DOI:10.19789/j.1004-9398.2017.02.008

双量子点与 Majorana 费米子级联结构中的散粒噪声

刘亚梅 郭健宏*
(首都师范大学物理系,北京 100048)

摘 要

考虑两个量子点分别与拓扑超导纳米线两端的 Majorana 费米子串联耦合,利用粒子数表象下的量子主方程,研究其中电子的输运特性. 存在 Majorana 费米子时,稳态电流差随着隧穿率的增大呈非对称分布,电子散粒噪声谱相干振荡,且零频噪声明显增强. 当系统耦合强度变化时,散粒噪声进一步揭示了 Majorana 费米子对体系电荷输运的影响. 因此,电流差结合电子散粒噪声可以表征量子点与拓扑超导体混合结构中是否存在 Majorana 费米子.

关键词: Majorana 费米子,量子点,拓扑超导体,散粒噪声.
中图分类号: O43

0 引 言

近年来,拓扑超导体成为凝聚态物理最为活跃的研究热点之一. 其中,很重要的原因在于 Majorana 费米子(MFs)具有特殊的物理性质[1]. 对于通常的 Dirac 费米子,粒子与反粒子成对出现,所带电荷相反,产生与湮灭算符明显不同,即 $f^{\dagger} \neq f$. 而 MFs 是其自身的反粒子,产生与湮灭算符满足自厄米性: $\gamma^{\dagger} = \gamma$,是一种呈电中性的特殊 Dirac 费米子,因此不具有 U(1)对称性. MFs 是非阿贝尔任意子,彼此之间的交换是非对易的. 两个 MFs 在空间上相邻或重叠,但不能单独存在,空间上分立的两个 MFs 可叠加构成非局域的 Dirac 费米子态. 因此,利用 MFs 进行量子计算不受局域退相干的影响. MFs 所具有的非阿贝尔统计性和非局域的拓扑本质,使其在容错拓扑量子计算中有着重要的应用[2,3].

迄今为止,人们尚未发现 MFs 型的基本粒子. Kitaev 曾预言,在一维 $p-$波超导体两端存在满足 MFs 性质的准粒子态[3]. 但是,自然界中鲜有 $p-$波超导体,故而人们相继提出了多种制备和探测 MFs 的异质混合材料[4-7]. 其中,基于半导体纳米线与超导体的混合系统,由于在实验上相对更容易调控[4],很快便取得重要实验进展[8-10]. 进一步,人们在制备于普通超导体上的铁磁原子点阵的两端观察到了 MFs[11]. 以上实验都是通过电子隧穿谱探测 MFs,存在 MFs 会导致在零偏压附近出现显著的电导峰[8-13]. 但是,零偏压附近的电导峰还不足以确定无疑地证明 MFs 的存在,因为其他原因也可能导致类似的电导特征,比如无序或者弱退局域化等机制[14-16]. 因此,要确定 MFs 的存在与否还需要多方证据的检验. 最近,在超导纳米线中人们又揭示了 MFs 的一个基本特征,MFs 能量分裂随纳米线长度的增加呈指数减小[17].

理论上,人们近来提出将量子点(QD)与 MFs 耦合构成回路,利用隧穿过量子点的电子探测 MFs[18-21]. MFs 对通过量子点的输运电流影响显著,有无 MFs 耦合存在时的电流与噪声谱差别明显. Liu 等发现,相比于无 MFs 耦合情况,与单量子点耦合的 MFs 使零偏压处的电导峰减小 1/2[18]. 利用该模型,Cao 等证明了该模型中电流与噪声可以甄别是否存在 MFs[19]. Li 等利用类似的模型研究了零频全计数噪声统计(FCS)[20]. Shang 等研究了 MFs 与双量子点耦合的 Aharonov-Bohm 干涉仪中的电导[21]. 综观起来,各种方案大多局限于探讨零偏压附近的反常电导峰[18,21],或者零频噪声[20],缺少对有限频率散粒噪声作为表征手段的探索,特别是对 MFs 与多量子点耦合结构的研究.

本文结合电流与有限频率散粒噪声的办法,研

收稿日期: 2016-03-29
* 通讯作者

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

究双量子点与 MFs 级联结构中 MFs 的特性及动力学行为. 物理模型如图 1 所示,两个量子点分别与拓扑超导体两端的 MFs 串联耦合,构成 QD-MFs-MFs-QD 结构. 采用粒子数表象下的跃迁函数作为工具,我们发现,电流结合散粒噪声可以揭示双量子点与拓扑超导体级联结构中 MFs 的谱特征.

