DOI:10.19789/j.1004-9398.2015.05.005

弗莱登塔尔再创造理论对数学教学提出的挑战

郭 庶 王瑞霖
(首都师范大学教育学院,北京 100048)

摘 要

弗莱登塔尔在上世纪提出了再创造理论,认为数学学习要让学生经历再创造的过程. 对此,本文分析了生物发展重演律和现实数学教育理论这两个再创造理论的基础;并结合案例指出在数学教学中要用探究活动将学生带入再创造的天地、用数学发展提升再创造的深度、用知识转化拓展再创造的广度;再从教师的数学观、数学史素养和指导能力三方面对数学教师迎接挑战提出建议.

关键词: 再创造,现实数学,弗莱登塔尔,数学教师.
中图分类号: G420

弗莱登塔尔的再创造理论已经在我国被广为传播,弗莱登塔尔认为,将数学作为一种活动来进行解释和分析,建立在这一基础上的教学方法,称为再创造方法[1]. 关于再创造理论,弗莱登塔尔反复强调:学习数学的唯一正确方法就是实行再创造. 换言之,学习数学的唯一正确方法就是由学生本人把要学的东西自己去发现出来或创造出来.

在对这样的论断引发关注的同时我们会思考,再创造理论对数学教师的培养提出了哪些要求? 要解答这个问题需要首先关注再创造的理论前提.

1 再创造的理论前提

1.1 生物发展重演律

再创造的方法是一种最自然的学习方法,它遵循"生物发展重演律". 这个规律在生物学上被解释为"个体发展过程是群体发展过程的重现",数学发展的历程也应该在个体的学习过程中重现,这才符合人的认知规律. 数学在发展的过程中走过了漫长而曲折的道路,那么在人学习数学的过程中,我们也会经历错误、改正、避开错误、重新确定方向等过程. 而这样复杂的过程是不必在学生身上重现的. 弗莱登塔尔所说的"再创造"是指,我们要让学生明白,如果当时的人有幸具备了现在有了的知识,他们是怎样把那些知识创造出来的.[1] 因为只有通过自己的再创造而获得的知识才可以被真正掌握,并且灵活运用;更为重要的是,数学是人的活动,我们要在做数学中学习数学,也就是在创造数学中学习数学.

再创造的方法是一种最有效的学习方法. 我们要用再创造的方法将数学作为一种活动来进行解释和分析,可现在的数学家向来都不是按照他创造数学思维过程去叙述他的工作成果,而是恰好相反,把思维过程颠倒过来,把结果作为出发点,去把其他的东西推导出来. 这种"教学法的颠倒"掩盖了思维创造的过程. 搞数学研究的人应该用再创造的方法学习,学生也应该与数学家学习数学的方法保持一致. 如果学习者不实行再创造,那么他对学习的内容就难以真正的理解,更谈不上灵活的运用了.

1.2 现实数学教育理论

在对弗莱登塔尔数学教育思想梳理的过程中,我们发现他的"现实数学"教育理论一定程度上构成了再创造的前提. 现实数学的意义可以解释为,人们将现实生活中所知的常识提炼、组织,形成一定法则,这些法则在无数次的应用中又成为常识,再一次被提炼、组织,而凝聚成新的法则,如此不断,以致无穷. 弗赖登塔尔认为,数学来源于现实,存在于现实之中,并且应用于现实,而且每个学生有不同的"数学现实". 数学教师的任务就是帮助学生构造数学现实,并发展他们的数学现实,要引导和帮助学生去

收稿日期:2014-06-28

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

进行这种再创造的工作,而不是把现成的知识灌输给学生. 当数学和学生的现实建立起联系,教学就成为一种自然有效的过程.

