DOI:10.19789/j.1004-9398.2016.02.008



# 金属缝中磁性散射点造成的光学 Fano 共振的高阶修正

高 琪 宋立鹏

(首都师范大学物理系,北京 100048)

**摘 要**

近期的理论研究表明,金属缝/磁散射子系统中的光学透射法诺共振可应用于超灵敏传感器,并且具有良好的品质. 但是这一研究仅考虑了入射的基模与一阶本征模的耦合. 为了得到更加精确的结果,本文研究了高阶本征模的影响. 理论计算表明,此时将有新的共振峰出现,而原本的共振峰会发生细微红移.

**关键词:** Fano 共振,二维波导,delta 散射子,开口谐振柱面(SCR),高阶修正.

**中图分类号:** O436

## 0 引 言

Fano 共振是一种普遍的波动现象,它的特征是其非对称的共振峰,而物理机制则是系统中分立态与连续态的耦合. 这一非对称共振峰的发现,最早可以追溯到 1902 年 Wood 的研究工作[1]. 他研究了光学反射光栅在不同波长入射光照射下的光谱,观察到了明显的亮带和暗带,并且令他震惊的是,在某些特定入射条件下,谱线亮度由最亮变到最暗对应的波长变化竟然不大于钠黄光双线波长差. 这便是 Fano 共振典型的非对称共振峰,即在共振峰附近伴随有一个明显的低谷. 1931 年 Ettore Majorana 在研究分子键中交换相互作用[2] 和原子光谱中双电子激发衰减[3] 时也曾对这种非对称共振峰进行分析,但是由于当时量子力学尚未完全建立,因此并未得到令人满意的结论. 之后的 1935 年 H. Butler 在研究氦原子电离极限之上的紫外吸收光谱时[4],得到了一幅新奇的非对称谱线,尽管 Butler 本人并未给出清楚的解释,但这一新奇的谱线却引起了 Ugo Fano 的兴趣,他应用量子力学的理论对其进行了定性的分析[5]. 但在当时,这一工作并未引起其它领域中的物理学家包括 Fano 本人的关注,而只是把它当做量子力学在原子物理中的一个简单应用. 直到 1961 年,Fano 在一篇进一步深入当年工作的文章中[6],用严格的理论推导完美的拟合了氦原子 2s2p1P 态电子非弹性散射共振峰的实验数据. 并得到了著名的 Fano 公式. 而这一非对称的谱型也在之后被命名为 Fano 线型,而这种分立态与连续态的耦合共振则被称为 Fano 共振.

帮助理解 Fano 共振的一个直观的例子是经典力学中的耦合谐振子模型[7]. 从这一事例中也可看出 Fano 共振的普遍性. 总之 Fano 共振具有广泛的应用价值,如在纳米结构[8]、生物传感器[9]、等离子体激光、近场成像、高质量光学波导等方面的应用[10]. 光波导/磁散射子结构也是一个直观理解 Fano 共振的模型[11],同时其作为传感器也具有良好的品质. 在这一模型中,为了简化分析,考虑金属为理想金属,那么只有特定模式的电磁波(本征模)可以传播. 作为入射波的某一本征模被磁散射子散射后会产生其它本征模. 这些本征模与入射波经由散射子耦合,将发生 Fano 共振,影响入射波的透射率. 其中的理论处理采取了 delta 型散射子近似,这可以看做一种理论模型,在其它系统中也有采用[7]. 文献 11 具体分析了这一结构中产生 Fano 共振的物理机制,并进行了初步的计算,得到了透射率关于频率非对称的共振峰[11]. 但在他们的计算中只考虑了作为入射波的基模与其最邻近的本征模耦合的情形,而忽略了其它本征模对入射波的影响. 这显得有些粗糙,其它本征模对结果的影响并不清楚,本文对此进行了更加细致的计算与讨论.

**收稿日期:** 2015-01-04



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

## 1　结构模型与理论计算

下面简要回顾一下文献 11 的数学推导并进行适当变形以便本文论述的需要.

