DOI:10.19789/j.1004-9398.2022.04.003
文献引用:姜曼.布尔代数的乘积型双极值模糊点理想[J].首都师范大学学报(自然科学版),2022,43(4):15-18. JIANG M. Product type bipolar value fuzzy dot ideal of boole algebras[J]. Journal of Capital Normal University(Natural Science Edition),2022,43(4):15-18.

布尔代数的乘积型双极值模糊点理想*

姜 曼**

(西安交通工程学院公共课部,陕西 西安 710300)

摘要:理想作为布尔代数中一个重要的推理准则,文中用双极值模糊集研究布尔代数的点理想,在布尔代数中引入了乘积型双极值模糊点理想并研究其性质,又在此定义基础上,得到了布尔代数的乘积型模糊点理想的交、同态像和同态逆像等,也是布尔代数的乘积型模糊点理想的结论.

关键词:布尔代数;双极值模糊集;乘积型双极值模糊点理想;同态
中图分类号:O159

Product type bipolar value fuzzy dot ideal of boole algebras*

JIANG Man**

(School of Public Courses, Xi'an Traffic Engineering Institute, Xi'an Shannxi 710300)

Absrtact: Ideal is an important reasoning criterion in Boolean algebra. In this paper, the point ideal of Boolean algebra is studied by using bipolar valued fuzzy set. The product bipolar valued fuzzy point ideal is introduced into Boolean algebra and its properties are studied. Based on this definition, the intersection and intersection of product fuzzy point ideals of Boolean algebra are obtained. The homomorphic image and homomorphic inverse image are also the conclusions of product fuzzy point ideals of Boolean algebra.

Keywords: boole algebra; bipolar valued fuzzy set; bipolar valued fuzzy dot ideal; homomorphism
CLC: O159

0 引 言

模糊集是处理不确定信息的有力工具[1],在实际生活应用中,模糊集也发挥了一定的作用[2-3],但客观世界中不相容两极性问题也不能忽视.基于此,Zhang[4]提出了双极值模糊集理论;Lee[5]定义了双极值模糊集的一些运算和基本性质,双极值模糊集首次将不相容两极性引入到模糊集理论中,为分析和解决带有不相容特性的大数据问题提供了新的思路和方法.近年来,关于双极值模糊集在代数结构中的应用研究从未间断,进一步拓展了双极值模糊集的应用领域.如:索南仁欠和华毛加[6]研究了双极值模糊集的距离与测度,给出了定义并研究其性质;王金英和王艳平[7]把双极值模糊集、犹豫模糊集和软集相结合,并在决策中研究了一些应用;王丰效[8]在半群中定义了双极值模糊子半群,得到了一些重要的结论.其余更多关于双极值模糊集与代数结构相结合的研究可见文献[9-14].

布尔代数在代数结构中占有重要的位置,现阶段,用模糊集的拓展和双极值模糊集对布尔代数的研究从未间断.陈露[15]研究了布尔代数的子代数以及理想等推理规则;刘卫锋[16]研究了布尔代数的模

收稿日期:2021-07-15
* 陕西省自然科学基础研究计划基金项目(2021JQ-893)
** 通信作者:jiangman2008@yeah.net

糊点子代数,给出布尔代数的模糊点子代数的几个简化判断定理;傅小波等[17]研究了布尔代数的犹豫模糊理想;姜曼和彭家寅[18]在布尔代数中研究了I-V犹豫模糊子代数.用双极值模糊集研究布尔代数并不多见,本文拟对布尔代数中的一个推理准则——理想进行研究.

1 预备知识

定义 1.1[19] 称二元运算 $+,\cdot$ 的代数系统 $<R;+,\cdot,0,1>$ 为布尔代数,如果 R 至少含有2个不同元,且有:

(1) $\forall a,b,c\in R$, $a+b=b+a, ab=ba$, 且 ab 为 $a\cdot b$;

(2) $a(b+c)=ab+ac, a+(bc)=(a+b)(a+c)$;

(3) $(a+b)+c=a+(b+c), (ab)c=a(bc)$;

(4) $\exists 0,1\in R, a+0=a, a1=a$;

(5) $\forall a\in R, \exists \bar{a}\in R$,满足 $a+\bar{a}=1, a\bar{a}=0$.

定理 1.1[19] 设 $<R;+,\cdot,0,1>$ 为布尔代数,$\forall a,b\in R$,有:

(1) $a0=0, a+1=1, aa=a, a+a=a$;

(2) $\overline{ab}=\bar{a}+\bar{b}, \overline{a+b}=\bar{a}\bar{b}, \bar{\bar{a}}=a, \bar{1}=0, \bar{0}=1$.

