DOI：10.19789/j.1004-9398.2023.03.005
文献引用：李明，胡桂萍，吕刘飞．磁场下黏弹性基中输流纳米管的颤振失稳分析[J]．首都师范大学学报（自然科学版），2023，44(3)：28-35. LI M，HU G P，LYU L F. Flutter instability of nanotubes fluid-conveyed resting on viscoelastic foundation subjected to magnetic field[J]. Journal of Capital Normal University（Natural Science Edition），2023，44(3)：28-35.

磁场下黏弹性基中输流纳米管的颤振失稳分析*

李　明[1**]，胡桂萍[2]，吕刘飞[1]

（1. 武汉科技大学理学院，湖北 武汉　430065；2. 河北建材职业技术学院基础部，河北 秦皇岛　066004）

摘要：基于非局部欧拉-伯努利梁模型，研究了外部轴向磁场作用下黏弹性基体中悬臂输流单层碳纳米管系统的动态失稳特性。黏弹性基体采用线性Kelvin-Voigt弹性基模型，利用哈密顿原理，建立该系统的振动微分方程及其边界条件。应用微分变换法求解该振动方程，着重研究不同质量比下，黏弹性基体、轴向磁场与小尺度效应共同影响时，该系统的颤振失稳特性。数值计算结果表明：黏弹性基体的弹性参数与外加轴向磁场的增加均能提高悬臂输流碳纳米管系统的稳定性，而小尺度系数的增加则降低系统稳定性。不同质量比下，黏弹性基体的阻尼系数对系统动态稳定性的影响不同。进一步研究表明，随着轴向磁场与基体弹性参数的共同增加，系统稳定性的提升并未呈现“协力效应”，而是各自的提升效果均有所减弱。

关键词：输流纳米管；轴向磁场；Kelvin-Voigt黏弹性基；小尺度系数；颤振失稳
中图分类号：O353　　**文献标识码**：A

Flutter instability of nanotubes fluid-conveyed resting on viscoelastic foundation subjected to magnetic field*

LI Ming[1**]，HU Guiping[2]，LYU Liufei[1]

（1. College of Science，Wuhan University of Science and Technology，Wuhan Hubei　430065；
2. Hebei Construction Material Vocational and Technology College，Qinhuangdao Hebei　066004）

Abstract：Based on the nonlocal Euler-Bernoulli beam model，the dynamic instability of the cantilever fluid-conveyed single-walled carbon nanotube system in a viscoelastic foundation under an external axial magnetic field is studied. The viscoelastic foundation is based on the linear Kelvin-Voigt elastic basis model，and the vibration differential equations and boundary conditions of the system are established by using Hamilton’s principle. The differential transformation method is applied to solve the vibration equation，and the flutter instability of the system under the influence of viscoelastic foundation，axial magnetic field and small scale effect at different mass ratios is emphatically studied. The numerical results show that the increase of the elastic parameters of the viscoelastic foundation and the applied axial magnetic field can improve the stability of the cantilevered carbon nanotube system，while the increase of the small scale coefficient decreases the stability of the system. Under different

收稿日期：2022-07-30
* 国家自然科学基金项目（51909196）
** 通信作者：mingli121212@126.com

mass ratios, the damping coefficient of viscoelastic foundation has different effects on the dynamic stability of the system. Furthermore, the research shows that with the joint increase of the axial magnetic field and the elastic parameters of the foundation, the improvement of the system stability does not show a "synergy effect", but their respective improvement effects are weakened.

Keywords: fluid-conveyed carbon nanotube; axial magnetic field; Kelvin-Voigt viscoelastic foundation; small scale coefficient; flutter instability