1　理论模型及计算方法

1.1　模　型

物理装置如图 1 所示. 两个 QD 与具有强 Rashba 自旋 - 轨道作用的半导体纳米线耦合,纳米线制备在 s - 波超导体上. 当施加较强的磁场,满足合适的条件时,纳米线将形成一维拓扑超导体,两端出现局域的 MFs,亦称 Majorana 束缚态,分别表示为 γ_L、γ_R (图 1 中红色点子). QD 与 MFs 串联,并与左右电极耦合. 考虑每个量子点都处于强库仑阻塞区,则整个系统的哈密顿量可写作

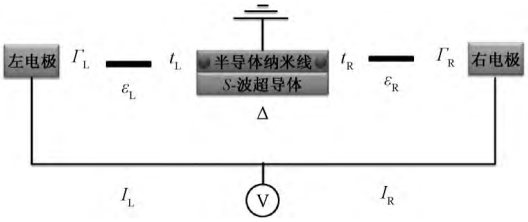


图 1　双量子点与 Majorana 费米子混合结构. 纳米线两端的原点表示 MFs,纳米线两侧的粗线表示量子点. 半导体纳米线两端的 MFs 分别与近邻的 QD 耦合,并与左、右电极构成闭合测量回路,电荷输运可以探测 MFs. 取超导体的化学势作为能量参考零点,电极的化学势分别取作 $\mu_L = e(V_0 + V/2)$ 与 $\mu_R = e(V_0 - V/2)$ (e 为电荷电量)

$$H = H_B + H_S + H_I. \tag{1}$$

其中 $H_B = \sum_{i=L,R} E_i \psi_i^\dagger \psi_i$ 描述金属电极,表示为无相互作用的"费米子库",$\psi_i^\dagger(\psi_i)$ 为电极的电子产生(湮灭)算符,相应能量为 E_i;

$$H_I = \sum_{i=L,R} (g_i d_i^\dagger \psi_i + g_i^* \psi_i^\dagger d_i) \tag{2}$$

描述两个 QD 与左右电极之间的电子隧穿,隧穿强度为 g_i,$d_i^\dagger(d)$ 为 QD 的电子产生(湮灭)算符;

$$\begin{aligned} H_S = & \sum_{i=L,R} \varepsilon_i d_i^\dagger d_i + \varepsilon_M i\gamma_L\gamma_R \\ & + \sqrt{2}t_L(d_L^\dagger - d_L)\gamma_L + \sqrt{2}it_R\gamma_R(d_R^\dagger + d_R) \\ & + \Delta(d_L^\dagger d_R^\dagger + d_R d_L) \end{aligned} \tag{3}$$

描述所要研究的中间子系统,第一项表示 QD 电子哈密顿量,相应的能量为 ε_i,通过调节门电压 V_g 可使 $\varepsilon_i = 0$,保证电子在 QD 与零能量 MFs 之间共振隧穿;第二项描述纳米线两端分立 MFs 之间的耦合,耦合能 $\varepsilon_M \sim e^{-l/\xi_{SC}}$,其中 l 表示纳米线的长度,ξ_{SC} 是超导相干长度,当纳米线足够长时 $\varepsilon_M \sim 0$,MFs 的产生和湮灭算符满足费米子反对易关系 $\{\gamma_i, \gamma_j\} = \delta_{ij}$;第三、四项表示 QD 与 MFs 之间的耦合,耦合强度为 t_i,本文不考虑电子自旋时 t_i 可取为实数,而一般情况下 t_i 与电子自旋的方向有关,这两项的形式要满足 H_S 的厄米性;最后一项描述超导接近效应引起的 QD 电子对的相互作用,作用强度为 Δ [22],表示不相邻的 QD 上的两个电子可以形成 Cooper 对.

一对 MFs 彼此耦合,形成非局域的零能量电子占据态. 引入非局域 Dirac 费米子 f: $\gamma_L = (f^\dagger + f)/\sqrt{2}$,$\gamma_R = i(f^\dagger - f)/\sqrt{2}$,则(3)式可改写为

$$\begin{aligned} H_S = & \sum_{i=L,R} \varepsilon_i d_i^\dagger d_i + \varepsilon_M\left(f^\dagger f - \frac{1}{2}\right) \\ & + (t_L d_L^\dagger f + t_R f d_R^\dagger + \text{H. c.}) \\ & + \delta_L t_L(d_L^\dagger f^\dagger - d_L f) + \delta_R t_R(f d_R - f^\dagger d_R^\dagger) \\ & + \Delta(d_L^\dagger d_R^\dagger + d_R d_L). \end{aligned} \tag{4}$$