考虑如图 1 所示二维理想金属波导\磁性散射子结构,其中各结构参数如图所示: 波导缝宽为 $L$,介质相对介电常数与相对磁导率分别为 $\varepsilon_r$、$\mu_r$,矩形散射子长度为 $a$ 宽度 $b$,中心位置为 $x_c$,它与波导中介质具有相同的相对介电常数,不同的相对磁导率 $\mu_s$.

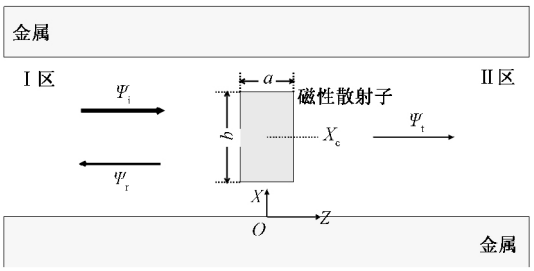



图 1　波导/磁散射子结构示意图

对于只有波导存在的情况,根据一般的波导理论,只有特定模式的电磁波(本征模)可以在其中传播,而某一频率 $\omega$ 下磁场分量的一般形式为:

$$H_n(x,y,z) = \left(\hat{x}A_n\sin\frac{n\pi x}{L} + \hat{y}B_n\cos\frac{n\pi x}{L} + \hat{z}A_n\frac{i\pi x}{k_zL}\cos\frac{n\pi x}{L}\right)e^{i(k_zz-\omega t)} \tag{1}$$

$$k_z^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\omega^2 \tag{2}$$

其中 $n = 0,1,2,3\cdots$,而 $\varepsilon_0$、$\mu_0$ 分别为真空中介电常数与磁导率. 由式(2)可以看出,当 $n$ 满足:

$(n\pi/L)^2 < \varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\omega^2$ 时,波矢 $k_z$ 为一实数,此时 $H_n$ 为行波,

$(n\pi/L)^2 > \varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\omega^2$ 时,波矢 $k_z$ 为一虚数,此时 $H_n$ 为倏逝波.

因此当频率范围限制在 $[n-1)\pi/L]^2 < \varepsilon_0\mu_0\varepsilon_r\mu_r\omega^2 < (n\pi/L)^2$ 时,只有 $H_{0,1,2,\cdots,n-1}$ 为行波,而 $H_{n,n+1,n+2,\cdots}$ 均为倏逝波. 定义这一频率范围为第 $n$ 频率窗口. 于是 $H_n$ 在第 $n+1$、$n+2$、$n+3\cdots$ 频率窗口为行波,在第 1、2、$\cdots$、$n$ 频率窗口为倏逝波,特别的 $H_0$ 在所有频率窗口均为行波.

下面考虑行波 $H_s$ 入射的情况(此时频率范围应限制在第 $s$ 以上的频率窗口中),并记及散射子的存在与影响,此时将激发出 $H_{n\neq s}$ 的其它本征模式的行波或倏逝波,并改变 $H_s$ 的透射率. 这里以不同频率入射的行波 $H_s$ 可以看作体系的连续态,而由散射子散射出的其它本征模式 $H_{n\neq s}$ 可以看作体系的分立态. 它们经由散射子耦合,因此系统将发生 Fano 共振,具体表现为 $H_s$ 透射率随频率改变将呈现非对称的共振峰.

对于不同本征模式的行波同时入射的情况,因为电磁波是线性叠加的,所以它们彼此的透射率并不互相影响,因此这种情况很容易从单一本征模入射的情况推广得到.

下面计算 $H_s$ 透射率的具体形式.

计算严格的解析解较为困难,因此还需对模型做一定近似. 考虑波导中介质与散射子均为各向同性介质,相对磁导率分别为 $\mu_r$、$\mu_s$,则区域内磁导率可以写为坐标的函数:

$$\mu(x,y) = \mu_0[\mu_r + \mu_s f(x)g(z)] \tag{3}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & |x-x_c| \leqslant \dfrac{b}{2} \\ 0, & |x-x_c| > \dfrac{b}{2} \end{cases} \tag{4}$$

$$g(z) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant \dfrac{a}{2} \\ 0, & |x| > \dfrac{a}{2} \end{cases} \tag{5}$$

当散射子足够狭窄时($a \ll \lambda$),$g(z)$ 可以近似看做 $\delta$ 函数,只要保证 $\mu$ 在 0 到 $a$ 范围内的积分为定值,有:

$$g(z) = a\delta(z) \tag{6}$$

此时有限大散射子被近似成为一个 $\delta$ 散射子.

