首都师范大学学报(自然科学版)
第 41 卷 第 2 期 Journal of Capital Normal University No. 2
2020 年 4 月 (Natural Science Edition) Apr. ,2020

可移动准刚性圆柱对平面波的声散射*

臧 雨 宸[1,2**]

(1. 中国科学院声学研究所,北京 100190; 2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘要:计算了可移动的无限长圆柱体对于平面波的散射声场,并推导了圆柱表面的受力情况以及散射声场的方向性函数. 以相对于空气可以看成准刚性材料的聚苯乙烯泡沫为例,根据理论结果进行了数值仿真模拟. 研究表明:散射声场的方向性与入射声波的频率相关,频率越高,方向性越强,在低频时与固定圆柱有较大不同,高频时趋于一致;圆柱表面受力存在峰值,并且在峰值处与固定圆柱有明显差异. 该研究结果消除了传统理论中关于散射体固定不动的限制,为实际中运动目标的识别以及缺陷的定位等提供了必要的理论依据.

关键词:声散射;可移动圆柱体;表面受力;方向性

中图分类号:O42 **DOI**:10. 19789/j. 1004-9398. 2020. 02. 006

0 引 言

当声波在流体介质中传播时,经常会遇到密度或者声速空间分布不均匀的情况,此时声波的传播路径会发生改变,这种现象称为声波的散射. 在声散射问题中,将散射声场定义为空间内总声场与入射声场的差. 声散射是检测声学和生物医学超声等的重要理论基础,因而一直受到研究者的广泛重视. 关于规则物体,如柱和球等对平面波的散射问题已经有了相当成熟的理论结果[1-10],并且得到大量的实验验证[11-17]. 这些结果为实际中运动目标的识别以及缺陷的定位等提供了必要的理论依据,促进了相关声学检测技术的发展.

目前对于声散射的研究,基本都含有一个假设,即散射体是固定在声场中的. 对于物体而言,只有对其施加一定的外力与声波在其表面的作用力相抵消才能保证其固定不动[18]. 在实际的粒子声学操纵中,特别是利用声学镊子进行血管内的药物输送过程中,由于声学镊子的非介入式特征,使得这一条件很难得到满足. 当不存在这样的外力时,靶向粒子在声波的作用下必将发生前后振动,进而向外辐射声波. 此时,散射体可以看成声场中的一个次级声源,在考虑散射波时应当计入其贡献. 本文以无限长的准刚性圆柱为例,研究其在可自由移动的情况下对于入射平面波的散射声场特性. 需要指出的是,这里的"准刚性"是指其材料特性阻抗远大于流体,可以近似看成刚性,但其密度又不是太大,从而使得其在声场中可以发生较明显的移动. 材料工程、医学超声中经常使用的聚苯乙烯、聚甲基丙烯酸甲酯等,往往处于液体甚至气体环境中[19-20],均满足"准刚性"的要求,因而该问题有很强的现实指导意义.

1 理论计算

如图 1,设半径为 a 的无限长准刚性圆柱体方向与 Z 轴平行,圆柱截面的中心位于 XOY 平面的坐标原点. 一稳态平面波沿 X 轴正方向入射,建立柱坐标系 (ρ,φ,z),设准刚性柱体在声场中的振动位移为

$$\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{e}_X w_0(\omega)\exp(-\mathrm{i}\omega t), \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{e}_X$ 为入射波的传播方向,ω 为入射波的角频率. 振动位移的法向分量为

$$w_\rho(t) = w_0(\omega)\cos\varphi\exp(-\mathrm{i}\omega t). \tag{2}$$

对于准刚性圆柱而言,其边界条件为表面的径向速度连续,于是得到

$$[v_{i\rho}(\rho,\varphi,\omega) + v_{s\rho}(\rho,\varphi,\omega)]_{\rho=a} = w_0(\omega)\cos\varphi, \tag{3}$$

式中 $v_{i\rho}(\rho,\varphi,\omega)$ 和 $v_{s\rho}(\rho,\varphi,\omega)$ 分别是入射波和散射波的质点振动速度.

收稿日期:2019-05-20
* 国家自然科学基金项目(11604361)
** 通信作者:zhangyuchen18@ mails. ucas. ac. cn