2 再创造理论对数学教学的要求

2.1 用探究活动将学生带入再创造的天地

在数学教学时,要注重利用探究活动带领学生进入再创造的天地. 三角形中位线定理在北师大版新版教材中位于平行四边形一章中,教材初始以问题引入:能否将任意一个三角形分成四个全等的三角形? 能否通过剪拼的方式,将三角形拼成一个与其面积相等的平行四边形? 这两种方法中都应用到了三角形的中位线,在学生经过思考或者动手操作后,给出三角形中位线的定义,随之给出了三角形中位线定理:三角形的中位线平行于第三边,且等于第三边的一半[2].

教科书是教学的蓝图,优秀的教师往往可以超越蓝图,实现创造性使用教科书. 一位数学教师的教学方式是这样的:在给出了三角形中位线定义后,在黑板上画出三角形及其中位线,向学生提出几个问题,共同进行如下学习过程:

(1)能不能将三角形变成平行四边形?

(2)经历变化的过程,我们能看出什么结果? 结果越多越好.

(3)把看出的结果写出来,并写出证明过程.

在众多结果之中,有的学生看出“三角形的中位线平行于第三边”和“三角形的中位线等于第三边的一半”,综合起来就得到了关于三角形中位线的定理的猜想.

(4)教师带领学生用演绎推理的方法探索三角形中位线定理的证明.

(5)教师梳理学生探索的过程,帮助学生进一步规范过程.

在这一教学设计中,教师很巧妙的引导学生再创造出三角形中位线的定理. 它符合我们对于知识的认识和创造知识的能力. 最开始得到三角形中位线定理时,一定也是像这样基于对三角形的认识,以及在应用三角形的过程中不断发现的过程,遵循了“重演”的过程,更是在做数学中发现数学,是很好的再创造典范.

2.2 用数学发展提升再创造的深度

在数学学习中往往需要深入思考数学对象,例如,s-t 图和 v-t 图的学习和使用并不是很轻松的事,学生最初接触这类图象难以很好的理解横轴纵轴所代表的含义,需要对两种类型的图进行转化就更有挑战了. 这些数学对象是人类长期科学研究的结果,教师在过去的学习以及工作当中对图象已经有了很深理解,但教师的理解不代表学生的理解,教学中需要让学生用再创造的视角深入认识对象. 可以设计这样的教学:

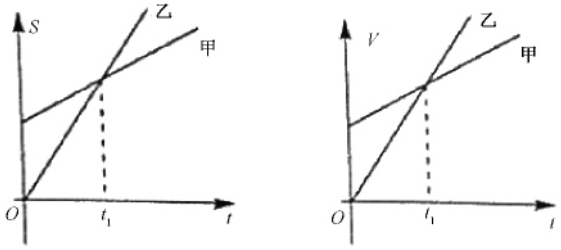
首先要和学生一起认识横轴和纵轴所表示的量,在这两个图中,横轴都表示时间,纵轴一个是表示路程,一个是表示速度.

其次,要让学生在 s-t 图中认识每一个时刻所对应的路程;图中所表示的甲乙两人的状态;每条射线的斜率所代表的含义等.

接下来,教师要组织学生将对 s-t 图的研究推演到对 v-t 图的研究中,最好的形式是让学生以小组的形式讨论,自行研讨出在 v-t 图中的相关结论.

至此,教师可以根据之前的讨论提出问题,让学生思考两条射线的交点代表什么状态,在交点左侧、右侧分别有什么特征.

最后,教师还可以让学生根据情境提出自己的问题. 学生可能会提问为什么横轴要代表时间、在 s-t 图中甲乙两人的速度有什么关系、在 v-t 图中甲乙两人走过的路程有什么关系、图中某部分的面积代表什么等等.



在研究此类问题时,斜率或面积等概念都有着某种意义,但是对于学生来讲,起初接受图象时他们并不能很好的理解图象,如他们可能无法理解图中交点的含义,也就是说当数学的发展历程再现到学生数学学习的过程中时,单单凭借老师的讲授并不能发挥完全的作用,所以,让学生在做中学,自己获得经验并反思成果,就显得尤为重要了.