接下来考虑入射波 $H_s$ 为 TM 波这种较为简单的情形,这时只取(1)式中 $H_n$ 沿 y 轴的分量,并且为了简便假定其振幅为 1. 于是各散射波也应为 TM 波. 总的磁场强度为各本征模的叠加,考虑到在区域Ⅰ中应该存在入射波和反射波,而在区域Ⅱ应只有透射波,并且在无穷远处磁场强度应为有限值,略去相同的时间因子,得到Ⅰ、Ⅱ区域内磁场强度分别为:

$$H^1(x,y,z) = \hat{y}\left(\cos\frac{s\pi x}{L}e^{ik_{sz}z} + \sum_{n=0}^{\infty}A_n\cos\frac{n\pi x}{L}e^{-ik_{nz}z}\right) \tag{7}$$

$$H^2(x,y,z) = \hat{y}\sum_{n=0}^{\infty}B_n\cos\frac{n\pi x}{L}e^{ik_{nz}z} \tag{8}$$

其中:

$$k_{nz} = \sqrt{\varepsilon\mu\omega^2 - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \tag{9}$$

而 $A_{n=s}$ 和 $B_{n=s}$ 分别为反射波与透射波的振幅,$A_{n\neq s}$ 和 $B_{n\neq s}$ 分别为Ⅰ区和Ⅱ区中各散射波的振



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

幅. 由于上面引入的近似忽略了散射子的长度，因此Ⅰ、Ⅱ区域可以看作彼此相连. 此时可以利用磁场在 $z = 0$ 处的连续条件 $\boldsymbol{H}^1(x,y,0) = \boldsymbol{H}^2(x,y,0)$，并注意到 $\cos(n\pi x/L)$ 前的系数应该对应相等，便得到关系:

$$A_n + \delta_{ns} = B_n \tag{10}$$

其中 $\delta_{ns}$ 为克罗内克符号，当 $s = n$ 时为 1，当 $s \neq n$ 时为 0. 散射子的 $\delta$ 函数近似还将导致 $\boldsymbol{H}$ 在 $z = 0$ 处对 z 的偏导数不连续. 利用这一条件，在 z 等于 0 - 到 0 + 很小的区域内对亥姆霍兹方程 $(\nabla^2 + \varepsilon\mu\omega^2)\boldsymbol{H} = 0$ 进行积分，得到:

$$\partial_z \boldsymbol{H}\mid_{z=0+} - \partial_z \boldsymbol{H}\mid_{z=0-} = -f(x)\, a\varepsilon\mu_0\mu_s\omega^2 \boldsymbol{H}\mid_{z=0} \tag{11}$$

将(7)、(8)两式代入(11)式得到:

$$\sum_{n=0}^{\infty} i k_{nz}(B_n + A_n - \delta_{ns})\cos\frac{n\pi x}{L} = -f(x)\, a\varepsilon\mu_0\mu_s\omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos\frac{n\pi x}{L} \tag{12}$$

最后利用余弦函数的正交关系，用 $\frac{\sqrt{\alpha_m\alpha_n}}{L}\int_0^L dx\cos\frac{m\pi x}{L}$ 左乘上式两端并进行积分，其中 $\alpha_0 = 1$、$\alpha_{1,2,3,\cdots} = 2$，是为了计算方便所引入的归一化因子，得到:

$$i k_{mz}(B_m + A_m - \delta_{ms}) = -a\varepsilon\mu_0\mu_s\omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn} B_n \tag{13}$$

其中:

$$\begin{aligned} f_{mn} &= \frac{\sqrt{\alpha_m\alpha_n}}{L}\int_0^L dx\cos\frac{m\pi x}{L} f(x)\cos\frac{n\pi x}{L} \\ &= \sqrt{\alpha_m\alpha_n}\left[\frac{1}{(m+n)\pi}\sin\frac{(m+n)\pi b}{2L}\cos\left[\frac{(m+n)\pi x_c}{L}\right] + \frac{1}{(m-n)\pi}\sin\frac{(m-n)\pi b}{2L}\cdot\cos\frac{(m-n)\pi x_c}{L}\right] \end{aligned} \tag{14}$$

为耦合系数. 再将(10)式代入(13)式最后得到:

$$2i k_{mz}(B_m - \delta_{ms}) = -a\varepsilon\mu_0\mu_s\omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn} B_n \tag{15}$$

此式给出了入射波与散射波耦合的一般关系. 由于之前假定入射振幅为 1，因此透射率就等于透射振幅的模平方: $T_s = |B_s|^2$.