为方便讨论,(4)式中引入 $\delta_{L/R} = 0$ 或 1. 当 $\delta_L = \delta_R = \Delta = 0$ 时,第一行描述没有 MFs 时 ε_M 与 QD 间通常的电子共振隧穿. 当 $\delta_L = \delta_R = 1$ 时,H_S 表示存在 MFs 耦合,第二行出现电子对相互作用项 $d_i^\dagger f^\dagger$ 和 $d_i f$,说明超导体可以吸收来自 d_i 和 f 态的一对电子,或是劈裂一个 Cooper 对并释放出两个电子分别占据 d_i 态和 f 态,导致电子数不守恒. 在费米子表象中,QD 及 MFs 的状态可表示为 $|n_L, n_R, n_f\rangle$,其中 n_L、n_R 与 n_f 取值为 0 或 1,分别表示两个 QD 与 f 态上占据的电子数,因此构成奇宇称态 $|1,0,0\rangle$、$|0,1,0\rangle$、$|0,0,1\rangle$、$|1,1,1\rangle$,偶宇称态 $|1,0,1\rangle$、$|0,1,1\rangle$、$|0,0,0\rangle$、$|1,1,0\rangle$. 定义双占据态运算关系:

$$\begin{aligned} |1,0,1\rangle &= d_L^\dagger f^\dagger |0,0,0\rangle \\ |0,1,1\rangle &= d_R^\dagger f^\dagger |0,0,0\rangle. \end{aligned} \tag{5}$$

MFs 算符 $\gamma_{L/R}$ 能够改变费米子的奇偶宇称性.

1.2　理论方法

本文以粒子数表象下的跃迁函数为工具,采用主方程的方法描述体系的动力学行为. 将电极视为"环境",中间系统的含时演化用约化密度矩阵的运动方程描述. 考虑大电压极限,即左、右电极化学势所形成的"电压窗口"eV 小于超导能隙,而远大于系统中其他能量,此时电子从左电极到右电极单向隧穿,温度对电子输运的影响可以忽略,则约化密度矩阵 $\rho(t)$ 满足 Lindblad 型主方程.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

由于拓扑超导纳米线的存在,使得左、右电极的电流不等. 为此,根据左电极发射出的电子数 n_{L} 和右电极收集到的电子数 n_{R},将系统状态划分成多重粒子数空间,则大电压极限时粒子数表象中约化密度矩阵的演化方程为[23]

$$\begin{aligned}\dot{\rho}^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t) &= -\mathrm{i}L\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)\\ &+\Gamma_{\mathrm{L}}\left[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}\rho^{(n_{\mathrm{L}}+1,n_{\mathrm{R}})}(t)\,d_{\mathrm{L}}-\frac{1}{2}\{d_{\mathrm{L}}d_{\mathrm{L}}^{\dagger},\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)\}\right]\\ &+\Gamma_{\mathrm{R}}\left[d_{\mathrm{R}}\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}}-1)}(t)\,d_{\mathrm{R}}^{\dagger}-\frac{1}{2}\{d_{\mathrm{R}}^{\dagger}d_{\mathrm{R}},\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)\}\right].\end{aligned} \tag{6}$$

(6)式意味着左(右)电极发射(收集)的电子数是随机变量,透射电子的概率分布为 $P(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}},t)=\mathrm{Tr}\,[\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)]$,$\mathrm{Tr}(\cdots)$ 表示对约化系统的自由度求平均,并且满足归一化条件 $\sum_{n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}}}P(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}},t)=\mathrm{Tr}\,[\rho(t)]=1$. (6)式中,第一项刘维尔超算子 L 定义为 $L\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}\equiv[H_{\mathrm{S}},\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}]$,描述系统的相干性演化,其余两项描述中间体系受金属电极影响时的耗散行为,其中,$\Gamma_{\mathrm{L}}d_{\mathrm{L}}^{\dagger}\rho^{(n_{\mathrm{L}}+1,n_{\mathrm{R}})}d_{\mathrm{L}}$ 与 $\Gamma_{\mathrm{R}}d_{\mathrm{R}}\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}}-1)}d_{\mathrm{R}}^{\dagger}$ 分别表示电子从左电极隧穿进左量子点和电子隧穿出右量子点而进入右电极的“量子跳跃过程”,即电子数的变化. 中间体系与电极的耦合强度 g_i 导致 QD 电子能级的展宽为 $\Gamma_i=2\pi w_i|g_i|^2$,w_i 为相应电极的能态密度并且在宽带近似下可取其为常数. (6)式对 $(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})$ 求和后可得到 Lindblad 型主方程:

$$\dot{\rho}(t)=-\mathrm{i}L\rho(t)+\{\Gamma_{\mathrm{L}}D[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}]+\Gamma_{\mathrm{R}}D[d_{\mathrm{R}}]\}\rho(t). \tag{7}$$

其中,$D[A]\cdot\equiv A\cdot A^{\dagger}-\frac{1}{2}\{A^{\dagger}A,\cdot\}$.

利用(6)式与(7)式,我们可以方便地计算输运电流以及电流的涨落,即散粒噪声,从而揭示 MFs 存在与否的谱特征.

1.3 电流与散粒噪声

首先,电流可以用 $\rho(t)=\sum_{n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}}}\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)$ 简单地表示出来. 以下取 $\hbar=\mathrm{e}=1$.