弗莱登塔尔指出,学一个活动最好的方法就是做[1]. 学生“再创造”学习数学的过程,实际上就是一个“做数学”的过程. 它强调学生学习数学是获得经验、自行理解和反思的过程,强调以学生为主体的学习活动对学生理解数学的重要性. 事实上其核心就是数学发展过程的再现.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.3　用知识转化拓展再创造的广度

在中学课堂中很常见的一个问题是,学生并不能很好的将教师讲授的知识运用到所有情境. 例如,老师已经教会学生如何通过数坐标纸上的格子来求出矩形的面积,进一步提出求平行四边形面积时,学生却不能很好地得出结果. 究其原因,一方面是学生不知道平行四边形的性质,另一方面是学生不能将平行四边形与其他图形进行转化,比如不知道平行四边形可以由拉扯矩形的对角而得到. 当方格纸上的平行四边形和学生已经能解决的矩形不一致时,学生会无从下手. 当平行四边形出现了不满一格的情况时,应该怎样统计、怎样计算,也使得有些学生无法得出答案.

虽然我们确定学生已经掌握了某种知识,但当问题情境发生改变,学生未必能够恰当使用知识. 一些可行的解决办法是,让学生亲手操作,使得学生们通过剪切、拼接得到完整的方格,再统计方格数量. 又或者让学生亲自动手制作矩形并拉扯对角,使他们体会不同形状演变的过程,以便帮助他们更好地理解知识. 这些可行的教学方式其实都是基于同一个出发点:教学要实现学生在学习中的“再创造”.

3　再创造理论对数学教师的要求

在对弗莱登塔尔再创造理论进行多方论证之后,我们力图从三方面回答前文提出的问题,以求为再创造理论与数学教学实践结合做出贡献.

3.1　数学教师要具备健全的数学观

观念,即人们在实践中形成的各种认识的集合体. 而数学观,包括在遇到问题时,运用数学知识处理数学问题的意识,以及凭借已有的数学思想去思考问题的意识. 黄毅英教授曾指出:数学观不只是“学习”与“数学表现”的中介因素,它本身亦可被视作一种学习成果[3]. 数学观是学习数学知识必要的组成部分,教师要具备健全的数学观,才能正确地引导学生树立正确的数学观. 否则便是数学学习中的缺失,更是对学生发展再创造能力的影响.

在教学实践中,可以看到,教师所具有的数学观在很大程度上决定了他以什么样的方式从事数学教学活动,营造出什么样的学习环境,从而影响学生数学观的形成. 学生应该在具备正确的数学观的前提下进行再创造活动,从而在做数学中学习数学,创造数学. 有调查指出,一些教师把数学看成是一个与逻辑有关的、有严谨体系的、关于图形和数量的精确运算的一门学科. 教师们把数学看成是与运算密切相关的学科. 有无运算甚至是判断一个问题是否为数学问题的重要标准[4]. 这显然是对数学观的片面理解,更不利于帮助学生形成正确的数学观. 教师在课堂教学总起着重要的价值引领作用,数学观作为一种“学习成果”正是需要具备正确数学观的教师来引导学生、培养学生,才能使之具备正确、完整的数学观.

3.2　数学教师要具备一定数学史素养

教师的数学史素养是许多教师忽略的重要必备教师素养之一. 有学者认为,数学史是调适教师数学观念与教学行为的重要基础,只有具备数学史知识的教师才能做到在数学的具体源头和抽象形式之间架构起通往学生理解的桥梁,而一个缺乏数学史知识的教师看到的只是一堆形式的符号与逻辑关系,很难做到从概念的历史发生、发展的角度促成学生的理解,无法使学生透过数学史的独特视角把握思维历程[5].

例如,数学教师在谈欧几里得建立的公理体系时,可以介绍人们怎样对平行公设产生质疑,经历几百年的论争,终于从修正或否定平行公设出发产生了罗氏几何、黎曼几何等非欧几何. 这是对不同几何学的历史做出的介绍,在教学中重视数学史的渗透不仅可以培养学生对数学学习的兴趣,还能让学生具备更全面的数学知识网络,从历史发展的角度认识数学. 数学教师具备一定的数学史素养,可以正确地看待数学发展历程,更好的把握整体意义上的数学.