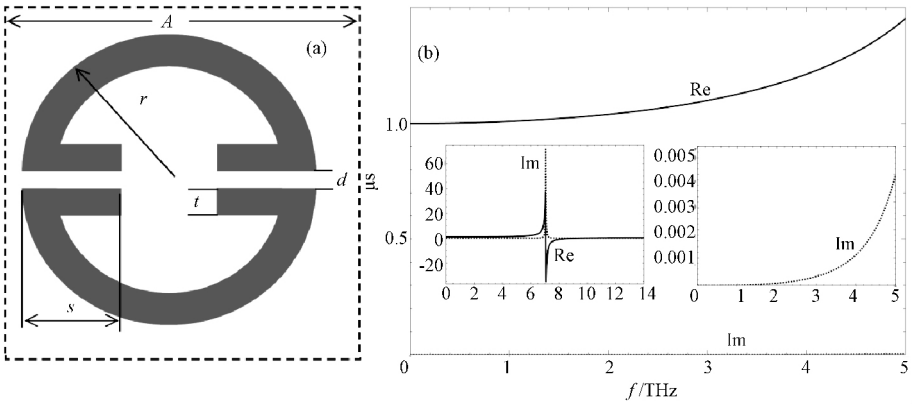



图 2　超材料磁散射子的结构单元(a)及其磁导率对于入射频率的响应(b)

接下来还需给出散射子的具体形式. 文献 11 中引入了开口谐振柱面(SCR)结构[12]. 根据 Pendry 的理论，这一结构的磁导率作为频率的函数具有严格的解析解. 图 2(a)中给出了某一元胞中 SCR 结构的截面图，各结构参数如图所示. 在匀强磁场照射下，这一结构具有等效磁导率[13]:

$$\mu_s = 1 + \frac{f\omega^2}{\omega_m^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \tag{16}$$

其中:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{1}{(L_i + L_g)C}} \tag{17}$$

$$f = \frac{L_g\pi r^2/A^2}{(L_i + L_g)} \tag{18}$$

$$\Gamma = \frac{L_i\gamma}{L_i + L_g} \tag{19}$$

这里 $C = \varepsilon_0\varepsilon_r s/2d$ 为电容率，$L_i = \mu_0\pi r^2$ 为结构形状引起的电感，$L_g = 2\pi r/(\varepsilon_0 t\omega_p^2)$ 为考虑电子质量后所谓的惯性电感(inertial inductance)，$\omega_p$ 为等离子体频率，$r$ 为阻尼系数.



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

因为(16)式只适用于匀强磁场. 因此还需考察入射波波长与散射子元胞线度 $A$ 的关系. 文献 11 选择的入射波频率限制在第 1 频率窗口,其最小波长为 $2L$. 因此当散射子元胞线度远小于入射波波长,即 $A \ll 2L$ 时,每个元胞中的磁场可近似看作匀强磁场,此时(16)式适用. 基于以上考虑最后参数选择如下: 波导宽度为: $L = 150\ \mu m$; 散射子元胞各结构参数为: $A = 5\ \mu m$, $s = 0.4\ \mu m$, $r = 1.899\ \mu m$, $d = t = 0.05\ \mu m$. 并且令散射子元胞在纵向与横向重复的个数分别为: 15,24,即 $a = 15A = 75\ \mu m$, $b = 24A = 120\ \mu m$,元胞总个数为 360. 最后考虑开口谐振柱面是由银构成的,有: $\gamma = 0.018\ eV/h$, $\omega_p = 9.013\ eV/h$.

