DOI:10.19789/j.1004-9398.2017.02.001

均值不等式问题特征对其解法迁移的影响

张令伟 连四清
(首都师范大学数学科学学院,北京 100048)

摘 要

在不同学生类型情况下,样例和测题问题特征相似性对其解法类比迁移的影响的实验结果说明:对于熟悉者来说,样例与测题的代数式类型表面特征相似性对解题方法的通达、提取和运用都没有影响;常数类型表面特征对解题方法的通达有影响,且对提取和运用过程也有影响;常数类型特征对不同类型的学生影响也不同,对于学优生,问题表面特征对问题解法迁移没有影响,对于学中生和学差生都有显著影响.

关键词: 问题特征,类比迁移,相似性.
中图分类号: G420

1 问题提出

样例在学生学习过程中迁移过程的作用,已有较多的研究. Gentner 提出类比结构映射理论认为,学习样例为学习者解决新问题提供了一个类比源,类比主要是对两种情境所蕴含的结构和等级关系进行映射,只映射共同的内在关系而不包括具体事物的属性[1]. Ross 在样例对迁移影响的研究中,把样例信息分为表面内容信息与内在原理信息两方面,表面内容是指问题所涉及的事物、形式、情节等具体内容,样例的表面内容对新手解决问题有重要作用;内在原理是问题所包含的内在结构或关系,是解决问题的关键[2].

样例的表面内容对于新手解决问题的影响,已有大量的研究. Gick,Reed 以及 Holyoak 和 Koh 等人的研究指出,样例的表面内容只对提取有影响,尤其是对自发提取,一旦提取成功或找到合适的类比源后,下一步的应用或者映射过程将不受表面内容的影响,而只是对问题的结构信息敏感[3-5]. Ross 在一系列构思巧妙的实验中,将表面内容进一步分离为表面概貌和对象对应两个方面,表面概貌指事件的背景、情节、具体对象、表达形式等,对象对应是指问题的具体对象与原理各个变量之间的对应[6-7];而莫雷,唐雪蜂在 Ross 的研究基础上把表面概貌又进一步分离为事件属性和事件类型[8-9]. 前者以大学生为被试,概率原理问题为材料,系列地研究了样例的表面内容对迁移的影响,研究指出:样例的表面内容不仅在类比源的选取上起作用,而且也对匹配过程有影响;问题表面概貌的相似可以影响原理的通达,但对于原理的运用没有影响;而对象对应主要影响原理的运用;在他的研究中表面概貌的变化,只限于事件属性方面的变化[6-7]. 后者以高一学生和大一学生为被试,排列与组合应用题为材料,研究了样例与问题在事件类型方面发生变化时,其表面概貌相似性对原理运用的影响. 结果指出:表面概貌在事件类型方面发生变化时,其表面概貌相似性对原理运用表现出明显的影响[8-9]. 莫雷,刘丽虹[10]也以高一中等生初学者为被试,三个概率原理为学习材料进一步探讨了原理相同与否的情况下,样例与新问题的表面内容的相似性对类比迁移的影响.

张令伟,连四清[11]以均值不等式为学习材料,以初学者为被试,探讨了问题特征对解题迁移的影响. 实验结果表明对于初学者来说,样例和测题表面特征的不同相似关系对问题解决迁移成绩有不同的影响. 代数式类型表面特征的具体情节发生较大变化时,对问题解决方法的通达、提取和运用的迁移没有影响;常数类型问题表面特征的具体情节发生较大变化时,不仅对问题解决方法的通达有影响,而且

收稿日期:2016-06-28

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

对方法的提取和运用也有影响,当被试学生类型不同时,影响也不同.

从已有研究可以看到,多数样例问题特征对问题解题迁移的研究涉及的数学学科知识为概率应用题,排列组合应用题,运动和工程问题以及均值不等式问题特征对解题迁移的影响的研究,但是被试大多是没有学习过测试材料的学生,已经学习过学习材料的学生作为被试时,样例的问题特征对问题解决的类比迁移影响涉及较少. 为此,研究者拟通过实验,探讨已经学习过学习材料的学生为被试时,均值不等式问题特征的不同相似关系对解题迁移的影响,从而为教师在面对学生已经学习过的学习材料进行教学时,选择教学内容和教学方法方面提供实验依据.