定义流经电极 $i(i=\mathrm{L},\mathrm{R})$ 的电流

$$I_i(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle n_i(t)\rangle. \tag{8}$$

$\langle n_i(t)\rangle$ 表示 t 时间内电极 i 发射或收集的平均电子数 $\langle n_i(t)\rangle=\sum_{n_i}n_iP(n_i,t)$,其中 $P(n_{\mathrm{L/R}},t)=\mathrm{Tr}\rho^{(n_{\mathrm{L/R}})}(t)=\mathrm{Tr}\,[\sum_{n_{\mathrm{R/L}}}\rho^{(n_{\mathrm{L}},n_{\mathrm{R}})}(t)]$. 容易证明,只要知道左(右)量子点上的电子平均占据数 $\bar{n}_{iD}=\mathrm{Tr}\,[d_i^{\dagger}d_i\rho(t)]$,则左(右)电极的电流分别为:

$$I_{\mathrm{L}}(t)=-\Gamma_{\mathrm{L}}(1-\bar{n}_{\mathrm{L}D}),\quad I_{\mathrm{R}}(t)=\Gamma_{\mathrm{R}}\bar{n}_{\mathrm{R}D}. \tag{9}$$

其中,约化密度矩阵 $\rho(t)$ 满足(7)式主方程. 本文考虑系统处于稳态 $\bar{\rho}$ 时的电流 $\bar{I}_i$,即 $\bar{\rho}$ 满足 $\dot{\rho}(t)=0$.

相比于稳态(平均)电流 $\bar{I}_i$,电流噪声谱即电流随时间的涨落,可以揭示更多关于体系动力学的信息. 因此,下面进一步讨论系统的散粒噪声. 考虑电流的对称关联函数 $S_i(t)=\frac{1}{2}\langle\{\delta I_i(t),\delta I_i(0)\}\rangle$,其中,$\delta I_i(t)=I_i(t)-\bar{I}_i$,且 $\langle\cdots\rangle$ 表示对 $S_i(t)$ 求稳态 $\bar{\rho}$ 时的量子统计平均值. 那么,流经电极 $i(i=\mathrm{L},\mathrm{R})$ 的电流 $I_i(t)$ 的噪声谱,即 $S_i(t)$ 的 Fourier 变换,利用 MacDonald 公式[24,25]可写作:

$$S_i(\omega)=2\omega\int_0^{\infty}\mathrm{d}t\sin(\omega t)\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\langle n_i^2(t)\rangle-\langle n_i(t)\rangle^2], \tag{10}$$

(10)式中,$\langle n_i(t)\rangle=\bar{I}_it$,$\bar{I}_i$ 为稳态电流,由此第二项的积分容易得到. 我们主要需处理第一项,$\langle n_i^2(t)\rangle=\sum_{n_i}n_i^2P(n_i,t)=\sum_{n_i}n_i^2\mathrm{Tr}\rho^{(n_i)}(t)$. 下文推导以 $S_{\mathrm{R}}(\omega)$ 为例,$S_{\mathrm{L}}(\omega)$ 类似. 利用(6)式可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle n_{\mathrm{R}}^2(t)\rangle=\Gamma_{\mathrm{R}}\mathrm{Tr}\,[d_{\mathrm{R}}\bar{\rho}d_{\mathrm{R}}^{\dagger}+2d_{\mathrm{R}}N_{\mathrm{R}}(t)\,d_{\mathrm{R}}^{\dagger}], \tag{11}$$

其中,$N_{\mathrm{R}}(t)\equiv\sum_{n_{\mathrm{R}}}n_{\mathrm{R}}\rho^{(n_{\mathrm{R}})}(t)$ 表示 t 时刻隧穿进右电极的电子数算符,则 $S_{\mathrm{R}}(\omega)$ 最终可写为:

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{R}}(\omega)&=4\omega\Gamma_{\mathrm{R}}\mathrm{Im}\{\mathrm{Tr}\,[d_{\mathrm{R}}\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)\,d_{\mathrm{R}}^{\dagger}]\}+\\ &\quad 2\Gamma_{\mathrm{R}}\mathrm{Tr}\,[d_{\mathrm{R}}\bar{\rho}d_{\mathrm{R}}^{\dagger}]-8\pi\bar{I}^2\delta(\omega),\end{aligned} \tag{12}$$

上式中,符号 Im 表示对后面的代数多项式取虚部,$\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)=\int_0^{\infty}\mathrm{d}tN_{\mathrm{R}}(t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$,最后一项来源于(10)式 MacDonald 公式第二项的积分. 而 $\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)$ 可以容易地从 $N_{\mathrm{R}}(t)$ 的运动方程获得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}N_{\mathrm{R}}(t)&=-\mathrm{i}LN_{\mathrm{R}}(t)+\{\Gamma_{\mathrm{L}}D[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}]+\\ &\quad\Gamma_{\mathrm{R}}D[d_{\mathrm{R}}]\}N_{\mathrm{R}}(t)+\Gamma_{\mathrm{R}}d_{\mathrm{R}}\bar{\rho}d_{\mathrm{R}}^{\dagger},\end{aligned} \tag{13}$$

经拉普拉斯变换得:

$$\begin{aligned}-\mathrm{i}\omega\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)&=-\mathrm{i}L\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)+\{\Gamma_{\mathrm{L}}D[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}]+\\ &\quad\Gamma_{\mathrm{R}}D[d_{\mathrm{R}}]\}\tilde{N}_{\mathrm{R}}(\omega)+\Gamma_{\mathrm{R}}d_{\mathrm{R}}\tilde{\rho}(\omega)\,d_{\mathrm{R}}^{\dagger},\end{aligned} \tag{14}$$

其中,$\tilde{\rho}(\omega)=\int_0^{\infty}\mathrm{d}t\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\bar{\rho}=\mathrm{i}\bar{\rho}/\omega$.

