DOI:10.19789/j.1004-9398.2019.04.014

核心素养导向的数学概念教学阶段探讨

俞 蓉 刘效丽* 赵世恩

(首都师范大学初等教育学院,北京 100048)

摘要: 数学学科应当发挥其在学生核心素养发展过程中的独特作用,而使学生掌握数学概念是数学教学的重点,因此通过数学概念教学的过程来推动核心素养的落实是一条重要且关键的途径. 数学概念教学中应当注意到,数学概念教学与培养学生应具备的多种一般能力、思维(尤其理性思维)发展以及学生辩证地看待世界的习惯等是有着密切的联系的,而这些正是囊括在核心素养中的关键能力与必备品质. 为便于核心素养落地生根,本文在概念的内涵与外延划分基础上,将数学概念教学进一步细分为外形、要素、联系、过程以及应用这五个依次递进的阶段,教师可在各阶段分别设置有针对性的问题以引导学生主动建构概念,从而提升学生思维层次.

关键词: 核心素养; 数学; 概念教学

中图分类号: G623.5

0 引 言

2014年,我国教育部印发了《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》,提出"核心素养"并明确它是"学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格与关键能力",要求各级教育要更加注重自主发展、合作参与、创新实践等. 随后,我国教育学界拉开了对"核心素养"的内涵及落实等问题深入探讨的序幕.

就数学学科核心素养而言,目前高中阶段数学课程标准中提出了6种成分: 数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学运算、直观想象与数学分析. 虽然义务教育阶段的数学核心素养构成还尚未提出,但归根结底,促进学生的全面发展是核心素养的旨归,培养学生创新精神与实践能力是核心素养的核心价值,落实核心素养是为了落实"立德树人"的根本任务[1]. 在数学教学中只要牢牢把握这一点,相信一定能走在使核心素养落地生根的正轨上.

那么,在数学教学中,具体又该如何落实核心素养呢? 李邦河院士曾说过,"数学根本上是玩概念的"[2],由此可见,对于数学教学来说,其重点应放在学生掌握与形成数学概念方面. 因此可以认为,在数学学科的学习中,通过数学概念教学的过程来推动核心素养的落实也是一条重要且关键的途径.

收稿日期: 2018-11-28

* 通信作者: lxlyn@cnu.edu.cn

1 什么是"数学概念教学"

所谓概念,即人类对客观事物本质属性的一种反映,是人类思维的一种基本形式. 数学概念就是人类对客观世界空间形式与数量关系的一种概括反映. 认知心理学认为,概念是建构人类知识的基本要素,是用以组织知识的基本单位,人们对世界的认识正是由反映概念与概念之间关系的复杂概念结构系统构成[3].

从上述概念与数学概念的定义可以发现,在数学概念教学中,应当至少注意以下几点:

(1) 数学概念的学习与学生的多种能力密不可分. 因为要掌握概念,就需对同一类事物加以比较、分析、综合,从而找出同一类事物共同的、本质的特征或属性,最后将它们概括起来[4],这个过程涉及学生比较、分析、综合、分类、概括等多种能力,而这些能力属于人类学习的一般能力;

(2) 概念是思维的一种基本形式,因此概念教学应是培养与锻炼学生思维、促进学生思维发展的基本与重要形式. 对于数学概念教学而言,它可以发展学生的理性思维,尤其是逻辑思维,使学生学会有逻辑地、创造性地思考与解决问题;

(3) 数学概念教学中,必须重视概念与概念之间的联系. 世界万物之间都是普遍联系的,同样每

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

个数学概念也不是孤立存在的. 概念教学的本质就在于帮助学生获得概念的心理意义,形成概念内涵的心理表象,即建构良好的概念图示或概念网络[5],同时培养学生辩证地认识与看待世界的习惯.

2 问题的提出

传统的数学概念教学中,常常是教师将概念呈现给学生、让学生记住,然后结合各种练习促使学生加深印象,会应付变化多端的考试题型,所以概念被看作答题的工具,学生学到的仅仅是解题技巧,以及对各种题型形成一种刺激——反应. 虽然我国新课程改革已启动数十载,但是不难发现,数学教学中依然存在种种不利于核心素养落实的现象与问题: 教学中不注重学生学习兴趣与内部动机,强加于人; 缺乏问题意识,不利于创新精神和实践能力培养; 重结果轻过程,导致学习过程不完整,堵塞了数学思想的传播路径; 重视解题的技能与技巧,而轻视普适性思考方法的概括等,数学思维层次不高[6].