定理 1.2[19] 设 $<R;+,\cdot,0,1>$ 为布尔代数,$\forall a,b,c,d\in R$,有:

(1) $a\leqslant b\Leftrightarrow ab=a$;

(2) $a\leqslant b, c\leqslant d\Rightarrow a+c\leqslant b+d, ac\leqslant bd$.

定义 1.2[19] 设 R_1 和 R_2 是布尔代数,称 $f: R_1\to R_2$ 为 R_1 到 R_2 的同态映射,$\forall a,b\in R$,f 满足:

(1) $f(a+b)=f(a)+f(b)$;

(2) $f(ab)=f(a)f(b)$;

(3) $f(\bar{a})=\overline{f(a)}$.

定义 1.3[19] 设 R 和 R' 是2个布尔代数,$R\times R'=<R\times R', +,\cdot,-,<0,0'>,<1,1'>>$ 称为布尔代数 R 与 R' 的直积,其中运算 $+,\cdot,-$,定义如下:$\forall <a,a'>,<b,b'>\in R\times R', <a,a'>+<b,b'>=<a+b,a'+b'>$, $<a,a'><b,b'>=<ab,a'b'>$, $\overline{<a,a'>}=<\bar{a},\overline{a'}>$

定义 1.4[4] 设 $\phi^+: X\to[0,1]$ 和 $\phi^-: X\to[0,1]$ 是2个映射,称 $\phi=\{(x,\phi^-(x),\phi^+(x))|x\in X\}$ 是 X 上的一个双极值模糊集,简记为 $\phi=(\phi^-,\phi^+)$. 记 X 上的全体双极值模糊集为 $\mathrm{BVF}(X)$.

定义 1.5[11] 设 $\phi\in\mathrm{BVF}(X)$, $\psi\in\mathrm{BVF}(X)$,称 $\phi\cap\psi$ 为 ϕ 和 ψ 的交集,这里

$$(\phi\cap\psi)(x)=((\phi\cap\psi)^-(x),(\phi\cap\psi)^+(x))=(\phi^-(x)\vee\psi^-(x),\phi^+(x)\wedge\psi^+(x)),\forall x\in X.$$

设 $\phi\in\mathrm{BVF}(X)$, $[s,t]\in[-1,0]\times[0,1]$,称集合 $N(\phi,s)=\{x\in X|\phi^-(x)\leqslant s\}$ 为 $\phi=(\phi^-,\phi^+)$ 的负 s-截集,集合 $P(\phi,t)=\{x\in X|\phi^+(x)\geqslant t\}$ 为 $\phi=(\phi^-,\phi^+)$ 的正 t-截集. 称集合 $C(\phi,[s,t])=N(\phi,s)\cap P(\phi,t)$ 为 $\phi=(\phi^-,\phi^+)$ 的 (s,t)-截集.

2 布尔代数的乘积型双极值模糊点理想

定义 2.1 设 $\phi\in\mathrm{BVF}(R)$,若 $\forall a,b\in R$,如果下面条件成立:

(1) $\phi^+(a+b)\geqslant\phi^+(a)\phi^+(b), \phi^-(a+b)\leqslant\phi^-(a)\phi^-(b)$;

(2) $\phi^+(ab)\geqslant\phi^+(b), \phi^-(ab)\leqslant\phi^-(b)$.

则称 ϕ 是 R 的乘积型双极值模糊点理想.记为 $\phi\in\mathrm{BVFI}(R)$.

定理 2.1 设 $\phi\in\mathrm{BVFI}(R)$, $\forall a,b\in R$,且 $a\leqslant b$,则 $\phi^+(a)\geqslant\phi^+(b), \phi^-(a)\leqslant\phi^-(b)$.

证明 由于 $a\leqslant b$,可得 $a=ab$,于是 $\phi^+(a)=\phi^+(ab)\geqslant\phi^+(b), \phi^-(a)=\phi^-(ab)\leqslant\phi^-(b)$.

推论 2.1 设 $\phi\in\mathrm{BVFI}(R)$, $\forall a\in R$,则有 $\phi^+(0)\geqslant\phi^+(a), \phi^-(0)\leqslant\phi^-(a)$.