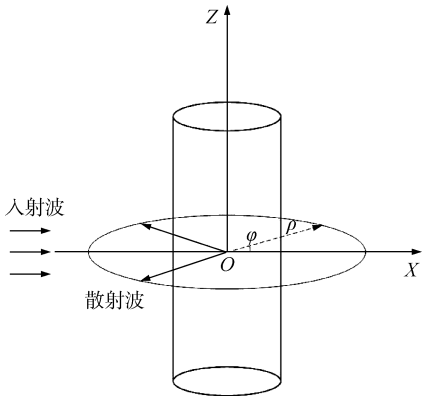


图 1 无限长准刚性圆柱体的声散射

在柱坐标下,入射波的声压和径向速度分别表示为:

$$p_i(\rho,\varphi,\omega) = p_{0i}\exp(ikx) = p_{0i}\exp(ik_0\rho\cos\varphi) = p_{0i}(\omega)\left[J_0(k_0\rho) + 2\sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(k_0\rho)\cos(m\varphi)\right], \tag{4}$$

$$v_{i\rho} = \frac{p_{01}(\omega)}{i\rho_0 c_0}\left[-J_1(k_0\rho)+2\sum_{m=1}^{\infty} i^m J'_m(k_0\rho)\cos(m\varphi)\right]. \tag{5}$$

散射波声压和径向速度分别表示为:

$$p_s(\rho,\varphi,\omega) = A_0(\omega)H_0^{(1)}(k_0\rho) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m(\omega)H_m^{(1)}(k_0\rho)\cos(m\varphi), \tag{6}$$

$$v_{s\rho} = \frac{1}{i\rho_0 c_0}\left[-A_0 H_1^{(1)}(k_0\rho) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m H_m^{(1)\prime}(k_0\rho)\cos(m\varphi)\right]. \tag{7}$$

将式(5)和式(7)代入式(3)中可得

$$\left[-p_{0i}(\omega)J_1(k_0a) - A_0(\omega)H_1^{(1)}(k_0a)\right] + \sum_{m=1}^{\infty}\left[i^m 2p_{0i}(\omega)J'_m(k_0a)+A_m(\omega)H_m^{(1)\prime}(k_0a)\right]\cos(m\varphi) = i\rho_0 c_0 w_0(\omega)\cos\varphi. \tag{8}$$

比较两边 $\cos(m\varphi)$ 的系数,可以得到:

$$A_0(\omega) = -\frac{J_1(k_0a)}{H_1^{(1)}(k_0a)}p_{0i}(\omega),$$

$$A_1(\omega)=\left[i\rho_0 c_0 w_0(\omega) - 2ip_{0i}(\omega)J'_1(k_0a)\right]\frac{1}{H_1^{(1)\prime}(k_0a)},$$

$$A_m(\omega) = -2i^m\frac{J'_m(k_0a)}{H_m^{(1)\prime}(k_0a)}p_{0i}(\omega). \tag{9}$$

与文献[21]中关于固定圆柱的声散射结果相比,柱体的可移动性仅对 $m=1$ 这一项产生了影响. 根据牛顿第二定律,圆柱的运动方程为

$$-i\omega m_c w_0(\omega) = F_x = a\int_0^{2\pi} p(a,\varphi,\omega)\cos\varphi d\varphi, \tag{10}$$

式中 m_c 表示单位长度圆柱体的质量, p 为总声场. 代入式(4)和式(6),可以计算圆柱体受到的力为

$$F_x = a\int_0^{2\pi}\left[p_i(\rho,\varphi,\omega) + p_s(\rho,\varphi,\omega)\right]_{\rho=a}\cos\varphi d\varphi, \tag{11}$$

亦即

$$F_x = 2ia\pi p_{0i}(\omega)\left[J_1(k_0a) - \frac{J'_1(k_0a)}{H_1^{(1)\prime}(k_0a)}H_1^{(1)}(k_0a)\right] + i\pi a\rho_0 c_0 w_0(\omega)\frac{H_1^{(1)}(k_0a)}{H_1^{(1)\prime}(k_0a)}. \tag{12}$$

将式(12)代入式(10)得

$$w_0(\omega) = -\frac{2a\pi p_{0i}}{m_c\pi + a\pi\rho_0 c_0 H_1^{(1)}(k_0a)/H_1^{(1)\prime}(k_0a)}R(\omega), \tag{13}$$

其中

$$R(\omega) = \left[J_1(k_0a) - \frac{J'_1(k_0a)H_1^{(1)}(k_0a)}{H_1^{(1)\prime}(k_0a)}\right] \tag{14}$$

在低频情况下可以近似表示为

$$w_0(\omega) \approx -\frac{2\pi a^2 p_{0i}(\omega)}{c_0(m_c + \rho_0\pi a^2)}, \tag{15}$$

这里出现的负号在物理上表示圆柱体的振动与入射声波的相位相反,而分母中的 $\rho_0\pi a^2$ 则等于相同的柱体体积排开的空气质量,在声辐射问题中经常被称为同振质量.