CLC: O353　　**DC**: A

0　引　言

随着碳纳米管在微纳机电和纳米流体储存运输系统等的广泛应用[1-4],其在多场作用下的动力学特性已成为微纳领域的研究热点之一[5-7]。Yoon等[8]基于经典连续介质理论对弹性基体上简支和固支输流碳纳米管的动力学特性进行研究,分析了管内高速流体以及管外弹性基体对输流纳米管系统振动频率的影响。然而,微纳尺度下力学特性的实验研究及分子动力学模拟表明,小尺度效应对纳米材料的各项性质也有着重要的影响,但经典的连续介质理论由于缺乏尺度相关性而无法准确描述这类小尺度结构的力学行为[9]。因此,大量反映尺度相关性的连续介质理论得以应用于纳米管道的各类静态和动态力学行为的分析研究中[10-11]。Bahaadini和Hosseini[12]采用Eringen非局部弹性理论,针对黏弹性输流碳纳米管研究了不同参数作用下系统的颤振失稳,结果显示,小尺度系数对系统整体刚度具有弱化效应,随着小尺度系数的增加系统稳定性随之降低;Ghane等[13]则基于非局部应变梯度理论,采用Timoshenko梁模型对磁场中输流碳纳米管振动特性进行了相关研究,表明小尺度效应弱化了系统刚度。实际上,大量研究小尺度效应的文献均反映出在微米、纳米管道问题中,若忽略小尺度效应的影响可能产生错误的结论[14-15]。碳纳米管在具体应用中常嵌于某一基体中,如纳米医学中的药物输送系统,首先将碳纳米管作为药物输送载体嵌入人体生物组织中,再通过纳米管将药物直接送至靶向细胞,提高药物疗效[16]。对纳米管周边基体的模拟常选用弹性基体或黏弹性基体模型,如模拟上述人体生物组织,一般情况下就采用黏弹性基体模型。Rafiei等[17]基于非局部连续介质理论,研究了黏弹性Kelvin基体上变截面输流单层碳纳米管的振动响应问题,认为在简支或固支边界条件下,增加黏弹性基体的弹性参数和阻尼参数均能提升输流管道的静态稳定性;Dini等[18]则基于Eringen非局部弹性理论,建立了均匀弯曲欧拉-伯努利梁模型,研究了外部磁场作用下,黏弹性Kelvin基体上,输流双壁碳纳米管在简支-简支、固支-固支以及简支-固支3类边界条件下的振动特性,结果表明外部磁场作用能显著提升系统稳定性。

对于悬臂管道这类非保守系统而言,其失稳状态主要表现为颤振失稳,而目前研究中,对作用于悬臂输流纳米管系统的各参数相互之间的影响鲜少提及。本文依据非局部Euler-Bernoulli梁模型,针对轴向磁场作用下嵌入Kelvin-Voigt黏弹性基体中的悬臂输流单层碳纳米管,应用哈密顿原理,拟建立该输流系统的振动控制方程,通过数值计算结果,研究Kelvin-Voigt黏弹性基体、纵向磁场和小尺度效应共同影响时,该悬臂输流碳纳米管系统颤振失稳临界流速以及颤振失稳临界频率的变化规律,并对各参数共同作用时相互间的影响情况做进一步的分析研究。

1　振动控制方程

1.1　振动方程的推导

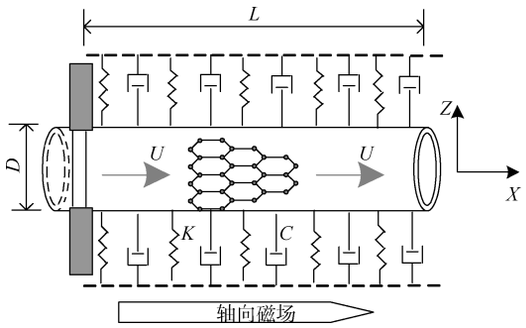
轴向磁场中黏弹性基体上输流悬臂碳纳米管如图1所示。建立坐标系,X为纳米管的轴向坐标,Z为横向坐标,L为碳纳米管长度,D为外径,K为黏弹性基体弹性参数,C为阻尼参数。系统仅发生面内横向小幅振动,不计重力及管道外部拉、压力,管道内部流体的流动为理想流体的定常流动,流速不变记为U。

由Euler-Bernoulli梁应变-位移关系有

$$\varepsilon_{XX}=-Z\frac{\partial^2 W}{\partial X^2},\tag{1}$$

式中:ε_{XX}为X方向的应变;$W(X,t)$为Z向位移。

由非局部弹性理论[18],含有小尺度效应的应力-应变关系为



注:D为外径;L为碳纳米管长度;U为定常流速;K为黏弹性基体弹性参数;C为阻尼系数;Z为横向坐标;X为轴向坐标。

图1　轴向磁场中黏弹性基体上输流悬臂碳纳米管

$$\sigma_{XX} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{XX}}{\partial X^2} = E\varepsilon_{XX}, \tag{2}$$

式中:σ_{XX}为X方向的应力;e_0为材料常数;a为材料内部特征长度;E为纳米管弹性模量。对于碳纳米管而言,碳—碳(C—C)键长一般为0.142 nm[19]。

碳纳米管内部流体作用于纳米管的力(F_f)可表示为[20]

$$F_f = m_f\left(\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2U\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial t} + U^2\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}\right), \tag{3}$$