定理 2.2 设 $\phi\in\mathrm{BVFI}(R)$,则 $U=\{a\in R|\phi^+(a)=1,\phi^-(a)=1\}\neq\varnothing$ 是 R 的理想.

证明 $\forall a,b\in U$,则有 $\phi^+(a)=\phi^+(b)=1$. 于是 $\phi^+(a+b)\geqslant\phi^+(a)\phi^+(b)=1$, $\phi^-(a+b)\leqslant\phi^-(a)\phi^-(b)=1$. 即 $\phi^+(a+b)=1, \phi^-(a+b)=1$. 故 $a+b\in U$;

$\forall a,b\in U$, 则 $\phi^+(a)=1$, $\phi^-(b)=1$. 于是 $\phi^+(ab)\geqslant\phi^+(a)=1, \phi^-(ab)\leqslant\phi^-(b)=1$. 故 $ab\in U$. 所以,$U=\{a\in R|\phi^+(a)=1,\phi^-(a)=1\}\neq\varnothing$ 是 R 的理想.

定理 2.3 设 $\phi_i\in\mathrm{BVFI}(R)$, $(i=1,2,3,\cdots,n, n\in\mathbf{N})$,则 $\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i\in\mathrm{BVFI}(R)$.

证明 $\forall a,b\in R$,则

$$(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^+)(a+b)=(\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^+)(a+b)\geqslant\bigwedge_{i=1}^{n}(\phi_i^+(a)\phi_i^+(b))\geqslant(\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^+(a))(\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^+(b))=(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^+(a))(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^+(b)),$$

$$(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^-)(a+b)=(\bigvee_{i=1}^{n}\phi_i^-)(a+b)\leqslant$$

$$\bigvee_{i=1}^{n}(\phi_i^-(a)\phi_i^-(b))\leqslant(\bigvee_{i=1}^{n}\phi_i^-(a))(\bigvee_{i=1}^{n}\phi_i^-(b))=(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^-(a))(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^-(b)),$$

$$(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^+)(ab)=(\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^+)(ab)\geqslant\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^+(b)=\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^+(b),$$

$$(\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^-)(ab)=(\bigvee_{i=1}^{n}\phi_i^-)(ab)\leqslant\bigwedge_{i=1}^{n}\phi_i^-(b)=\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i^-(b).$$

所以,$\bigcap_{i=1}^{n}\phi_i\in\mathrm{BVFI}(R)$.

定理 2.4　设$f:R\to R'$是同态满射,若$\phi\in\mathrm{BVF}(R')$,则$\phi=(\phi^-,\phi^+)\in\mathrm{BVFI}(R')$当且仅当$f^{-1}(\phi)=(f^{-1}(\phi^-),f^{-1}(\phi^+))\in\mathrm{BVFI}(R)$,其中

$$f^{-1}(\phi^-)(a)=\phi^-(f(a)),f^{-1}(\phi^+)(a)=\phi^+(f(a)),\quad\forall a\in R.$$

证明　必要性:已知$\phi=(\phi^-,\phi^+)\in\mathrm{BVFI}(R')$.$\forall a,b\in R$,则

$$f^{-1}(\phi^+)(a+b)=\phi^+(f(a+b))=\phi^+(f(a)+f(b))\geqslant\phi^+(f(a))\phi^+(f(b))=f^{-1}(\phi^+)(a)f^{-1}(\phi^+)(b),$$

$$f^{-1}(\phi^-)(a+b)=\phi^-(f(a+b))=\phi^-(f(a)+f(b))\leqslant\phi^-(f(a))\phi^-(f(b))=f^{-1}(\phi^-)(a)f^{-1}(\phi^-)(b),$$

$$f^{-1}(\phi^+)(ab)=\phi^+(f(ab))=\phi^+(f(a)f(b))\geqslant\phi^+(f(b))=f^{-1}(\phi^+)(b),$$

$$f^{-1}(\phi^-)(ab)=\phi^-(f(ab))=\phi^-(f(a)f(b))\leqslant\phi^-(f(b))=f^{-1}(\phi^-)(b).$$

所以,$f^{-1}(\phi)\in\mathrm{BVFI}(R)$.

充分性:已知$f^{-1}(\phi)\in\mathrm{BVFI}(R)$.