2 研究方法

实验设计: 本实验采用 2(代数式类型: 整式与分式) ×2(常数类型: 常数等于 1 与常数不等于 1) ×3(学生类型: 优生、中等生、差生) 三因素混合设计,其中代数式类型、常数类型为被试内变量,学生类型为被试间变量. 研究变量为迁移成绩.

被试: 选择邢台市某中学的高中二年级两个班的学生作为被试,选择一个重点班和一个非重点班学生,共 107 名学生被试. 根据各班的月考成绩将每个班的学生分为学优生、学中生、学差生三个类型. 分类的依据是: 用平均分加减标准差来划分优中差学生类型. 在实验过程中没有按测试要求操作的被试被剔除,如测试卷上不写姓名,或迁移成绩与月考成绩出入很大. 最后有效被试 99 名,男生 43 名,女生 56 名.

实验材料: 实验材料包括学习材料和测试材料. 学习材料由一个均值不等式公式和一道学习样例题组成. 学习样例包括样例问题的分析和样例的详细解答过程. 测试材料由 12 道测试题组成,按已知条件代数式类型是整式与分式,常数类型等于 1 与不等于 1 分为四类题目,每类题目 3 道测试题. 在测试材料试卷上给出所学原理的公式. 为了消除题目的顺序影响,本实验测试材料采用拉丁方设计,共得到 12 套测试问卷.

实验程序: 让被试学习十分钟学习材料. 收回测试材料,测试材料用时间是 35 分钟. 统一收回测试卷.

数据的观测方法: 评分标准是满分 10 分,答案完全不正确即不能迁移记 0 分; 能使用“1”的代换的记 5 分; 能正确去括号变形的记 7 分; 能正确使用均值不等式公式记 8 分; 能正确得出最小值记 9 分; 能正确写出取得最小值时 a、b 值的记 10 分.

3 实验结果

对高中二年级均值不等式问题解决类比迁移成绩进行 2(代数式类型: 整式与分式) ×2(常数类型: 常数等于 1 与常数不等于 1) ×3(学生类型: 优生、中等生、差生) 重复测量方差分析. 三种学生类型条件下,均值不等式问题解决类比迁移成绩统计结果如下,表 1 是迁移成绩的平均分和标准差的描述性统计结果(表中 $a1$ 表示代数式为整式, $a2$ 表示代数式为分式,$b1$ 表示常数等于 1,$b2$ 表示常数不等于 1),表 2 是重复测量方差分析结果.

表 1 高中二年级均值不等式问题解决类比迁移成绩描述统计表

	优		中		差	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
*a*1*b*1	25. 72	2. 972	22. 03	7. 928	14. 86	8. 411
*a*1*b*2	24. 11	6. 314	19. 4	10. 198	8. 86	10. 129
*a*2*b*1	25. 33	5. 971	21. 69	8. 746	15. 93	8. 678
*a*2*b*2	26. 06	2. 859	19. 66	9. 836	10. 21	9. 752

注: 表 1 中的平均分是指每一类题的三道题总分的平均分.

从表 1 可以看出,与代数式类型比较,常数类型对均值不等式问题解决类比迁移成绩有一定的影响. 对于学中生和学差生,代数式类型相同情况下,常数等于 1 平均分都高于常数不等于 1 的平均分; 而对于学优生,代数式是整式情况下,常数等于 1 平均分高于常数不等于 1 的平均分,代数式是分式情况下,常数等于 1 平均分低于常数不等于 1 的平均分.

表 2 高中二年级均值不等式问题解决类比迁移成绩方差分析表

变异来源	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*Sig.*
代数类型	26. 721	1	26. 721	1. 888	0. 173
代数类型 × 学生类型	23. 747	2	11. 873	0. 839	0. 435
误差(代数类型)	1 358. 334	96	14. 149		
常数类型	524. 813	1	524. 813	12. 407	0. 001
常数类型 × 学生类型	235. 792	2	117. 896	2. 787	0. 067
误差(常数类型)	4 060. 935	96	42. 301		
代数类型 × 常数类型	18. 221	1	18. 221	1. 183	0. 279
代数类型 × 常数类型 × 学生类型	12. 079	2	6. 04	0. 392	0. 677
误差(代数类型 × 常数类型)	1 478. 244	96	15. 398		