式中:m_f为单位长度纳米管内部流体的质量,t为时间。

轴向磁场中,由磁场引起的作用于纳米管横向上单位长度的磁场力(F_Z)为[21]

$$F_Z = \eta A H_X^2 \frac{\partial^2 W}{\partial X^2}, \tag{4}$$

式中:η为磁导率,A为管道横截面积,H_X为轴向磁场强度。

Kelvin-Voigt黏弹性基体对纳米管的作用力(F)表示为[17]

$$F = KW + C\frac{\partial W}{\partial t}。 \tag{5}$$

基于上述各式,由黏弹性基体、磁场以及管内流体共同作用于碳纳米管的功(W_{Ext})为

$$W_{\mathrm{Ext}} = \frac{1}{2}\int_0^L -\left(KW + C\frac{\partial W}{\partial t} + F_Z + F_f\right)W\mathrm{d}X。 \tag{6}$$

管道系统的总动能(T)为

$$T = \frac{1}{2}\left(m_c + m_f\right)\int_0^L\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 \mathrm{d}X, \tag{7}$$

式中m_c为单位长度纳米管的质量。

管道系统的应变能(U_p)为

$$U_p = \frac{1}{2}\int_0^L\int_A \varepsilon_{XX}\sigma_{XX}\mathrm{d}A\,\mathrm{d}X。 \tag{8}$$

由弯矩(M)与σ_{XX}的关系式

$$M = \iint \sigma_{XX} Z \mathrm{d}A, \tag{9}$$

应用哈密顿原理

$$\int_{t_1}^{t_2}\delta\left(U_p - T - W_{\mathrm{Ext}}\right)\mathrm{d}t = 0, \tag{10}$$

得系统振动微分方程为

$$EI\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \left(m_f U^2 - \eta A H_X^2\right)\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial t} + KW + C\frac{\partial W}{\partial t} + \left(m_c + m_f\right)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \left(e_0 a\right)^2\left[\left(m_f U^2 - \eta A H_X^2\right)\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 2m_f U\frac{\partial^4 W}{\partial X^3 \partial t} + K\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + C\frac{\partial^3 W}{\partial X^2 \partial t} + \left(m_c + m_f\right)\frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial t^2}\right] = 0, \tag{11}$$

式中I为纳米管横截面对形心轴的惯性矩。

边界条件为:

$$X = 0: W = \frac{\partial W}{\partial X} = 0, \tag{12}$$

$$X = L: EI\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - \left(e_0 a\right)^2\left[\left(m_f U^2 - \eta A H_X^2\right)\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial t} + KW + C\frac{\partial W}{\partial t} + \left(m_c + m_f\right)\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}\right] = 0,$$

$$EI\frac{\partial^3 W}{\partial X^3} - \left(e_0 a\right)^2\left[\left(m_f U^2 - \eta A H_X^2\right)\frac{\partial^3 W}{\partial X^3} + 2m_f U\frac{\partial^3 W}{\partial X^2 \partial t} + K\frac{\partial W}{\partial X} + C\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial t} + \left(m_c + m_f\right)\frac{\partial^3 W}{\partial X \partial t^2}\right] = 0。 \tag{13}$$

1.2　振动方程的求解

引入无量纲变量及参数:

$$w = \frac{W}{L}, x = \frac{X}{L}, \tau = \sqrt{\frac{EI}{m_c + m_f}}\frac{t}{L^2}, \beta = \frac{m_f}{m_c + m_f},$$

$$u = UL\sqrt{\frac{m_f}{EI}}, \mu = \left(\frac{e_0 a}{L}\right)^2, \psi = \eta A H_X^2\frac{L^2}{EI},$$

$$k = K\frac{L^4}{EI}, c = \frac{CL^2}{\sqrt{EI\left(m_c + m_f\right)}},$$

则方程(11)可改写为无量纲方程

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(u^2 - \psi\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2u\sqrt{\beta}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \tau} + kw + c\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} - \mu\left[\left(u^2 - \psi\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2u\sqrt{\beta}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial \tau} + k\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c\frac{\partial^3 w}{\partial^2 x \partial \tau} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \tau^2}\right] = 0。 \tag{14}$$

边界条件式(12)和(13)可改写为:

$$x=0:w=\frac{\partial w}{\partial x}=0, \tag{15}$$

$$x=1:\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\mu\left[\left(u^2-\psi\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2u\sqrt{\beta}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\tau}+kw+c\frac{\partial w}{\partial\tau}+\frac{\partial^2 w}{\partial\tau^2}\right]=0,$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}-\mu\left[\left(u^2-\psi\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}+2u\sqrt{\beta}\,\frac{\partial^3 w}{\partial^2 x\partial\tau}+k\frac{\partial w}{\partial x}+c\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\tau}+\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial\tau^2}\right]=0。 \tag{16}$$