由于$f:R\to R'$是同态满射,因此$\forall a',b'\in R'$,$\exists a,b\in R$,使得$f(a)=a',f(b)=b'$.于是

$$\phi^+(a'+b')=\phi^+(f(a)+f(b))=\phi^+(f(a+b))=f^{-1}(\phi^+)(a+b)\geqslant f^{-1}(\phi^+)(a)f^{-1}(\phi^+)(b)=\phi^+(f(a))\phi^+(f(b))=\phi^+(a')\phi^+(b'),$$

$$\phi^+(a'b')=\phi^+(f(a)f(b))=\phi^+(f(ab))=f^{-1}(\phi^+)(ab)\geqslant f^{-1}(\phi^+)(b)=\phi^+(f(b))=\phi^+(b'),$$

$$\phi^-(a'+b')=\phi^-(f(a)+f(b))=\phi^-(f(a+b))=f^{-1}(\phi^-)(a+b)\leqslant f^{-1}(\phi^-)(a)f^{-1}(\phi^-)(b)=\phi^-(f(a))\phi^-(f(b))=\phi^-(a')\phi^-(b'),$$

$$\phi^-(a'b')=\phi^-(f(a)f(b))=\phi^-(f(ab))=f^{-1}(\phi^-)(ab)\leqslant f^{-1}(\phi^-)(b)=\phi^-(f(b))=\phi^-(b').$$

所以,$\phi\in\mathrm{BVFI}(R')$.

定理 2.5　设$f:R\to R'$是同态满射,$\psi\in\mathrm{BVF}(R)$,若$\psi\in\mathrm{BVFI}(R)$,则$f(\psi)=((f(\psi))^-,(f(\psi))^+)\in\mathrm{BVFI}(R')$,其中

$$(f(\psi))^-(a')=\bigwedge_{f(a)=a'}\psi^-(a),(f(\psi))^+(a')=\bigvee_{f(a)=a'}\psi^+(a),\forall a'\in R'.$$

证明　因为$f:R\to R'$是同态满射,所以$\forall a',b'\in R',\exists a,b\in R$,使得$f(a)=a',f(b)=b'$.因此

$$(f(\psi))^+(a'+b')=\bigvee_{f(a+b)=a'+b'}\psi^+(a+b)=\bigvee_{f(a)=a',f(b)=b'}\psi^+(a+b)\geqslant\bigvee_{f(a)=a',f(b)=b'}\psi^+(a)\psi^+(b)=\bigvee_{f(a)=a'}\psi^+(a)\bigvee_{f(b)=b'}\psi^+(b)=(f(\psi))^+(a')(f(\psi))^+(b'),$$

$$(f(\psi))^-(a'+b')=\bigwedge_{f(a+b)=a'+b'}\psi^-(a+b)=\bigwedge_{f(a)=a',f(b)=b'}\psi^+(a+b)\leqslant\bigwedge_{f(a)=a',f(b)=b'}\psi^-(a)\psi^-(b)=\bigwedge_{f(a)=a'}\psi^-(a)\bigwedge_{f(b)=b'}\psi^-(b)=(f(\psi))^-(a')(f(\psi))^-(b'),$$

$$(f(\psi))^+(a'b')=\bigvee_{f(ab)=a'b'}\psi^+(ab)=\bigvee_{f(a)f(b)=a'b'}\psi^+(ab)\geqslant\bigvee_{f(b)=b'}\psi^+(b)=(f(\psi))^+(b'),$$

$$(f(\psi))^-(a'b')=\bigvee_{f(ab)=a'b'}\psi^-(ab)=\bigvee_{f(a)f(b)=a'b'}\psi^-(ab)\leqslant\bigvee_{f(b)=b'}\psi^-(b)=(f(\psi))^-(b').$$

所以,$f(\psi)=((f(\psi))^-,(f(\psi))^+)\in\mathrm{BVFI}(R')$.

定义 2.2　设$\phi\in\mathrm{BVF}(X),\psi\in\mathrm{BVF}(Y)$,定义映射:

$$(\phi\times\psi)^-:X\times Y\to[-1,0],(\phi\times\psi)^-(x,y)=\phi^-(x)\phi^-(y),\forall(x,y)\in X\times Y;$$

$$(\phi\times\psi)^+:X\times Y\to[0,1],(\phi\times\psi)^+(x,y)=\phi^+(x)\phi^+(y),\forall(x,y)\in X\times Y.$$

则$\phi\times\psi=((\phi\times\psi)^-,(\phi\times\psi)^+)\in\mathrm{BVF}(X\times Y)$,称为$\phi$和$\psi$的直积.对$\forall(a,a'),(b,b')\in X\times Y$,规定

$$(a,a')+(b,b')=(a+b,a'+b'),$$

$$(a,a')(b,b')=(ab,a'b').$$

定理 2.6　设$\phi\in\mathrm{BVFI}(R_1)$和$\psi\in\mathrm{BVFI}(R_2)$,则直积$\phi\times\psi\in\mathrm{BVFI}(R_1\times R_2)$.