## 2　高阶修正的研究与讨论

下面具体计算透射率. 当从某一高阶项截断时,(15)式由无穷元方程组变成有限元的方程组. 文献 11 的做法即是如此,但仅考虑了入射波 $H_0$ 与散射波 $H_1$ 的耦合,而忽略了其它本征模的影响. 他们计算了散射子中心位置 $x_c$ ($\mu m$) 分别取不同值 75,76,80,85,90 时的透射率. 除 $x_c = 75\ \mu m$ 的情形,均得到了 Fano 共振非对称的共振峰. 并且,当 $x_c = 76\ \mu m$ 时,共振峰十分尖锐,具有较好的应用价值,因此下文主要分析这种情况下高阶项对透射率的影响. 至于 $x_c = 75\ \mu m$ 这一特殊情况也会在其中进行讨论.

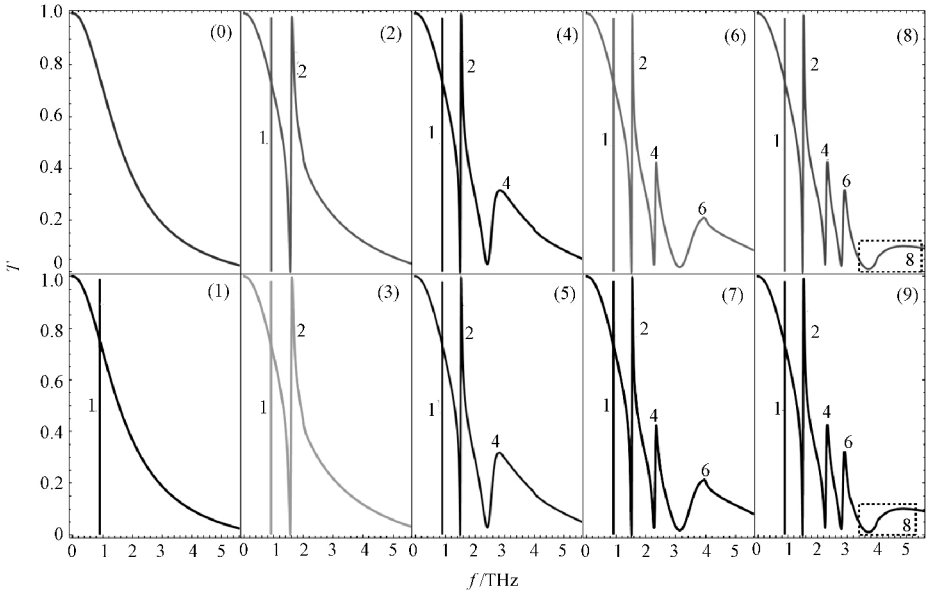



图 3　各阶近似下 $H_0$ 的透射率. (数字编号对应近似的阶数. 共振峰编号对应导致共振峰出现所耦合的本征模.)

当 $x_c = 76\ \mu m$ 时,考虑前 $n+1$ 项 $H_0$、$H_1$、…、$H_n$ 间的耦合,$n$ 最高到 9,计算结果如图 3. 图中数字编号(0) ~ (9) 分别对应计算的阶数. 0 阶,既只考虑 $H_0$ 而忽略所有其他本征模的影响,由于不存在耦合,此时不发生 Fano 共振. 1 阶时只考虑了 $H_1$ 的影响,此时 $H_0$ 与 $H_1$ 间存在耦合,发生 Fano 共振,于是得到非对称的共振峰,这是文献 11 的计算结果. 继续计算表明,每当计算到某一偶数阶本征模时,将出现一个新的共振峰,如图 3 中第一行编号为偶数的诸图; 而计算到某一奇数阶本征模时,则不出现新的共振峰,如图 3 对比每列中上下两图. 总之计入高阶项后会在更高频率依次出现新的共振峰,这些新的共振峰主要是由相应的偶数阶本征模贡献的,图 3 中每个共振峰的编号对应相应的本征模. 同时,随着更高阶项的计入,各共振峰的宽度均在不同程度上变窄了,峰位与谷位也都产生了不同程度的红移,好像新出现的共振峰把前面的共振峰给“挤”到了一起. 而依次出现的这些新峰,他们的强度也逐渐减弱.