设方程(14)的解为 $w=\varphi(x)\mathrm{e}^{\Omega\tau}$,代入方程(14)有

$$\frac{\mathrm{d}^4\varphi}{\mathrm{d}x^4}+\left(u^2-\psi\right)\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}+\left(2u\sqrt{\beta}\,\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x}+c\varphi\right)\Omega+\left(\Omega^2+k\right)\varphi-\mu\left[\left(u^2-\psi\right)\frac{\mathrm{d}^4\varphi}{\mathrm{d}x^4}+\left(2u\sqrt{\beta}\,\frac{\mathrm{d}^3\varphi}{\mathrm{d}x^3}+c\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}\right)\Omega+\left(\Omega^2+k\right)\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2}\right]=0。 \tag{17}$$

采用微分变换法(differential transformation method,DTM)求解方程(17),DTM应用于纳米级别输流管道系统振动稳定性分析已在文献[15]中得到证实。

则方程(17)的微分变换形式为

$$\left[1-\mu\left(u^2-\psi\right)\right](n+4)!\ \Phi(n+4)-2\mu u\sqrt{\beta}\,\Omega(n+3)!\ \Phi(n+3)+2u\sqrt{\beta}\,\Omega(n+1)!\ \Phi(n+1)+\left[\left(u^2-\psi\right)-\mu\left(\Omega^2+k+c\Omega\right)\right](n+2)!\ \Phi(n+2)+\left(\Omega^2+k+c\Omega\right)n!\ \Phi(n)=0, \tag{18}$$

式中:$\Phi(n)$为待求函数$\varphi(x)$的变换函数;n=4,5,…,N。

边界条件的微分变换形式为:

$$\Phi(0)=\Phi(1)=0, \tag{19}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[1-\mu\left(u^2-\psi\right)\right]n(n-1)-2\mu u\sqrt{\beta}\,\Omega n-\mu\left(\Omega^2+k+c\Omega\right)\right\}\Phi(n)=0,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[1-\mu\left(u^2-\psi\right)\right]n(n-1)(n-2)-2\mu u\sqrt{\beta}\,\Omega n(n-1)-\mu\left(\Omega^2+k+c\Omega\right)n\right\}\Phi(n)=0。 \tag{20}$$

令 $\Phi(2)=C_1$, $\Phi(3)=C_2$,并与式(19)一起代入式(18),迭代求得 $\Phi(n)$。

将求得的 $\Phi(n)$,n=0,1,2,…,N代入式(20),可得以下方程

$$\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}C_1\\ C_2\end{Bmatrix}=0。 \tag{21}$$

令式(21)系数矩阵行列式为0,即可获得输流碳纳米管系统无量纲复频率 Ω,其中虚部 Im(Ω)是系统的无量纲频率,而实部 Re(Ω)与阻尼相关。研究表明,在 Re(Ω)=0,Im(Ω)≠0时,悬臂管道系统即出现动态颤振失稳,此时流速称为系统颤振失稳的临界流速 u_{cr},而相应的频率即为颤振失稳临界频率[18]。

2　数值计算结果分析

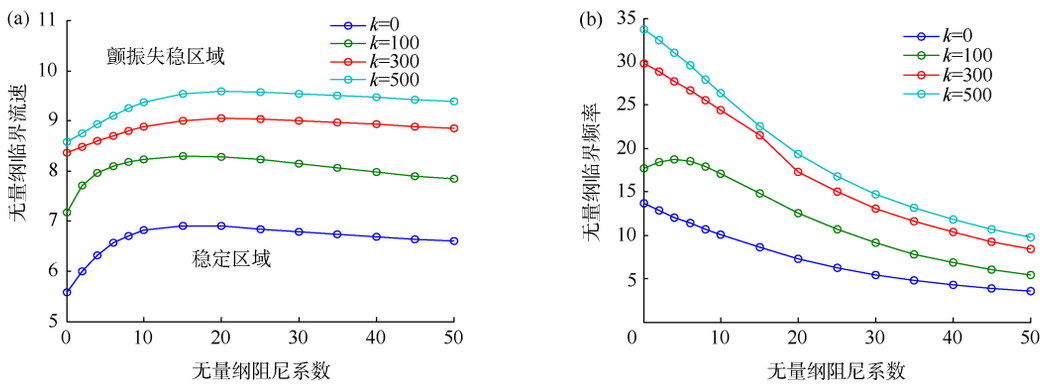
本文采用的分析参数为[15]:管内流体的密度 ρ_{f}=1 000 kg/m^3,碳纳米管密度 ρ_{c}=2 300 kg/m^3,其外层半径 R_0=3.0 nm,壁厚 t_d=0.1 nm,弹性模量 E=3.4 TPa,泊松比 ν=0.3。振动中为不计剪切变形与转动惯量,长径比取 $L/2R_0$=40,磁导率 $\eta=4\pi\times10^{-7}$,其余参数选择在算例中将给与说明。DTM算法基于Taylor级数展开导出,其收敛特性在文献中给出了相应验证[15],本文基于此选取截断项数(迭代次数)N=60,以确保各数值解足够精确。