类似地,$S_{\mathrm{L}}(\omega)$ 可写为:

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$S_{\mathrm{L}}(\omega) = -4\omega\Gamma_{\mathrm{L}}\mathrm{Im}\{\mathrm{Tr}[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}\tilde{N}_{\mathrm{L}}(\omega)d_{\mathrm{L}}]\} + 2\Gamma_{\mathrm{L}}\mathrm{Tr}[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}\bar{\rho}d_{\mathrm{L}}] - 8\pi\bar{I}^{2}\delta(\omega). \quad (15)$$

$\tilde{N}_{\mathrm{L}}(\omega)$ 由下式给定:

$$-\mathrm{i}\omega\tilde{N}_{\mathrm{L}}(\omega) = -\mathrm{i}L\tilde{N}_{\mathrm{L}}(\omega) + \{\Gamma_{\mathrm{L}}D[d_{\mathrm{L}}^{\dagger}] + \Gamma_{\mathrm{R}}D[d_{\mathrm{R}}]\}\tilde{N}_{\mathrm{L}}(\omega) - \Gamma_{\mathrm{L}}d_{\mathrm{L}}^{\dagger}\tilde{\rho}(\omega)d_{\mathrm{L}}. \quad (16)$$

2　对电流和散粒噪声的分析

利用(9)、(10)式,我们可以方便地研究系统的电流和散粒噪声.

2.1　稳态电流

由(8)式可知,稳态时左、右电极电流 $\bar{I}_i$ 并不相等,使得回路电流不守恒. 定义稳态电流差

$$\Delta\bar{I} = \bar{I}_{\mathrm{R}} - \bar{I}_{\mathrm{L}}. \quad (17)$$

如图 2 所示,通过调控门电压而改变系统与电极的耦合强度 $\Gamma_{\mathrm{R}}/\Gamma_{\mathrm{L}}$ 时,电流对体系中有无 MFs 的响应特征差异明显. 没有 MFs($\delta_{\mathrm{L}} = \delta_{\mathrm{R}} = 0$),即左、右量子点与通常费米子的束缚态能级 ε_{M} 共振时,发射极与收集极的电流保持守恒,电流差不随 QD 与电极的耦合强度的改变而变化,伴随 d_i 态电子的湮灭,f 态同时产生相应一个电子,故系统中的电子数守恒. 另一方面,存在 MFs 时($\delta_{\mathrm{L}} = \delta_{\mathrm{R}} = 1$),$\bar{I}_{\mathrm{L}} \neq \bar{I}_{\mathrm{R}}$,电流差明显不对称: 在 QD 与电极非对称耦合区($\Gamma_{\mathrm{L}} \neq \Gamma_{\mathrm{R}}$),电流差的最大值随着 QD 与 MFs 耦合强度 t_i 的增强而增大; 仅当 $\Gamma_{\mathrm{L}} = \Gamma_{\mathrm{R}}$ 时,$\bar{I}_{\mathrm{L}} = \bar{I}_{\mathrm{R}}$. 这说明,在 QD 与电极对称耦合区,仅凭电流还不足以确定系统中是否存在 MFs. 由于超导体可以同时将 ε_i 与 ε_{M} 能级的电子以 Cooper 对的形式吸收,或者释放一对电子分别占据 ε_i 与 ε_{M} 能级($\propto d_i f + f^{*}d_i^{\dagger}$),因此导致左、右金属电极发射与收集的电子数不等,电流差不对称. 当 ε_i 与 ε_{M} 能级共振时,QD 与纳米线之间耦合的增强($t_i \gg \Gamma_{\mathrm{L}}$)使得电子易隧穿进系统,并在其间相干振荡,电流差增大.

2.2　散粒噪声谱

下面我们研究系统的散粒噪声,关注 QD 与电极的对称耦合($\Gamma_{\mathrm{L}} = \Gamma_{\mathrm{R}}$).