表 2 结果表明: 代数式类型的主效应不显著($F = 1. 888$,$P = 0. 173 > 0. 05$),这说明代数式类型

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

对迁移成绩的影响不存在显著的差异. 代数类型 × 学生类型交互效应不显著($F = 0.839$, $P = 0.435 > 0.05$) . 这说明代数式类型主效应不存在学生类型差异. 常数类型的主效应显著($F = 12.407$, $P = 0.001 < 0.01$) ,这说明常数类型因素对迁移成绩影响非常显著. 常数类型 × 学生类型交互效应边际显著($F = 2.787$, $P = 0.067 > 0.05$) ,这说明常数类型对迁移成绩的影响存在一定的学生类型差异. 代数式类型 × 常数类型交互效应不显著($F = 1.183$, $P = 0.279 > 0.05$) . 代数类型 × 常数类型 × 学生类型交互效应不显著($F = 0.392$, $P = 0.677 > 0.05$) . 这说明代数式类型 × 常数类型交互效应不存在学生类型差异.

进一步对常数类型因素在学生类型的三个水平上做简单效应检验结果可知: 在学优生水平上 $F = 0.312$, $P = 0.584 > 0.05$; 在学中生水平上 $F = 9.033$, $P = 0.004 < 0.01$; 在学差生水平上 $F = 5.159$, $P = 0.041 < 0.05$. 这说明对于学优生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩没有影响; 对于学中生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有非常显著影响; 对于学差生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有显著影响,与学差生比较而言,对学中生的影响更大.

常数类型与学生类型交互作用图如图:

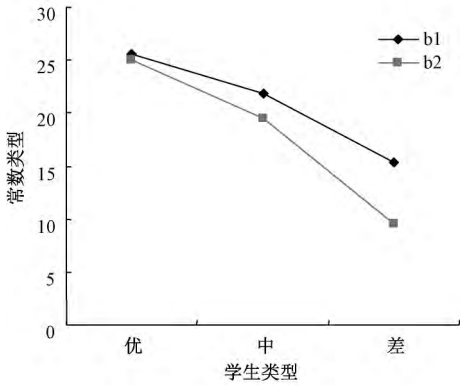


图 1　常数类型与学生类型交互作用图

4　分析与讨论

本实验的目的是探讨高中二年级不同类型的学生(已有经验的熟悉者) 作为被试时,样例与测题的代数式和常数特征相似性对问题解决的类比迁移成绩的影响. 实验的基本设想是: 代数式类型对问题解决的迁移成绩没有明显影响,常数类型特征对问题解决的迁移成绩有明显的影响,且常数类型方面的特征不同关系对不同类型的学生的的影响不同.

实验结果发现: 代数式类型的主效应不显著,也就是代数式类型对迁移成绩的影响不存在显著的差异. 这说明,无论何种代数类型并不影响方法的通达、提取和应用. 这一结果与我们的预期基本一致. 根据实验结果,我们提出如下解释: 一方面原因可能是被试在作样例之前已经具有解决样例问题的解题图式,在样例学习时,能较准确、及时地激活已有的样例问题的解题图式; 另一方面原因可能是,被试可能通过样例学习,概括出了样例与测题在两种代数式水平下它们之间所蕴涵的关系和结构,进而在解题过程中直接把这种关系映射过来,或者被试通过对样例和测题表面特征的表层类比实现解题方法的迁移.

代数类型 × 学生类型交互效应不显著. 这说明代数式类型主效应不存在学生类型差异,也就是说,代数式因素对于学优生、学中生和学差生都没有显著影响.

常数类型的主效应显著,也就是说常数类型因素对迁移成绩影响非常显著,这说明常数类型在解题方法的通达、提取和运用的过程有影响. 这与我们的预期结果基本一致. 其原因可能是: 一方面可能是被试在学习样例之前已经具有解决样例问题的解题图式,即已有 "1" 的代换的解题图式,在样例学习时,能及时激活样例问题的已有解题图式,而常数不等于 "1" 测题与样例的表面特征具体情节变化比较大,利用已有的样例问题的解题图式受到表面特征的影响; 另一方面可能是被试虽然已有 "1" 的代换的解题图式,但是在样例学习时,不能及时激活样例问题的已有解题图式,而是需要通过对样例和测题表面特征的表层类比实现解题方法的迁移,在常数因素变量不等于 "1" 的水平上,样例和测题表面特征的具体情节变化较大,被试不能揭露隐蔽条件看出表面特征的隐蔽的相似性,阻碍了迁移的顺利完成.