具有不同无量纲弹性系数(k)的黏弹性基体,低质量比下,其无量纲阻尼系数(c)对悬臂输流碳纳米管无量纲颤振失稳临界流速与临界频率的影响,如图2所示。其中外加轴向磁场强度 H_X=0,小尺度系数 μ=0,质量比 β=0.20。黏弹性基 k 的增加提高了系统的颤振失稳临界流速,即提升了系统的动态稳定性,意味着黏弹性基的弹性参数能提高系统的刚度。当 c 较小时(如 $c\leqslant10$),系统的动态稳定性将随着 c 的增加得以提升,但随着 c 的不断增大,这一提升效果逐渐减弱且最终呈现微幅下降的趋势。尽管有个别情况存在少许差异,但就整体趋势而言,不同 k 下,c 的提高,系统颤振失稳临界频率逐渐下降。

不同 k 下,增大 β,高质量比下,黏弹性基阻尼系数对系统无量纲颤振失稳临界流速与临界频率的影响,如图3所示。其中 H_X=0,μ=0,β=0.50。黏弹性基 k 的增加可以增加系统刚度,进而提升系统的动态稳定性,但 c 的增加却降低了系统颤振失稳临界流速,即降低了系统动态稳定性。与低质量比下无量纲临界流速结果相比,高质量比下得到的不同结论意味着 c 对系统颤振失稳的影响与系统的 β 相关。这一现象产生的原因在于:悬臂输流管道发生

颤振失稳主要由管道内流体对管道所做的负功、管道储存的应变能,以及管道外部基体的阻尼耗能3个因素共同决定,而非仅由其中某一因素决定。高质量比下无量纲临界频率结果与低质量比下的结论相同,这里不再赘述。

无轴向磁场作用且不计小尺度效应时,即H_X=0,μ=0,不同弹性系数下黏弹性基对系统无量纲颤振失稳临界流速的影响,如图4所示。相比以上所得结论,这更进一步表明,黏弹性基对系统动态稳定性的影响与β存在相关性。对于某一固定的k,当



注:k为弹性系数。

图2　不同条件下低质量比下黏弹性基无量纲阻尼系数与系统颤振失稳的关系

(a)无量纲临界流速;(b)无量纲临界频率

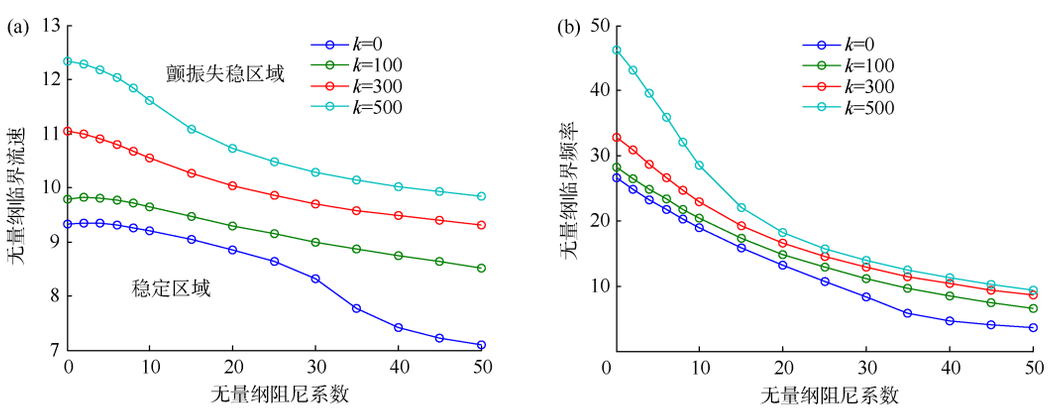
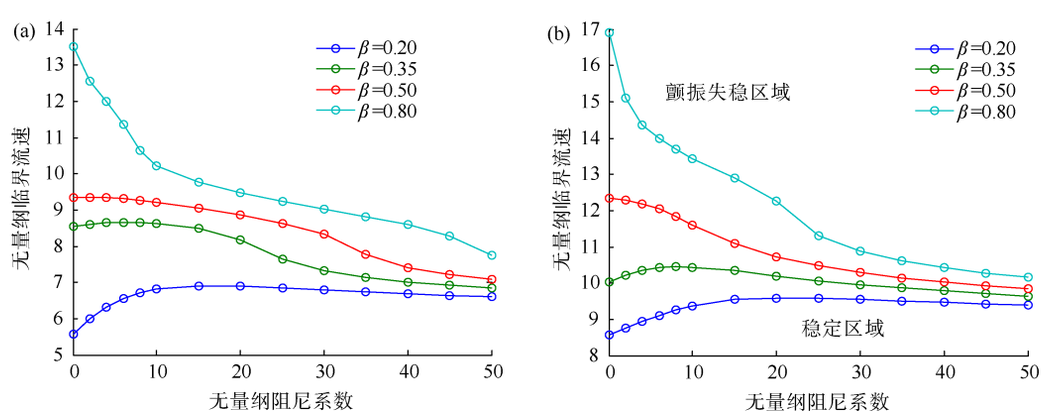