图 3 显示系统与电极对称耦合时的散粒噪声谱,同时也比较了没有 MFs 时普通三能级结构的情形. 由图 3 可见,噪声谱呈现振荡行为,说明电子在量子点与纳米线之间"相干隧穿",这揭示在纳米线两端存在分立的 MFs,并且所形成的 f 态能级 ε_{M} 与纳米线的高能连续态之间的能隙较大,因此 MFs 才

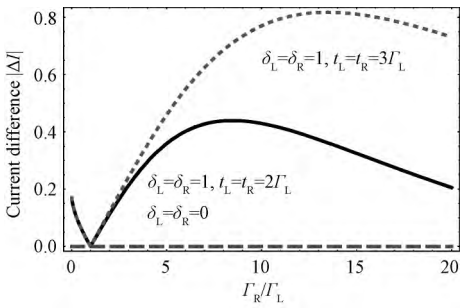


图 2　稳态时不同耦合强度下左、右电极间的电流差. $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon_{\mathrm{R}} = \varepsilon_{\mathrm{M}} = 0.1\Gamma_{\mathrm{L}}, \Delta = 0$

能与左、右量子点耦合. 并且当能级共振时,电子容易在系统中相干输运,导致振荡的噪声谱. 尤为重要的是,有 MFs 时的零频噪声明显大于没有 MFs 的情形. 因此噪声谱的相干振荡,以及零频噪声的显著增大,证明系统中存在 MFs,同时也弥补了 $\Gamma_{\mathrm{R}} = \Gamma_{\mathrm{L}}$ 时电流无法分辨 MFs 的不足. 需指出的是,有 MFs 时的电流与噪声是通常的单电子共振隧穿与电子 Cooper 对共同作用的结果(由(4)式 H_{S} 可知),因此导致有无 MFs 时的噪声谱不同.

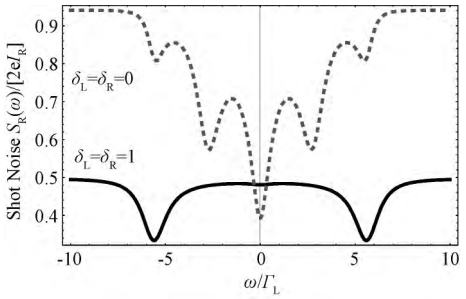


图 3　有无 MFs 耦合时的散粒噪声. $\Gamma_{\mathrm{L}} = \Gamma_{\mathrm{R}}$, $\varepsilon_{\mathrm{L}} = \varepsilon_{\mathrm{R}} = \varepsilon_{\mathrm{M}} = 0.1\Gamma_{\mathrm{L}}, t_{\mathrm{L}} = t_{\mathrm{R}} = 2\Gamma_{\mathrm{L}}, \Delta = 0$

进一步我们研究在不同的耦合强度下,MFs 对系统动力学的影响.

图 4 显示量子点与纳米线对称耦合($t_{\mathrm{L}} = t_{\mathrm{R}}$)时的散粒噪声. 显然,当量子点与纳米线对称耦合时,随着 t_i 的不断增大,噪声谱从一个"谷"逐渐演化成"谷 - 峰 - 谷"结构,"谷"的展宽减小、谷深增大,并逐渐向高频端移动,同时零频噪声显著增强. 这是因为,随着量子点与纳米线耦合的加强,QD 与 MFs 易形成"分子态",电子更易在两个量子点和纳米线之间相干隧穿,导致散粒噪声谱的振荡趋势越发明显.

当量子点与纳米线非对称耦合时($t_{\mathrm{L}} \neq t_{\mathrm{R}}$),如图 5 所示,噪声谱的趋势与图 4 对称时的情况类似. 当 $t_{\mathrm{R}} \ll t_{\mathrm{L}}$ 时,电子易从左电极经左量子点隧穿进纳

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

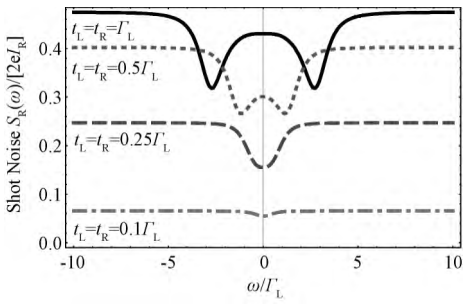


图4 QD 与 MFs 对称耦合时的散粒噪声. $\Gamma_L = \Gamma_R, \varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \Delta = 0$

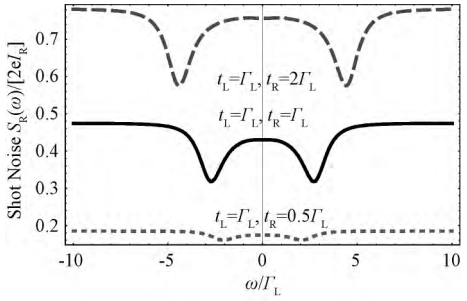


图5 QD 与 MFs 非对称耦合时的散粒噪声. $\Gamma_L = \Gamma_R$, $\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \Delta = 0$