按照现代研究,数学不应被归属于一般意义上的"经验科学",而应更加接近所谓的"思维科学",只有用思维方法的分析带动具体知识内容的教学,才能帮助学生真正学好相关的数学知识,将数学课"教活" "教懂" "教深"[7]. 显然,这种"思维教学"的提法与上述对"概念"的理解,即概念是思维的一种基本形式、概念教学是促进学生思维发展的基本与重要形式,二者之间是遥相呼应的.

此外,"数学兼具价值理性和工具理性、科学性和人文性的性质",其中"冰山露出水面的那部分"——数学的工具理性与科学性在数学教学实践活动中往往更受人们的重视,而"深藏在水下的主要部分"——数学的人文性与价值理性,即数学强大的育人功能,却常常容易被忽视掉[8].

因此,作为数学教学活动中关键而基础的概念教学活动,具体该如何落实,才能使之充分发挥数学学科在"立德树人"方面的独特作用呢? 这是一个值得深入探讨的问题.

3 核心素养指向的数学概念教学阶段探讨

3.1 基于核心素养的数学概念教学的思考

要在数学概念教学中落实核心素养,首先应当关注或处理好以下几个问题:

第一,教师与学生之间的关系问题. 传统的数学概念教学中,概念被视作学生只需记住而后会用于解题的知识,所以教学中以教师讲授、学生记忆为主,由此造成的局面就是: 遇到实际问题或新的情境时,学生不会灵活运用所学概念,或者学生学完考完就忘. 现代教育理念及"核心素养"理念下,学生应当成为学习的主体者,去积极主动地探究数学概念. 应当认识到: 学生的概念形成应是一种创造性过程,而不是机械的被动过程[9],要真正理解一个概念意味着主体要重新创造这个概念,而学生能重复某个概念并会对这个概念做某些应用时,并不能说明学生真正理解了这个概念,真正的理解应当表现在新的自发的应用上[10]. 在这个过程中,教师应扮演起学生学习的组织者与引导者的角色,通过组织适当的情境以唤起学生的学习动机,包括学生学习的兴趣、好奇心、感觉所学对自己有用等; 在学生探究概念过程中遇到障碍或困难时,提出适量的启发性问题、适当的时候提供适当的数学语言或提供恰当的反例,以引导学生重新探索或进一步探索,从而让学生自行纠正或完善对概念的认识.

第二,问题意识应贯穿数学概念教学的始终. "核心素养"不是直接由教师教出来的,而是在问题情境中借助问题解决的实践培育起来的[11]. 因此,数学概念教学过程中,问题的设置是一重要环节. 前苏联著名心理学家马秋斯金认为,思维始于问题,这是个能动的过程,是以创新为核心的,并强调教育与教学过程的本质特征应表现为师生在问题情境中合作从而探索与发现未知事物[3]. 也就是说,真正意义的教学活动是从教师通过设置问题情境、创设学习活动的内部条件开始的,从而激发学生学习新知的内部需要与动机. 简而言之,设置问题主要是为了激发学生学习动机,并通过问题的解决培养学生的多种能力.

第三,会与他人合作是各发达国家与组织所提出的"核心素养"中都有所强调的一点,也是我国"核心素养"中所囊括的内在要求. 根据班杜拉社会认知理论,人只有在与他人合作的过程中,主动加工那些对个人有意义的信息,才能取得最佳学习效果[12]. 因此,在核心素养指向的数学概念教学活动安排中,应改变传统教学中师-生之间单向活动形式为主的现象,将生生合作与交流提上较高地位,通过生生合作来共同解决问题、形成数学概念,更重

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

要的是,在这一过程中,学生可以充分发挥自己的主体性与主动性,学会寻找恰当的语言、组织自己的语言来表达自己的观点或看法,学会倾听与评判同伴的观点或看法,学会提出问题与分析问题,从而促进自身多种品格与能力的发展.

第四,数学概念教学过程应是调动学生多种感官参与其中的过程: 一方面,如前所述,概念与思维是密不可分的. 美国心理学家 Guiford 曾提出,创造性思维是发散思维与集中思维的统一,创造性思维的本质就是发散思维. 因此,为促进学生思维更好发展,应在数学概念教学中考虑将两种思维方式相结合,教师可以先激发学生的发散性思维,之后再引导学生将其产生的多样化想法向本课概念教学的主要方向集中,从而概括与总结出概念的内涵与关系等. 与此同时,先发散后集中的做法,也能间接地使学生感受到所探讨的问题是与自己有关的,可以激发与维持学生进一步学习的兴趣; 另一方面,概念形成是一种复杂活动的结果,在这个复杂的活动中,所有基本的智力功能都参与其中了[9],这种活动应当是发生在学习者内部的,通过对其神经上的、肌肉上的和感觉上的刺激,其感官中枢部位大脑就会产生各种意识,再经过思考与语言表述将这种动觉经验提升到思维的水平[13]. 正因如此,数学概念教学应当关注如何调动学生"全身心"参与进来,从而更好地帮助学生形成概念、锻炼多方面能力.