图3　不同条件下高质量比下黏弹性基阻尼系数与系统颤振失稳的关系

(a)无量纲临界流速;(b)无量纲临界频率



注:β为质量比。

图4　不同弹性系数下黏弹性基阻尼系数与系统颤振失稳无量纲临界流速的关系

(a)k=0;(b)k=500

β处于较低数值时,系统颤振失稳临界流速随着黏弹性基c的增加先增加后逐渐趋于微幅降低;但当β超过某一数值后(β>0.35),黏弹性基c的增加则直接降低了系统的临界流速,且β越大,开始阶段临界流速的降低趋势越显著。上述二者影响规律的转变所对应的β数值则与黏弹性基的k有关。

不考虑小尺度效应时,即μ=0,轴向磁场作用下黏弹性基对系统无量纲颤振失稳临界流速与临界频率的影响如图 5 所示。其中H_X=5×10^7 A/m,β=0.20。与图 2 相比,此处有无外加轴向磁场作用,黏弹性基对系统颤振失稳的影响规律相同;但轴向磁场的作用提高了系统颤振失稳临界流速,即提升了系统的动态稳定性。进一步比较不同k下,磁场对系统稳定性的提升效果,可以得到不同k下磁场对系统动态稳定性的提升作用并不相同,k越小,磁场的提升作用越明显。

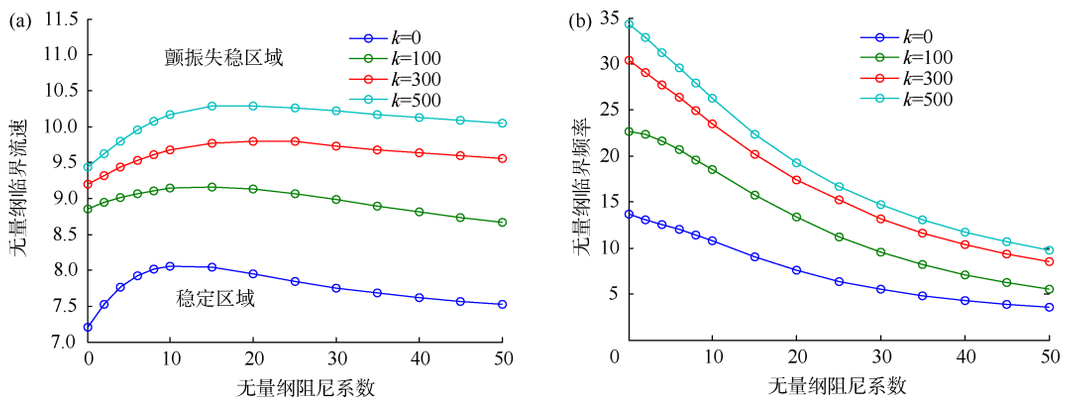


图 5　轴向磁场作用下黏弹性基阻尼系数与系统颤振失稳的关系

(a)无量纲临界流速;(b)无量纲临界频率

不计轴向磁场作用,即H_X=0,考虑纳米管小尺度效应下,黏弹性基对系统无量纲颤振失稳临界流速与临界频率的影响,如图 6 所示。其中μ=0.1,β=0.20。悬臂输流碳纳米管系统考虑小尺度效应时,尽管黏弹性基对系统颤振失稳的影响效果相同,但小尺度效应明显降低了系统的动态稳定性,这也意味着纳微尺度下的输流管道系统更易发生管道失稳现象,这一结论与现有相关文献所得结论相同。