证明　设$\phi\in\mathrm{BVFI}(R_1)$和$\psi\in\mathrm{BVFI}(R_2)$,$\forall(a,a'),(b,b')\in R_1\times R_2$,则有

$$(\phi\times\psi)^+((a,a')+(b,b'))=(\phi\times\psi)^+(a+b,a'+b')=\phi^+(a+b)\psi^+(a'+b')\geqslant[\phi^+(a)\phi^+(b)][\psi^+(a')\psi^+(b')]=[\phi^+(a)\psi^+(a')][\phi^+(b)\psi^+(b')]=(\phi\times\psi)^+(a,a')(\phi\times\psi)^+(b,b'),$$

$$(\phi\times\psi)^+((a,a')(b,b'))=(\phi\times\psi)^+(ab,a'b')=\phi^+(ab)\psi^+(a'b')\geqslant\phi^+(b)\psi^+(b')=$$

$$(\phi \times \psi)^{+}(b, b').$$

类似地,可证

$$(\phi \times \psi)^{-}((a, a') + (b, b')) \leqslant$$
$$(\phi \times \psi)^{-}(a, a')(\phi \times \psi)^{-}(b, b')$$
$$(\phi \times \psi)^{-}((a, a')(b, b')) \leqslant (\phi \times \psi)^{-}(b, b').$$

则有 $\phi \times \psi \in \mathrm{BVFI}(R_1 \times R_2)$.

定理 2.7 设 $\delta \in \mathrm{BVF}(R)$, $\mu_\delta \in \mathrm{BVF}(R \times R)$,其中 $\mu_\delta{}^{+}(a, b) = \delta^{+}(a)\delta^{+}(b)$, $\mu_\delta{}^{-}(a, b) = \delta^{-}(a)\delta^{-}(b)$. 则 $\delta \in \mathrm{BVFI}(R)$ 当且仅当 $\mu_\delta \in \mathrm{BVFI}(R \times R)$.

证明 必要性:已知 $\delta \in \mathrm{BVFI}(R)$,则 $\forall a, b \in R$,有 $\delta^{+}(a + b) \geqslant \delta^{+}(a)\delta^{+}(b)$, $\delta^{-}(a + b) \leqslant \delta^{-}(a)\delta^{-}(b)$; $\delta^{+}(ab) \geqslant \delta^{+}(b)$, $\delta^{-}(ab) \leqslant \delta^{-}(b)$.

于是,$\forall a, a', b, b' \in R$,有

$$\mu_\delta{}^{+}[(a, a') + (b, b')] = \mu_\delta{}^{+}(a + b, a' + b') =$$
$$\delta^{+}(a + b)\delta^{+}(a' + b') \geqslant$$
$$[\delta^{+}(a)\delta^{+}(b)][\delta^{+}(a')\delta^{+}(b')] =$$
$$[\delta^{+}(a)\delta^{+}(a')][\delta^{+}(b)\delta^{+}(b')] =$$
$$\mu_\delta{}^{+}(a, a')\mu_\delta{}^{+}(b, b'),$$
$$\mu_\delta{}^{+}[(a, a')(b, b')] = \mu_\delta{}^{+}(ab, a'b') =$$
$$\delta^{+}(ab)\delta^{+}(a'b') \geqslant \delta^{+}(b)\delta^{+}(b') = \mu_\delta{}^{+}(b, b').$$

类似地有,

$$\mu_\delta{}^{-}[(a, a') + (b, b')] \leqslant \mu_\delta{}^{-}(a, a')\mu_\delta{}^{-}(b,b'),$$
$$\mu_\delta{}^{-}[(a, a')(b, b')] \leqslant \mu_\delta{}^{+}(b, b')$$

成立.故 $\mu_\delta \in \mathrm{BVFI}(R \times R)$.