新峰强度的衰减是由于体系散射子的虚部不为零. 如图 2(b),其在 1 THz ~ 2 THz 频率范围附近大约是 $10^{-5}$ 数量级,在第 3 THz ~ 5 THz 峰频率范围附近大约是 $10^{-3}$ 数量级. 尽管在这两段范围中虚部绝对值都很小,但数量级相差 100 倍,因此散射子由于虚部不为零产生的吸收作用便显现出来,共振峰的强度受到影响. 当只考虑磁导率实部时,得到的各个非对称共振峰强度一如第 1,2 两峰一样,其峰值趋于 1,谷值趋于 0,而共振峰位置基本没有变化.



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

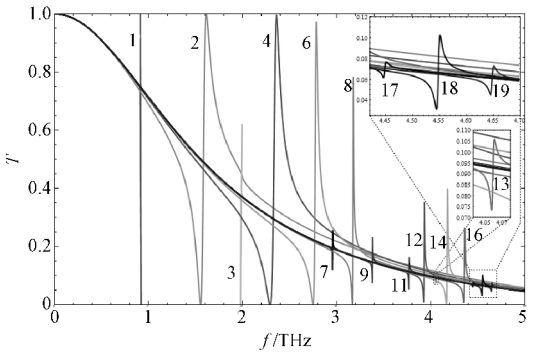



图4 $H_n$ 与$H_0$ 单独耦合时的透射率

高阶修正中仅有偶数阶本征模产生新的共振峰则是体系对称性与各高阶本征模间互相耦合导致的结果. 为了说明这一点,图4 给出了仅考虑某一高阶项 $H_n$ 与$H_0$ 单独耦合的计算结果,其中 $n = 1 \sim 19$. 在这一定性计算中,除 $n = 5$、10、15 外,其它不论奇数阶本征模$H_{odd}$ 还是偶数阶本征模$H_{even}$,每一高阶项均会与$H_0$ 耦合并发生法诺共振,得到非对称的共振峰. 其中$n = 5$、10、15 这三种特殊情况是由于参数选择恰好使得,当 $n$ 为 5 的正整数倍时耦合系数$f_{n0} = f_{0n} = 0$,此时$H_n$ 与$H_0$ 间不存在耦合,因此不发生 Fano 共振. 还注意到 $H_{odd}$ 较之$H_{even}$,它们与$H_0$ 耦合的共振峰明显较为尖锐. 连同之前提到的当 $x_c = 75$ 时,$H_1$ 耦合$H_0$ 不发生法诺共振. 这些结果均可以从波导/散射子结构与各本征模的对称性上找出原因. 由于选定的入射波$H_0$ 与各高阶散射波$H_n$ 均为沿 y 轴方向偏振的 TM 波,它们各自振幅的空间分布正比于 $\cos(n\pi x/L)$. 即相对于波导的对称平面 $x = L/2$,$H_{even}$ 具有偶宇称,$H_{odd}$ 具有奇宇称. 而当 $x_c = 75\ \mu m = L/2$ 时,散射子处于波导正中间的位置,此时波导/散射子结构是平面对称的,再加上具有确定宇称的入射波,总的体系具有与入射波相同的宇称. 因此即使在入射波被散射子散射后,体系宇称应当保持不变,既散射波只能具有与入射波相同的宇称. 而此时也只有与入射波宇称相同的本征模间存在耦合. 所以 $H_0$ 与$H_1$ 间不存在耦合不发生 Fano 共振. 具体计算的结果与上面分析的结论一致,对于入射波 $H_s$ 与散射波$H_n$: 当 $s$ 与 $n$ 具有不同的奇偶性时耦合系数$f_{ns} = f_{sn} = 0$,此时$H_s$ 与$H_n$ 间不存在耦合,因此不发生 Fano 共振; 当 $s$ 与 $n$ 具有相同的奇偶性时耦合系数$f_{ns} = f_{sn} \neq 0$,此时$H_s$ 与$H_n$ 间存在耦合,将发生 Fano 共振. 而 $x_c = 76\ \mu m$ 时,散射子稍微偏离平衡位置导致体系不具有确定对称性,此时自然会存在$H_0$ 与奇数阶本征模的耦合,但是由于它们具有不同的宇称,因此耦合的强度比较小,耦合的影响也只在很小的频率范围内才表现出来,因此共振峰十分尖锐,而偶数阶的情况则正好与之相反. 以上讨论的是某一高阶项$H_n$ 与$H_0$ 单独耦合的结果,再考虑到不同本征模间相互耦合的影响,从结果上来看,这导致了高阶近似中奇数阶本征模对$H_0$ 的影响进一步减弱并最终消失.