3.2　基于核心素养的数学概念教学阶段的模型

众所周知,事物都是有其自身的属性的,这些属性有的是对事物存在起决定性作用的属性,称之为本质属性,而有的则是由本质属性派生出来的固有属性,比如对于平行四边形而言,"两组对边分别平行"为其本质属性,而"两条对角线互相平分"则是其固有属性. 不管是本质属性还是固有属性,它们都是这类事物的特有属性,反映在人们的思维中就形成了关于这类事物的概念[14].

一般在研究概念时,将其分为两个方面: 内涵与外延,内涵即一类事物有哪些特有属性,而外延即具有这些特有属性的是哪些事物,换而言之,内涵反映的是事物的质,而外延体现的则是事物的量.

掌握概念的内涵与外延是概念教学的重中之重. 综合以上的各项分析,在数学概念教学活动中,要帮助学生全面地认识数学概念,且便于充分地挖掘概念教学中的育人价值,可以将概念的内涵与外延再进一步细分为这几个阶段或环节: 首先从概念的"表象"着手,再去认识概念的特有属性、概念内部及概念与其它概念之间的联系,同时了解概念的发生、发展及其应用. 这几个阶段及其之间的关系见图 1.

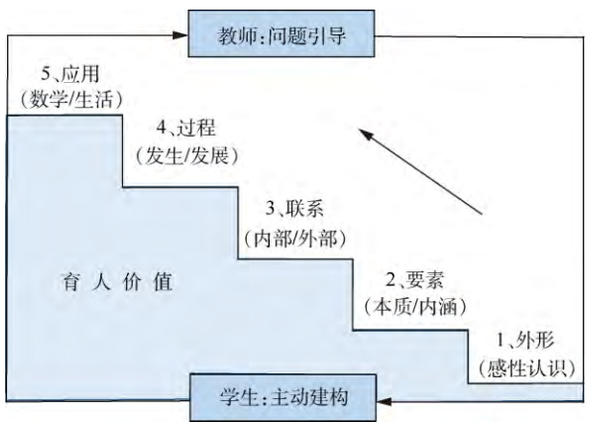


图 1　数学概念教学阶段模型

如图 1 所示,完整的数学概念教学应至少包含这五个阶段: 外形、要素、联系、过程与应用,其中: "外形"是对概念的初步认识,除了"要素"对应概念的内涵外,"联系""过程"也会涉及概念的内涵,而"应用"主要对应概念的外延,这五阶段总体上是层层递进的关系,如此设计可以将一个"概念"的来龙去脉、"表面内里"都囊括其中,更重要的是,如此细分可以将数学的育人价值渗透到每一个阶段或环节之中去. 此外,在整个概念教学过程中,教师的作用主要在于创设问题情境启发学生思考,并在学生建构过程中遇到障碍或困难时及时设置问题引导学生,而学生应积极主动地建构与形成对应的概念,具体阐述如下:

第一阶段: 从数学概念的"外形"开始进行概念教学. 为什么从"外形"开始呢? 数学概念一部分来源于现实生活,是人们从实践活动中抽象出来的,而另一部分则是由于数学自身发展或人们的需要而建立起来的. 可以看到,义务教育阶段尤其小学中的数学概念不少能从现实生活中找到其"原型",所以学生对这类数学概念会有或多或少的了解,虽然这种了解多数停留于事实阶段,且可能片面或错误的,但这种事实描述却是有必要的,它可以唤醒学生已有经验或激发其初步思考,有助于教师有针对性地设置问题,为学生后续的概念建构奠定基础;

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

第二阶段:由感性认识开始进入理性认识的阶段,由表及里进入数学对象的内部,概括归纳出这个数学概念的本质,即概念的质的方面. 这是概念教学中至关重要的一环,是需要帮助学生真正理解、也是能够大大促进学生思维发展的环节. 学生领悟与深层理解的关键在于使他们积极参与到学习活动中,主动进行行为表现[15],而不是像传统的概念教学中那样一味地呈现各种变式练习,让学生被动地接受这个概念,因此本阶段的问题与学生活动设置值得好好琢磨;