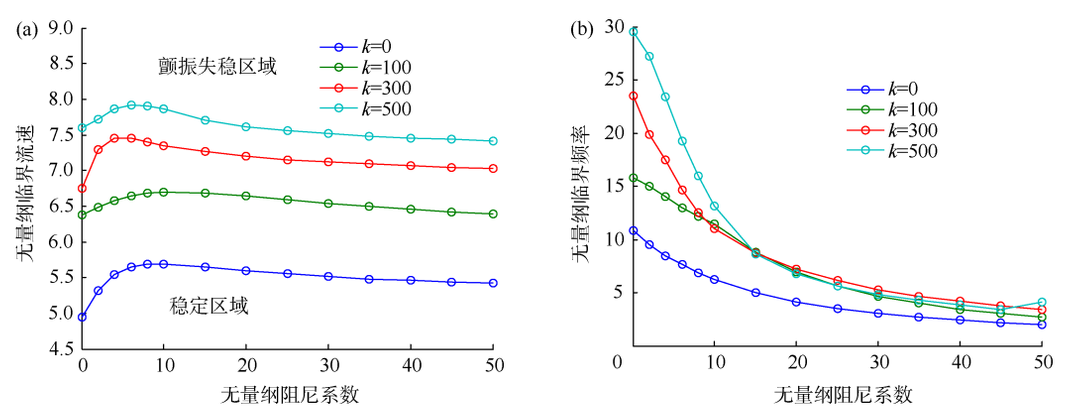
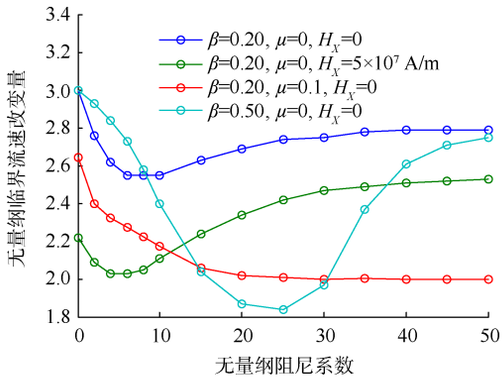


图 6　小尺度效应下黏弹性基阻尼系数与系统颤振失稳的关系

(a)无量纲临界流速;(b)无量纲临界频率

针对上述 4 种条件,着重比较黏弹性基k由 0 增加到 500,即Δk=500 时,无量纲颤振失稳临界流速的增加值(Δu_{cr})与c的变化关系,如图 7 所示。4 种情况下,随着c增大,Δu_{cr}均具有先减小后增大的趋势,意味着k对系统稳定性的提升与c存在一定的联系,不同情况下,这一提升程度随c的增加存在一个最低提升量。另外,外加轴向磁场将降低k对系统动态稳定性的提升能力,外加轴向磁场与k虽均能增强系统刚度,但二者共同作用时对刚度的提升效果并未呈现“协力效应”,而是相互降低了对方提升效果。



注:μ为小尺度系数;H_X为轴向磁场强度。

图7　黏弹性基阻尼系数与无量纲临界流速改变量的关系

3　结　论

本文采用非局部Euler-Bernoulli梁模型,基于哈密顿原理建立了悬臂输流碳纳米管系统振动方程,将DTM应用于求解该纳米振动方程,研究了系统不同质量比的情况下,轴向磁场、小尺度效应与黏弹性基体共同影响时,悬臂输流单层碳纳米管的颤振失稳定性问题,黏弹性基体采用Kelvin-Voigt黏弹性模型。研究结果表明:随着磁场及黏弹性基体弹性系数的增加,系统的动态稳定性提升;而小尺度系数的增加将降低系统稳定性,即微纳管道系统更易产生颤振失稳;黏弹性基体阻尼系数对系统动态稳定性的影响与系统质量比有关。进一步研究磁场、小尺度系数和黏弹性基体的共同作用可以表明:较强的磁场强度与较大的弹性系数虽均可以明显提高系统刚度,但二者共同作用时对系统刚度的提升并未呈现出“协力效应”,而是各自提升效果均有所减弱。另外,黏弹性基阻尼系数的变化使弹性系数对系统稳定性的提升存在一个最低提升量。在实际应用中,为提高黏弹性基体中悬臂输流纳米管道的动态稳定性,可外加轴向磁场并适当选择弹性系数大的基体,但基体阻尼系数的选取却与实际输送系统的质量比有关。

参 考 文 献

[1] SARPARAST H, ALIBEIGLOO A, KESARI S S, et al. Size-dependent dynamical analysis of spinning nanotubes conveying magnetic nanoflow considering surface and environmental effects [J]. Applied Mathematical Modelling, 2022, 108(3): 92-121.