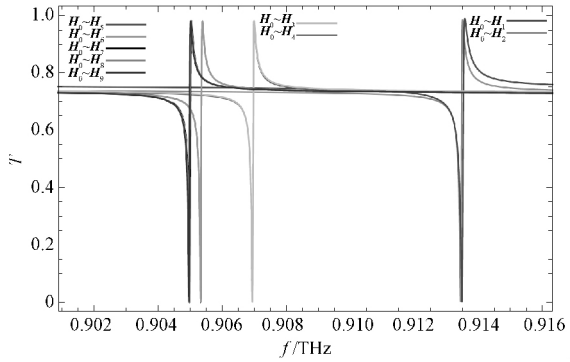



图5 各阶近似下透射率的第 1 峰

不难将上面计算的高阶修正进行一般的推广. $H_0$ 透射率的严格解应当存在无数个共振峰. 并且除第一峰外,随频率增大出现的其它峰依次对应各偶数阶本征模的耦合,而这些共振峰的强度则依次减弱. 还可利用上面的计算结果定量分析每个共振峰的峰位、强度与宽度在逐阶近似中的变化趋势以逼近严格解. 考虑到实际的应用价值,由于第 2 共振峰半高宽度较宽,高阶修正后大约在 0.157 THz 左右,而更高阶的共振峰强度也较低,它们均不具备良好的应用品质. 因此下面仅分析的第 1 共振峰变化的情况.

表1 各阶近似下共振峰的峰位与谷位

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_r$/THz | 0.9135 82 | 0.913 510 | 0.907 003 | 0.907 001 | 0.905 385 | 0.905 385 | 0.905 046 | 0.905 038 | 0.905 020 |
| $\Delta f_r$/THz | | 0.000 072 | 0.006 507 | 0.000 002 | 0.001 616 | 0. | 0.000 339 | 0.000 008 | 0.000 018 |
| $f_w$/THz | 0.913 492 | 0.913 449 | 0.906 948 | 0.906 947 | 0.905 332 | 0.905 332 | 0.904 992 | 0.904 983 | 0.904 964 |
| $\Delta f_w$/THz | | 0.000 043 | 0.006 501 | 0.000 001 | 0.001 615 | 0. | 0.000 34 | 0.000 009 | 0.000 019 |



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

图 5 给出了各阶近似下第 1 峰变化的详情. 可以看到共振峰强度没有明显变化,共振峰宽度除 1 阶近似为 0.000 19 THz 外其他 2 到 9 阶近似均在 0.000 11 THz 左右波动,也无更大变化. 共振峰位产生细微红移,表 1 中具体罗列出了第一峰的峰位 $f_r$ 与谷位 $f_w$,同时计算了相邻两阶近似共振峰位的偏移. 可以看到,计算到的奇数阶近似较偶数阶近似共振峰位的偏移较大,这符合之前讨论的相同奇偶性的本征模间耦合较强的结果,即第 1 峰的偏移主要受其他奇数阶本征模的影响. 还注意到,每多考虑到某一奇数阶近似,共振峰位的改变量减小一个数量级. 由此可以推断出 9 阶之上的更高阶近似,它们全部的影响导致峰位的偏移应不大于 0.000 01 THz. 因此严格解相较于 1 阶近似,共振峰峰位与谷位偏移的绝对值应不大于: 0.008 572 THz,0.008 538 THz; 而其相对变化应不大于: 0.94%、0.93%. 尽管相对变化很小,尚不足百分之一,但这一影响却是不能忽略的,因为一阶近似只保证了共振峰位一位有效数字的准确性,三阶修正保证两位有效数字的准确性,……,以此类推 $2n+1$ 阶修正保证 n 位有效数字的准确性. 因此在实际应用中应当根据不同的需要利用高阶近似将结果修正到相应的精度.