常数类型与学生类型交互效应边际显著. 这说明常数类型对迁移成绩的影响存在一定的学生类型差异. 进一步对常数类型因素在学生类型的三个水平上做简单效应检验分析: 在学优生水平上,常数类型主效应不显著; 在学中生水平上,常数类型主效应非常显著; 在学差生水平上常数类型主效应十分显著. 这说明对于学优生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩没有影响; 对于学中生来说,常数

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

类型因素对问题解决的类比迁移成绩有非常显著影响;对于学差生来说,常数类型因素对问题解决的类比迁移成绩有显著影响,与学差生比较而言,对学中生的影响更大. 这一结果与我们的预期基本一致. 根据实验结果,我们提出如下解释:学优生在解决测题时,能较准确、及时的激活已有的样例的解题图式,而抑制与解决的测试题无关的、表面的样例的非本质的信息,使它们对解决测题不产生干扰,而样例的表面信息在解决新问题时只起到"启动"作用;而学中生和学差生在解决新问题时,能较准确、及时的激活已有的样例的解题图式,但他们在解决新问题时仍然受表面信息的影响,不能揭露新问题的表面特征的隐蔽条件,清晰地判断出问题结构特征,从而导致问题解决失败.

代数式类型×常数类型交互效应不显著,这说明代数式类型和常数类型两问题特征对问题解决方法迁移的影响没有相互依存关系. 代数类型×常数类型×学生类型交互效应不显著. 这说明代数式类型×常数类型交互效应不存在学生类型差异.

5 实验结论

当被试是已有经验的熟悉学生时,样例与测题的代数式类型表面特征相似性对解题方法的通达、提取和运用都没有影响;常数类型表面特征对解题方法的通达有影响,且对提取和运用过程也有影响;常数类型特征对不同类型的学生影响也不同,对于学优生,问题表面特征对问题解法迁移没有影响,对于学中生和学差生都有显著影响.

参 考 文 献

[1] Gentner D. Structure-mapping: A theoretical framework for analogy [J]. Cognitive Science, 1983, 7: 155 – 170.

[2] Ross B H. This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects [J]. Journal of Experimental Psycholo-gy: Learning, Memory, and Cognition, 1987, 13(3): 629 – 639.

[3] Gick M L, Holyoak K J. Schema indication and analogical transfer [J]. Cognitive Psychology, 1983, 14(1): 1 – 38.

[4] Reed S K. A structure-mapping model for word problems [J]. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1987, 13(1): 124 – 139.

[5] Holyoak K J, Koh K. Surface and structure similarity in analogical transfer [J]. Memory & Congition, 1987, 15(4): 332 – 340.

[6] Ross B H. Distinguishing types of superficial similarities: Different effects on the access and use of earlier problems [J]. Journal of Experi-mental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1989, 15(2): 456 – 468.

[7] Ross B H, Kennedy P T. Generalizing from the use of earlier examples in problem solving [J]. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 1990, 16(1): 42 – 55.

[8] 莫雷, 唐雪峰. 表面概貌对原理运用的影响的实验研究 [J]. 心理学报, 2000(4): 339 – 408.

[9] 莫雷, 唐雪峰. 事件类型的相似性对原理运用影响的实验研究 [J]. 心理科学, 2001(1): 5 – 8.

[10] 莫雷, 刘丽虹. 样例表面内容对问题解决类比迁移过程的影响 [J]. 心理学报, 1999(3): 313 – 320.

[11] 张令伟, 连四清, 屈宏宽. 均值不等式问题特征对其解法类比迁移的影响 [J]. 首都师范大学学报: 自然科学版, 2016, 2: 1 – 4.

Average Value Inequality Question Characteristic to Its Solution Analogical Transfer Influence

Zhang Lingwei Lian Siqing

(School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100048)

Abstract

This experiment used 2 (the algebraic expression types: Integral expression or fraction) ×2 (the constant types: 1 or not 1) ×3 (the student types: good students, normal students or LD students) three factors mix design

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

to study the effect of students in tenth-grade、samples and the similarity of problems on the analogous transfer of solution. The result of experiment showed that there existed the effectiveness of sample and the similarity of problem on the transfer of solution for familiar students. When some surface featutes had greatly been changed, which would have not impact on the solution and transfer, but others were contrary. The effectiveness of problem features were different from students. The change of the appearance featutes hadn't impact on the solution transfer of good students, but the results of the normal and LD students are siginificant.

Key words: question characteristic, analogical transfer, similarity.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net