第三阶段:如前所述,任何事物都不是孤立存在的,尤其是数学这门学科本身就具有很强的逻辑性、严密性等特点. 所以,在认识数学概念后,就需要寻找概念内部各要素之间以及这个概念与外部即其他概念之间的联系,从而帮助学生全面地认识概念,将这个概念纳入其概念网络中恰当的位置;

第四阶段:可以将静态的知识转化为动态的知识呈现给学生,让学生了解数学概念的发生、发展过程,这也正是现代教学所倡导的;在数学概念的形成与应用的教学过程中,还可以融入数学史,这有助于学生更好地理解、更全面地认识数学概念,有助于培养学生学习数学的兴趣,让学生学会用运动变化的观点来研究数学概念,从而最终有利于发挥数学的育人价值;

第五阶段:最后一个环节是数学概念的应用,既涉及这个数学概念在数学内部的应用,更涉及在实际生活中的应用. 这部分也是以往概念教学中尤为重视的地方,也正因如此才导致概念教学与解题混为一谈. 概念教学的最终直接目的就在于能够灵活地将概念迁移到新的具体的情境中,而远非解决书本上或试卷中人为设置的各种问题,因为现实生活中的真实问题往往要复杂得多.

3.3 案例设计

下面分别以小学“长方体”与“分数”概念为例,来说明如何落实所探讨的概念教学阶段:

案例 1:“长方体”概念教学阶段设计思路

阶段 1:长方体的“外形”

[说明] 小学一年级已初步认识长方体,二三年级时学习了长方形等知识. 此环节可以让学生动手制作长方体物品,课上让学生用自己的语言描述长方体什么样子,制作过程中有何体会或发现.

[意图] 1. 建立新旧知识之间的联系,感受困难,为深入学习做好准备;

2. 锻炼学生思维、组织语言与表达以及发现与提出问题的能力.

阶段 2:长方体的“要素”

[说明] 可以让学生自主思考与讨论交流长方体是如何构成的,即有哪些构成要素(顶点、面、棱).

[意图] 先让学生表达与相互讨论自己的想法,再引导分类从而统一要研究的要素,使学生经历由发散思维到集中思维的过程.

阶段 3:长方体的“要素”之间的“联系”

[说明] 设问(示范一个例子即可),引导学生思考与发现要素间的联系. 这种关系包括位置关系、大小关系等. 问题列举:有 4 条棱在同一个面上,长方体有 6 个面,为什么不是 24 而是 12 条棱? 类似地还有顶点与棱之间、面与顶点之间的数量关系,以及棱与棱、面与面之间的大小关系等.

[意图] 激发好奇心,启发思考,增加概念学习中的思维含量,同时也为后续学习长方体的表面积、体积等知识奠定基础.

阶段 4:长方体的“过程”

[说明] 有的教材让学生借助橡皮泥与小棒来做长方体框架,还可以让学生拆卸长方体框架,使其剩余部分最简单却依然能确定这个长方体形状(抽离出长、宽、高). 此外还可借助教学媒体,使学生感受并引导思考诸如“点动成线、线动成面、面动成体”之类的问题.

[意图] 使静态知识转化为动态知识,可培养学生逆向思维且让学生形成“从变化中寻找不变”的数学思想.

阶段 5:长方体的“应用”

[说明] 引导学生思考学习长方体这些知识后可以进一步研究什么问题,以及观察其在生活中的应用等.

[意图] 深化理解,学以致用,既使学生感受数学与学生生活世界的紧密联系,又能培养学生发散性思维.

案例 2 “分数”概念教学阶段设计思路

阶段 1:分数的“外形”

[说明] 可以考虑从成语“事半功倍”“半斤八两”等引入,让学生先用自己的语言解释“半”,用自己的方式将其表示出来等.

[意图] 了解学生已有经验水平,锻炼学生表达能力,激发学生发散性思维.

阶段 2:分数的“要素”

[说明] 1. 引导学生将多种反馈分类、集中,认识分数的构成:分子、分母、分数线,结合描述先大胆猜想分子与分母的关系(部分与整体);

2. 借助具体情境或操作,引导学生认识分数就是“将单位 1 平均分成几份(分母),取出其中的几份(分子)”.

[意图] 激发、调动学生的学习兴趣,经历科学研究中的观察、猜想过程.

阶段 3:分数要素之间及分数与其他数之间的“联系”

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[说明] 引导学生发现分数与其他数之间的关系,包括不同的分数之间(同分母异分子、同分子异分母、异分母异分子等)大小关系,分数中分子与分母之间的变化关系,分数与整数、分数与小数等之间的关系.