## 3　结　论

高阶本征模对入射波 $H_0$ 最主要的影响是其会使得透射率产生新的共振峰. 而由于对称性的原因,具有与入射波 $H_0$ 不同宇称的本征模 $H_{odd}$ 与 $H_0$ 耦合强度较弱,同时考虑到各本征模间的相互耦合,$H_{odd}$ 与 $H_0$ 耦合的强度进一步减弱,最终不出现共振峰. 因此高阶修正中出现的新峰均为与入射波 $H_0$ 宇称相同的本征模 $H_{even}$ 与 $H_0$ 耦合的结果. 而由于散射子相对磁导率虚部不为零所产生的吸收作用将导致较高频率的共振峰强度减弱,不考虑相对磁导率的虚部时这一效应则消失. 在逐阶修正中各共振峰的峰位均产生细小红移,共振峰宽度也略微变窄,好像新出现的共振峰将前面的共振峰"挤"到了一起. 本文具体分析了第 1 峰在逐阶近似中的变化趋势,发现更高阶项对其峰位变化的影响愈来愈小,且一阶近似相较于严格解共振峰位的相对变化不足百分之一. 尽管这一影响很小,但却是不能忽略的,在实际应用中应当根据不同的需要利用高阶近似将结果修正到相应的精度.

## 参　考　文　献


[1] Wood R. On the remarkable case of uneven distributionof light in a diffraction grating spectrum [J]. Proc R. Soc,1902, Ser. A 18: 269 – 275.

[2] Majorana E. On the formation of molecular helium ion [J]. Nuovo Cim. 1931,8: 22..

[3] Majorana E. Theory of the incomplete P′ triplets [J]. Nuovo Cim. 1931, 8: 107.

[4] Beutler H. Über absorptionsserien von argon, krypton und xenon zu termen zwischen den beiden ionisierungsgrenzen $^2P_1^{2/0}$ und $^2P_3^{2/0}$ [J]. Z Phys A, 1935, 93: 177 – 196.

[5] Fano U. Sullo spettro di assorbimento dei gas nobili presso il limite dello spettro d'arco [J]. Nuovo imento,1935, 2: 154 – 161.

[6] Fano U. Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts [J]. Phys Rev,1961, 124: 1866 – 1878.

[7] Joe Y S, Satanin A M, Kim C S. Classical analogy of Fano resonances [J]. Phys Scr,2006, 74: 259 – 266.

[8] Miroshnichenko A E,Flach S,Kivshar Y S. Fano resonances in nanoscale structures [J]. Rev Mod Phys,2010. 82: 2257.

[9] Becker J,Trügler A,Jakab A,et al. The optimal aspect ratio of gold nanorods for plasmonic bio-sensing [J]. Plasmonics, 2010,5: 161 – 167.

[10] Luk′yanchuk B,Zheludev N I,Maier S A,et al. The fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials [J]. Nat Mater, 2010,9: 707.

[11] Zhou Y S,Wang P J, Wang H,et al. Fano resonance generated by magnetic scatterer in micro metal slit [J]. E P L, 2014,107: 54005.

[12] O'Brien S,Pendry J B. Magnetic activity at infrared frequencies in structured metallic photonic crystals [J]. J Phys Condens Matter,2002,14: 6383.

[13] Ramakrishna S A. Physics of negative refractive index materials [J]. Rep Prog Phys, 2005,68: 449.




(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

# Higher-Order Correction of Optical Fano Resonance Generated by Magnetic Scattering Point in Metal Slit

Gao Qi Song Lipeng

(Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100048)

**Abstract**

The recent theoretical study shows that, in metal slit/magnetic scatteror system, the optical transmission Fano resonance exhibits the excellent properties so as to work as the ultrasensitive sensors. However, this work involved only the based radiation mode coupling between the basic and first-order modes. In this paper, to obtain more accurate results, the coupling involving high-order modes has been considered. The theoretical calculations show that, the high-order even modes bring new resonance peaks, and the original resonance peaks will present the red-shift faintly.

**Key words:** Fano resonance, 2-D perfectly conducting metal waveguide, delta scatter, higher-order correction, split cylinder resonator (SCR).



(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net