充分性:已知 $\mu_\delta \in \mathrm{BVFI}(R \times R)$,于是 $\forall a, b \in R$,有

$$[\delta^{+}(a + b)]^2 = \delta^{+}(a + b)\delta^{+}(a + b) =$$
$$\mu_\delta{}^{+}(a + b, b + a) = \mu_\delta{}^{+}[(a, b) + (b, a)] \geqslant$$
$$\mu_\delta{}^{+}(a, b)\mu_\delta{}^{+}(b, a) = [\delta^{+}(a)\delta^{+}(b)][\delta^{-}(b)\delta^{-}(a)] =$$
$$[\delta^{+}(a)\delta^{+}(b)]^2.$$

因此 $\delta^{+}(a + b) \geqslant \delta^{+}(a)\delta^{+}(b)$.

$$[\delta^{+}(ab)]^2 = \delta^{+}(ab)\delta^{+}(ab) = \mu_\delta{}^{+}(ab, ab) =$$
$$\mu_\delta{}^{+}[(a, a)(b, b)] \geqslant \mu_\delta{}^{+}(b, b) \geqslant [\delta^{+}(b)]^2.$$

所以有 $\delta^{+}(ab) \geqslant \delta^{+}(b)$. 类似地可证 $\delta^{-}(a + b) \leqslant \delta^{-}(a)\delta^{-}(b)$, $\delta^{-}(ab) \leqslant \delta^{-}(b)$. 因此,$\delta \in \mathrm{BVFI}(R)$.

3 结束语

作为模糊集一个重要的分支,双极值模糊集对研究布尔代数有非常重要的理论意义.一般情况下主要研究布尔代数的理想以及滤子,是在模糊集的基础上研究布尔代数.本文基于数乘定义的基础,在布尔代数中研究了乘积型双极值模糊点理想,讨论其性质,日后将尝试把双极值模糊集,软集和布尔代数相结合研究软滤子以及软理想等问题.

参考文献

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965,8(3):338-353.

[2] 黄栋,王翊虹.模糊综合评价法在垃圾填埋场选址中的应用[J].首都师范大学学报(自然科学版),2009,30(2):10-12+31.

[3] 李涛.模糊数学在超市顾客满意度评价中的应用[J].首都师范大学学报(自然科学版),2015,36(3):15-18.

[4] ZHANG W R. Bipolar fuzzy sets and relations: a computational framework for cognitive modeling and multiagent decision analysis[C]//CLOUD C. Proceedings of the First International Joint Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society Biannual Conference. Berlin:Springer,1994:305-309.

[5] LEE K M. Bipolar fuzzy sets and their basic operations [C]//PASUMPON A. Proceedings of the International Conference on Intelligent Technologies. Bangkok: Springer,2000:307-317.

[6] 索南仁欠,华毛加.双极值模糊集的距离与相似性测度[J].青海师范大学学报(自然科学版),2020,36(3):1-5+11.

[7] 王金英,王艳平.双极值犹豫模糊软集及其在决策中的应用[J].模糊系统与数学,2020,34(4):145-155.

[8] 王丰效.半群的(λ,μ)-双极值模糊子半群[J].宁夏大学学报(自然科学版),2020,41(1):23-26+32.

[9] 刘春辉.否定非对合剩余格的双极值模糊素理想[J].山东大学学报(理学版),2019,54(11):71-80.

[10] 王丰效.$N(2,2,0)$代数的双极值模糊子代数(英文)[J].黑龙江大学自然科学学报,2020,37(1):26-31.

[11] 王丰效.$N(2,2,0)$代数的双极值模糊理想[J].山西师范大学学报(自然科学版),2017,31(3):26-29.

[12] 华逢彬,王艳平.双极值模糊软集运算的研究及应用[J].辽宁工业大学学报(自然科学版),2017,37(4):215-220.

[13] 刘晓妮,廖祖华,罗晓棠.半群的双极值模糊软理想[J].小型微型计算机系统,2014,35(11):2515-2518.

[14] 殷霞,廖祖华,章里程,等.双极值模糊软子群和双极值模糊正规软子群[J].计算机工程与应用,2014,50(17):74-79.

[15] 陈露.布尔代数的直觉T-S模糊子代数及理想[J].数学的实践与认识,2010,40(18):218-223.

[16] 刘卫锋.布尔代数的模糊点子代数[J].四川师范大学学报(自然科学版),2014,37(4):529-532.

[17] 傅小波,张建忠,王兰.布尔代数的犹豫模糊理想[J].模糊系统与数学,2020,34(4):44-56.

[18] 姜曼,彭家寅.布尔代数的I-V犹豫模糊子代数[J].黑龙江大学自然科学学报,2021,38(2):157-163.

[19] 吕家俊,朱秋月,孙耕田.布尔代数[M].济南:山东教育出版社,1982.

(责任编辑:马田田)