[意图] 完整认识分数的概念,形成普遍联系的观念.

阶段 4: 分数的"过程"

[说明] 可借助分数形成的数学史,让学生了解分数的发生、发展过程.

[意图] 深化对分数概念的理解,了解分数的来龙去脉,促进全面认识分数.

阶段 5: 分数的"应用"

[说明] 让学生多说说这一概念可以如何运用,以及想进一步研究的问题等.

[意图] 激发学生发现问题、解决问题,了解学生的困难或问题所在,因为分数是小学数学中学生较难理解的一个概念,学生在学习时遇到的问题也会较多,这些问题是教师进行教学的重要资源.

从上述所列举的小学数学形与数中各一例可以看出,围绕图 1 所提的数学概念教学阶段来进行教学活动设计,从整体而言将有助于学生对数学概念形成完整、全面的认识,并且在教学过程中可以培养学生学习如何"用数学眼光观察世界,用数学思维思考世界,用数学语言表达世界".

需要说明的是,上述所提概念教学的这五个阶段可能会因为学生的认知水平而分布在不同的学段,或者在不同的学段中概念教学的内容会有所调整(比如分数概念具有多层内涵),从而导致无法在某个连续时间段完成,这就需要在实际落实过程中注意前后衔接,此外还根据学生实际情况来确定设置问题的难易程度.

简而言之,数学概念教学所能教给学生的远不止传统教学中所强调的知识和技能等,这些只是"冰山一角",实际上它的背后还蕴涵了许多丰富而深远的育人价值. 这就需要在实际教学中注意以核心素养为指导方向,进一步去仔细推敲,深入挖掘数学概念教学背后所深藏的价值,从而发挥数学学科在培养学生关键能力、必备品格与价值观念等方面的独特作用.

参 考 文 献

[1] 成尚荣. 核心素养的核心[N]. 中国教育报,2017 - 01 - 11(009).

[2] 李邦河. 数的概念的发展[J]. 数学通报, 2009, 48(8): 1 - 3.

[3] 高文. 教学模式论[M]. 上海: 上海教育出版社,2001: 125,492.

[4] 林崇德. 智力发展与数学学习[M]. 北京: 科学出版社,1982: 29.

[5] 何小亚. 教育战争与数学教育的出路[J]. 数学教育学报,2008,17(1): 70 - 74.

[6] 章建跃. 数学概念的理解与教学[J]. 中学数学教学参考月刊,2010(11): 2 - 6.

[7] 郑毓信. 数学教育视角下的核心素养[J]. 数学教育学报,2016(25): 1 - 5.

[8] 杨叔子. 数学很重要文化很重要 数学文化也很重要: 打造文理交融的数学文化课程[J]. 数学教育学报,2014,23(6): 4 - 6.

[9] 列夫·维果茨基. 思维与语言[M]. 李维,译. 北京: 北京大学出版社,2010.

[10] 皮亚杰. 皮亚杰教育论著选[M]. 2 版. 卢濬,译. 北京: 人民教育出版社,2015.

[11] 钟启泉. 基于核心素养的课程发展: 挑战与课题[J]. 全球教育展望,2016,45(1): 3 - 25.

[12] 普莱斯顿·D·费德恩,罗伯特·M·沃格尔. 教学方法: 应用认知科学,促进学生学习[M]. 王锦,曹军,徐彬,译. 上海: 华东师范大学出版社,2006.

[13] 兰本达,布莱克伍德,布兰德韦恩. 小学科学教育的"探究-研讨"教学法[M]. 陈德彰,张泰金,译. 北京: 人民教育出版社,1983.

[14] 金成梁. 逻辑与小学数学教学[M]. 北京: 北京师范大学出版社,2001.

[15] Erickson H L 概念为本的课程与教学[M]. 兰英,译. 北京: 中国轻工业出版社,2003.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Discussions on the Stages of Key Competencies-oriented Mathematics Concept Teaching

YU Rong LIU Xiaoli ZHAO Shien

(Elementary Education College, Capital Normal University, Beijing 100048)

Abstract: Mathematics should play a unique role in the development of students´ key competencies. Since concepts are of great importance in math teaching, it is a crucial way to promote the growth of students´ key competencies while teaching math concepts. In order to better fulfill the fundamental task of "moral education and people cultivation", this paper elaborates on the mathematics concept based on its theory of intension and extension, and then divides the process of math concept teaching into five stages: appearance, element, connection, forming and application. During the whole course, teachers should set enlightening problems to help students gain mathematics concepts and improve their kinds of competencies.

Keywords: key competencies; mathematics; concept teaching

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net