[2] GHANE M, SAIDI A R, BAHAADINI R. Vibration of fluid-conveying nanotubes subjected to magnetic field based on the thin-walled Timoshenko beam theory [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 80(11): 65-83.

[3] LYU Z, YANG Y W, LIU H. High-accuracy hull iteration method for uncertainty propagation in fluid-conveying carbon nanotube system under multi-physical fields [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 79(10): 362-380.

[4] WANG Y, BIAN L, GAO M. A non-local modeling for the influence of fluid forces on vibration characteristics of carbon nanotubes [J]. Materials Science and Engineering B, 2021, 272(10): 1-10.

[5] LIU H, LYU Z. Vibration and instability analysis of flow-conveying carbon nanotubes in the presence of material uncertainties [J]. Physica A (Statistical Mechanics and its Applications), 2018, 511(12): 85-103.

[6] SADEGHI G M, JEON S, KWON H J. Fluid structure interaction of cantilever micro and nanotubes conveying magnetic fluid with small size effects under a transverse magnetic field [J]. Journal of Fluids and Structures, 2020, 94(4): 102951.

[7] WANG Y, BIAN L, GAO M. A non-local modeling for the influence of fluid forces on vibration characteristics of carbon nanotubes [J]. Materials Science and Engineering B, 2021, 272(10): 115348.

[8] YOON J, RU C Q, MIODUCHOWSKI A. Vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid [J]. Composites Science and Technology, 2005, 65(9): 1326-1336.

[9] KE L L, WANG Y S, WANG Z D. Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal theory [J]. Composite Structures, 2012, 94(6): 2038-2047.

[10] 贺璞,邓庆田,李新波.力-热-磁耦合场中碳纳米管振动问题研究[J].首都师范大学学报(自然科学版),2021,42(6):23-28+88.

[11] LIU H C, LI B H, LIU Y S. The inconsistency of nonlocal effect on carbon nanotube conveying fluid and a proposed solution based on local/nonlocal model [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2019, 78(8): 103837.

[12] BAHAADINI R, HOSSEINI M. Effects of nonlocal elasticity and slip condition on vibration and stability analysis of viscoelastic cantilever carbon nanotubes conveying fluid [J]. Computational Materials Science, 2016, 114(3): 151-159.

[13] GHANE M, SAIDI A R, BAHAADINI R. Vibration of fluid-conveying nanotubes subjected to magnetic field based on the thin-walled Timoshenko beam theory [J].

Applied Mathematical Modelling,2020,80(4):65-83.

[14] SADEGHI G M, JEON S, KWON H J. Flutter instability of cantilevered carbon nanotubes caused by magnetic fluid flow subjected to a longitudinal magnetic field [J]. Physica E (Low-dimensional Systems and Nanostructures),2018,98(4):184-190.

[15] 李明,吕刘飞,郑华升,等.磁场对不同温度场中输流悬臂碳纳米管颤振稳定性的影响[J].固体力学学报,2021,42(1):87-93.

[16] ZHU B, CHEN X C, DONG Y H, et al. Stability analysis of cantilever carbon nanotubes subjected to partially distributed tangential force and viscoelastic foundation[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 73(8):190-209.

[17] RAFIEI M, MOHEBPOUR S R, DANESHMAND F. Small-scale effect on the vibration of non-uniform carbon nanotubes conveying fluid and embedded in viscoelastic medium [J]. Physica E (Low-dimensional Systems and Nanostructures),2012,44(7/8):1372-1379.

[18] DINI A, ABBAS Z B M, SHARIATI M. Effects of van der Waals forces on hygro-thermal vibration and stability of fluid-conveying curved double-walled carbon nanotubes subjected to external magnetic field [J]. Physica E (Low-dimensional Systems and Nanostructures),2019,106(2):156-169.

[19] ERINGEN A C. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocations and surface waves [J]. Journal of Applied Physics, 1983, 54(9): 4703-4710.

[20] WANG L, NI Q. A reappraisal of the computational modelling of carbon nanotubes conveying viscous fluid [J]. Mechanics Research Communications, 2009, 36(7):833-837.

[21] ARANI A G, ROUDBARIA M A, AMIR S. Longitudinal magnetic field effect on wave propagation of fluid-conveyed SWCNT using Knudsen number and surface considerations [J]. Applied Mathematical Modelling,2016,40(3):2025-2038.

(责任编辑:兰丽丽)