3.3　数学教师要具备指导学生再创造的能力

基于弗莱登塔尔所倡导的一个观点:“我们不应该完全遵循发明者的历史足迹,而应是经过改良、同时有更好引导的历史过程.[1]”教师在教学中不应该简单地去重复当年的真实历史,而应致力于历史的重建或重构. 并且弗莱登塔尔明确指出,这里所说的“再创造”应是“教师指导下的再创造”那么无论采取什么样的教学方法,教师都应当发挥重要的指导作用. 于是,有学者得出这样一个结论:如果教师本身缺乏“再创造”的能力,就不能很好地去指导学生作出“再创造”[6].

因此,教师应从以下三个方面提升指导学生再创造的能力:

首先,教师应关注知识本身. 在进行讲授的过程中,教师是否具备正确的知识内容,是否能把握知识

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的关键内容,是数学知识的积淀的体现,也是教师是否具备正确数学观的体现. 引导学生在获得正确内容的基础上实施再创造,才是有意义的再创造.

其次,教师应关注知识间的联系. 在学完一部分内容之后,应该在知识与知识之间架构桥梁,单纯理解的知识点是无法广泛运用的. 在不同阶段,学生的领悟能力和学习知识的能力都是不同的. 教师要帮助学生回忆所学过的知识,找出知识之间的联系,更好的发展学生头脑中的知识体系,以利于学生的长远发展.

再次,教师应适当让学生进行自主的探究性学习. 当然这是要建立在学生已架构好知识网络的基础上的. 教师要适当对学生"放手",在已掌握一定知识与技能之后,让学生自己得出一些结论更有助于加深学生对知识的认识,提高学生再创造知识的能力. 如在三角形中位线的教学设计中,学生已经掌握了平行四边形和三角形的一些知识,并有能力将它们之间联系起来,那么教师给出空间让学生们自主探究,他们很自然的得出了中位线定理,并且一定会留下深刻的印象.

弗莱登塔尔的现实数学再创造理论作为一种教学策略,它的内涵固然重要,但更重要的是应该在教学实践中根据实际情况的变化不断改进,不断契合教育教学情况以便更好地实施,形成更加完善的教学体系,这样才会对我国的教育事业起到更大的帮助.

参 考 文 献

[1] 弗莱登塔尔. 作为教育任务的数学[M],上海:上海教育出版社,1995.

[2] 北师大版初中数学教科书八年级数学[M],北京:北京师范大学出版社,2011.

[3] 黄毅英. 数学观研究综述[J]. 数学教育学报,2002(1):1-8.

[4] 黄毅英,林智中等. 中国内地中学教师的数学观[J] 课程·教材·教法,2002(1):68-72.

[5] 蒲淑萍,汪晓勤. 弗莱登塔尔的 HPM 思想及其教学启示[J]. 数学教育学报,2011(6):20-24.

[6] 郑玮,郑毓信. HPM 与数学教学中的"再创造"[J]. 数学教育学报,2013(3):5-7.

The Challenge of Freudenthal´s Recreation Theory of Mathematics Teaching

Guo Shu Wang Ruilin

(College of Education, Capital Normal University, Beijing 100048)

Abstract

Freudenthal proposed Recreation Theory in the last century, and believes that students should experience the process of recreation in mathematics learning. This paper analyzes the law of biological development recapitulation and realistic mathematics education theory. The discussion proposed in paper that teaching should create the world of recreation for students, enhance the depth of recreation to develop the mathematics understanding, and expand the recreation to transformation the mathematics knowledge. To meet the challenges, it puts forward suggestions to mathematics teachers by changing the mathematics beliefs, improving the mathematics history literacy and adjusting the instructional ability.

Key words: Recreation theory, realistic mathematics, freudenthal, mathematics teachers.

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net