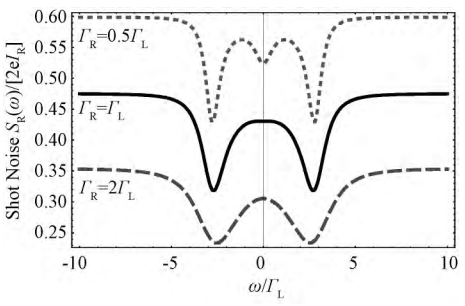


图6 量子点与电极非对称耦合时的散粒噪声. $\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, t_L = t_R = \Gamma_L, \Delta = 0$

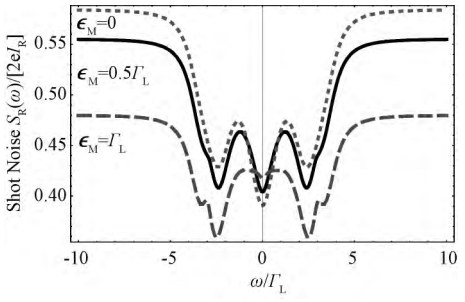


图7 MFs 耦合能对散粒噪声的影响. $\Gamma_L = \Gamma_R$, $\varepsilon_L = \varepsilon_R = 0.5\Gamma_L, t_L = t_R = \Gamma_L, \Delta = 0$

米线,但是不易隧穿进右量子点(隧穿时间 $\sim 1/t_R \gg 1/t_L$),导致噪声谱振荡不明显且零频噪声较小. 当 $t_R \gg t_L$ 时,电子易在整个 QD – 纳米线 – QD 之间相干隧穿,噪声谱振荡明显,"谷"的展宽减小并逐渐向高频端移动.

图6显示量子点与电极非对称耦合($\Gamma_L \neq \Gamma_R$)时的散粒噪声,同时保持 QD 与 MFs 对称. 如图6所示,随着 Γ_R 的增大,电子易从右 QD 透射进右电极($\propto 1/\Gamma_R$),使电子在 QD 与纳米线之间输运的相干性减小,噪声谱上表现为谱线的振荡趋势明显减弱,"谷"逐渐展宽,但"谷"的位置保持不变. 并且,随着 Γ_R 的增大,零频噪声由"谷"逐渐变成"峰".

下面我们讨论 MFs 束缚态能级 ε_M 对散粒噪声的影响. 如图7所示,散粒噪声谱依然呈现振荡行为. 随着 ε_M 的增大,ε_i 与 ε_M 形成的"V"型能级结构转化为"Λ"型能级结构. 相对于能级共振($\varepsilon_i = \varepsilon_M$),电子在这两种失谐型能级结构中的相干隧穿导致高频噪声减小,但是零频噪声增大,"谷"的位置保持不变. 随着 ε_M 的进一步增大($\varepsilon_M \geqslant \Gamma_L$),QD 与 MFs 耦合成新的"分子态",使谱线出现新的"谷",并且向高频端移动.

最后,我们讨论超导接近效应引起的 QD 上电子对相互作用对散粒噪声的影响,如图8所示. $\Delta \neq 0$ 时,超导体除了可能吸收 QD 与 MFs 束缚态的一对电子外,还可能吸收左、右量子点的一对电子,反之亦然. 随着 Δ 的增大,这两种 Cooper 对作用与通常的单电子隧穿叠加在一起,并共同作用,使得系统的噪声增强,且零频噪声逐渐由"谷"($\Delta = 0.5\Gamma_L$)变为"峰"($\Delta = \Gamma_L$).

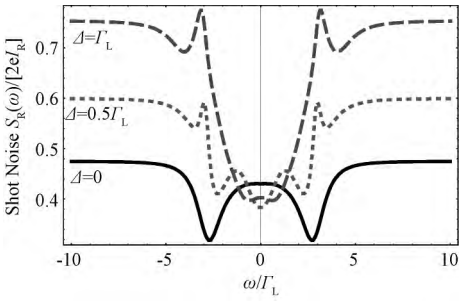


图8 量子点上电子对作用对散粒噪声的影响. $\Gamma_L = \Gamma_R$, $\varepsilon_L = \varepsilon_R = \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, t_L = t_R = \Gamma_L$

3 结 论

利用粒子数表象下的主方程方法,本文研究了双量子点和拓扑超导纳米线级联结构中的电荷输运,以及散粒噪声. 当存在 MFs 时,电流不守恒,电

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

流差呈非对称分布. 相对于通常三能级共振隧穿模型,散粒噪声“相干振荡”且零频噪声明显增强,说明电流差结合散粒噪声能够表征 MFs 的存在与否. 系统耦合强度的变化进一步揭示了 MFs 对体系电荷输运性质的影响.

参 考 文 献

[1] Wilczek F. Majorana returns [J]. Nat Phys,2009,5: 614 – 618.

[2] Nayak C,Simon S H,Stern A,et al. Non-Abelian anyons and topological quantum computation [J]. Rev Mod Phys,2008,80(3): 1083 – 1159.

[3] Kitaev A Y. Unpaired Majorana fermions in quantum wires [J]. Phys Usp,2001,44: 131 – 136.

