t)]^{-1}r(t)}{t-z}dt + X(z)C, \quad z \notin (-\infty, +\infty), \quad (4.12)$$

其中 C 为 2 维列常数向量,此即 Riemann 边值问题(4.10)的一般解.

在(4.12)中运用 Plemelj 公式求出 $Q^+(x)$, $Q^-(x)$,然后代入(4.7)求出 $\Psi(x)$. 若设 $\Psi(x) = (\Psi_1(x), \Psi_2(x))^T$ 是(4.6)的解,容易验证 $\Psi_*(x) = (\Psi_2(-x), \Psi_1(-x))^T$ 也是(4.6)的解,故 $\frac{1}{2}[\Psi(x) + \Psi_*(x)]$ 也是(4.6)的解,因此 $\Phi(x) = \frac{1}{2}[\Psi_1(x) + \Psi_2(-x)]$ 是(4.5)的解,把求得的 $\Phi(x)$ 代入(4.2),得到含有未知函数 $F(x)$, $F(-x)$ 的方程组,然后与第 3 节中的方程组(3.2)类似的讨论,可求出 $F(x)$,故 $f(t) = V^{-1}\{F(x)\}$ 就是(4.1)的解,解 $f(t)$ 显然属于类(0).

关于本文所提出的方程(3.1)与(4.1)的非正则型情况可类似求解,这里不再详述,可参阅文献[12-14].

参 考 文 献

[1] Litvinchuk G S. Solvability theory of boundary value problems and singular integral equations with shift [M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2004.

[2] Lu J K. On method of solution for some classes of singular integral equations with convolution [J]. Chin Ann of Math, 1987, 8B(1): 97 - 108.

[3] Lu J K. Boundary value problems for analytic functions [M]. Singapore: World Sci, 2004.

[4] 李平润. 卷积型奇异积分方程与边值理论 [D]. 合肥: 中国科学技术大学博士学位论文, 2016.

[5] Nakazi T, Yamamoto T. Normal singular integral operators with Cauchy kernel on L^2 [J]. Integral Equations Operator Theory, 2014, 78: 233 - 248.

[6] Eelbode D, Sommen F. The inverse Radon transform and the fundamental solution of the hyperbolic Dirac equation [J]. Math Z, 2004, 247: 733 - 745.

[7] Bu Y D, Du J Y. The RH boundary value problems of the k-monogenic functions [J]. J Math Anal Appl, 2008, 347: 633 - 644.

[8] Jiang Y, Xu Y. Fast Fourier-Galerkin methods for solving singular boundary integral equations: numerical integration and precondition [J]. J Comput Appl Math, 2010, 234: 2792 - 2807.

[9] Li P R, Ren G B. Some classes of equations of discrete type with harmonic singular operator and convolution [J]. Appl Math Comput, 2016, 284: 185 - 194.

[10] Li P R. Two classes of linear equations of discrete convolution type with harmonic singular operators [J]. Complex Var Elliptic Equ, 2016, 61(1): 67 - 75.

[11] Huang S, Qiao Y Y, Wen G C. Real and complex clifford analysis [M]. Springer: New York, 2005.

[12] De Bonis M C, Laurita C. Numerical solution of systems of Cauchy singular integral equations with constant coefficients [J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 219(4): 1391 - 1410.

[13] Mau N V, Hoa N T. On solvability of a boundary value problem for singular integral equations [J]. Southeast Asian Bulletin of Mathematics, 2002, 26: 235 - 244.

[14] Li P R. One class of generalized boundary value problem for analytic functions [J]. Boundary Value Problems, 2015, 2015(1): 1 - 11.

(下转第 18 页)

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Parameter Estimation and Case Analysis of Based on Generalized Extreme Value Distribution

Fan Lili Wang Yanyong

(Department of Mathematics, Lüliang University, Lüliang Shanxi 033000)

Abstract

In this paper, the parameters of the generalized extreme value (GEV) distribution provide ML, GML and BAYBETA estimates. Using of R statistical software, analog samples of obedience posterior distribution of parameters are generated by Markov Chain Monte Carlo (MCMC) methods and Metroplis-Hastings algorithm, then GEV distribution parameters are estimated, and bias and root mean square error of the several estimation are simulated. Then we establish GEV model of the biggest sea level of Port Pirie in South Australia, and the maximum water level of T-year return is estimated. Case study shows that the highest level of using BAY BETA method is slightly higher estimation to that using maximum likelihood estimation results obtained.

Key words: generalized extreme value distribution, parameter estimation, GML estimation, BAY BETA estimation.

(上接第 5 页)

Singular Integral Equations of Convolution Type with Reflection and a Finite Number of Translations

Li Pingrun

(School of Mathematical Sciences, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165)

Abstract

By Fourier transform, we transform these equations into a system of equation or Riemann boundary value problems with both discontinuous coefficient and reflection. According to the methods of solution for classical boundary value problem of analytic function, the general solutions and conditions of solvability are obtained in class (0) respectively.

Key words: Riemann boundary value problems, singular integral equations, reflection, a finite number of translation shifts.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net