[4] Sau J D,Lutchyn R M,Tewari S,et al. Generic new platform for topological quantum computation using semiconductor heterostructures [J]. Phys Rev Lett,2010,104: 040502.

[5] Lutchyn R M, Sau J D, Das Sarma S. Majorana fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures [J]. Phys Rev Lett,2010,105: 077001.

[6] Oreg Y,Refael G,Oppen F V. Helical liquids and Majorana bound states in quantum wires [J]. Phys Rev Lett,2010,105: 177002.

[7] Sasaki S,Kriener M,Segawa K,et al. Topological superconductivity in $Cu_xBi_2Se_3$ [J]. Phys Rev Lett,2011,107: 217001.

[8] Mourik V,Zuo K,Frolov S M,et al. Signatures of Majorana fermions in hybrid superconductor-semiconductor nanowire devices [J]. Science,2012,336: 1003 – 1007.

[9] Das A,Ronen Y,Most Y,et al. Zero-bias peaks and splitting in an Al-InAs nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions [J]. Nat Phys,2012,8: 887 – 895.

[10] Deng M T,Yu C L,Huang G Y,et al. Anomalous zero-bias conductance peak in a Nb-InSb nanowire-Nb hybrid device [J]. Nano Lett,2012,12: 6414 – 6419.

[11] Nadj P S,Drozdov L K,Li J,et al. Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor [J]. Science,2014,346: 602 – 607.

[12] Law K T,Lee P A,Ng T K. Majorana fermion induced resonant Andreev reflection [J]. Phys Rev Lett,2009,103: 237001.

[13] Wimmer M,Akhmerov A R,Dahlhaus J,et al. Quantum point contact as a probe of a topological superconductor [J]. New J Phys,2011,13: 053016.

[14] Liu J,Potter A C,Law K T,et al. Zero-bias peaks in the tunneling conductance of spin-orbit-coupled superconducting wires with and without Majorana end-states [J]. Phys Rev Lett,2012,109: 267002.

[15] Kells G,Meidan D,Brouwer P W. Low-energy subgap states in multichannel *p*-wave superconducting wires [J]. Phys Rev B,2012,85: 060507(R).

[16] Tewari S,Stanescu T D,Sau J D,et al. Topological minigap in quasi-one-dimensional spin-orbit-coupled semiconductor Majorana wires [J]. Phys Rev B,2012,86: 024504.

[17] Albrecht S M,Higginbotham A P,Madsen M,et al. Exponential protection of zero modes in Majorana islands [J]. Nature,2016,531: 206 – 209.

[18] Liu D E,Baranger H U. Detecting a Majorana-fermion zero mode using a quantum dot [J]. Phys Rev B,2011,84: 201308(R).

[19] Cao Y S,Wang P Y,Xiong G, et al. Probing the existence and dynamics of Majorana fermion via transport through a quantum dot [J]. Phys Rev B,2012,86: 115311.

[20] Li Z Z,Lam C H,You J Q. Probing Majorana bound states via counting statistics of a single electron transistor [J]. Scient Rep,2015,5: 11416.

[21] Shang E M,Pan Y M,Shao L B,et al. Detection of Majorana fermions in an Aharonov-Bohm interferometer [J]. Chin Phys B,2014,23(5): 057201.

[22] Recher P, Sukhorukov E V, Loss D. Andreev tunneling, Coulomb blockade, and resonant transport of nonlocal spin-entangled electrons [J]. Phys Rev B,2001,63: 165314.

[23] Wang S K,Jiao H J,Li F,et al. Full counting statistics of transport through two-channel Coulomb blockade systems [J].

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Phys Rev B,2007,76:125416.

[24] Gurvitz S A,Fedichkin L,Mozyrsky D,et al. Relaxation and the Zeno effect in qubit measurements [J]. Phys Rev Lett,2003,91:066801.

[25] Li X Q,Cui P,Yan Y J. Spontaneous relaxation of a charge qubit under electrical measurement [J]. Phys Rev Lett,2005,94:066803.

Shot Noise in Sequential Coupling Structure of Double Quantum Dots and Majorana Fermions

Liu Yamei Guo Jianhong

(Department of Physics,Capital Normal University,Beijing 100048)

Abstract

This work considers the structure of two quantum dots coupled to Majorana fermions at both ends of topological superconductor nanowire. Based on the method of particle-number resolved master equation, the properties of charge transport through the device are studied. When Majorana fermions coupling exists, the steady-state current difference presents asymmetric distribution with increase of tunneling rate, and the electron shot noise shows coherent oscillations with significant enhancement of zero-frequency noise. When coupling strength of system changes, the shot noise further reveals Majorana fermions' effect on the characteristics of electron transport. Therefore, the current difference and electron shot noise can probe the existence of Majorana fermions in hybrid structure of quantum dots and topological superconductor.

Key words: Mjorana fermions, quantum dot, topological superconductor, shot noise.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net