利用汉克尔函数的渐近性质,可以得到远场声场为

$$p_s(\rho,\varphi,\omega) \approx -p_{0i}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0\rho}}\exp\left(i\left(k_0\rho - \frac{\pi}{4}\right)\right)\psi_s(\varphi,\omega), \tag{16}$$

式中 $\psi_s(\varphi,\omega)$ 表示散射波随角度的空间分布,具体形式为

$$\psi_s(\varphi,\omega) = -\frac{J_1(k_0a)}{H_1^{(1)}(k_0a)}+\left[\frac{i\rho_0 c_0 w_0(\omega)}{p_{0i}(\omega)}-2iJ'_1(k_0a)\right]\cdot\frac{J'_1(k_0a)}{H_1^{(1)\prime}(k_0a)}\cos(\varphi) - \sum_{m=2}^{\infty}2i^m\frac{J'_m(k_0a)}{H_m^{(1)\prime}(k_0a)}\cos(m\varphi), \tag{17}$$

相应的径向速度为

$$v_{s\rho}(\rho,\varphi,\omega)\approx -\frac{p_{0i}}{\rho_0 c_0}\sqrt{\frac{2}{\pi k_0\rho}}\exp\left(i\left(k_0\rho - \frac{\pi}{4}\right)\right)\psi_s(\omega). \tag{18}$$

根据声强的计算公式,可以得到远场散射声强为

$$I_s(\rho,\varphi,\omega) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(P_s^* v_{s\rho}) = \frac{2I_{0i}}{\pi k_0 \rho}|\psi_s(\varphi,\omega)|^2, \tag{19}$$

式中 $I_{0i} = \dfrac{|p_{0i}(\omega)|^2}{2\rho_0 c_0}$ 是入射声强.

2　数值仿真模拟

根据理论计算结果进行数值仿真模拟. 假设位于空气中的无限长圆柱体是聚苯乙烯泡沫材料,半径为 0.01 m, 密度为 30 kg/m^3, 常温下的声速为 2 330 m/s. 材料的声阻抗是空气的近 170 倍,在空气中可以看成是很好的刚性散射体. 平面波垂直入射到其上,并且圆柱体可以自由移动.

2.1　散射声场的分布

假设入射平面波的频率(f)分别是 10 和 50 kHz,这 2 种情况下无量纲参量 ka 分别等于 1.8 和 9.1. 根据式(6),其散射声场分别如图 2(a)和2(b)所示. 在频率较低时,散射波的方向性不是很明显,圆柱周围存在向外辐射的声波,而当频率较高时,散射波的方向性更加显著,大部分声波几乎沿反方向"弹"回,另外在圆柱的背侧 2 个相对称的方向还存在旁瓣. 在药物的定向输送中,往往希望声波尽可能精确地作用于靶向粒子或靶细胞,而减小对周围组织的影响. 但在超声治疗等方面,通常又希望声波在一定强度限度的范围内作用于某一区域的组织或细胞,这里的分析为参数选择提供了一定的理论基础.

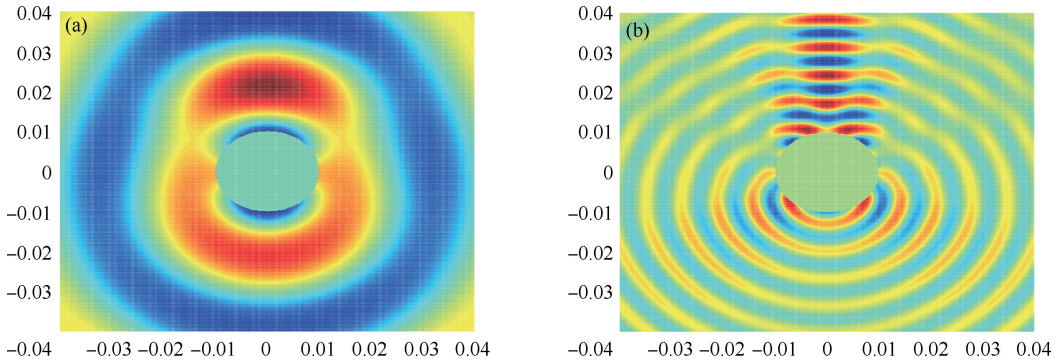


图 2　准刚性圆柱的散射声场(单位/m)

(a)f = 10 kHz;(b)f = 50 kHz

2.2　准刚性圆柱的受力

利用式(12),作出圆柱表面受力大小随入射声波频率的变化曲线如图 3 所示,其中纵坐标为 $|F_x|/(2a\pi p_{0i})$, 即归一化的单位长度圆柱受力大小. 不难发现,无论是固定还是可移动的情况,受力曲线随频率的变化趋势大体相同. 在低频时随频率的升高快速增大,在 f = 6 kHz,即 $ka \approx 1.1$ 左右时达到峰值,随后开始缓慢下降. 并且低频时两者几乎重合,在峰值处可移动圆柱体的受力明显更大,差异也最为显著. 随后可移动圆柱体的受力曲线随频率升高更快地下降,直至小于固定的圆柱体. 在实践中,峰值处往往是需要的频点,而 2 种情况差异最大的地方恰恰在峰值处,值得重视.

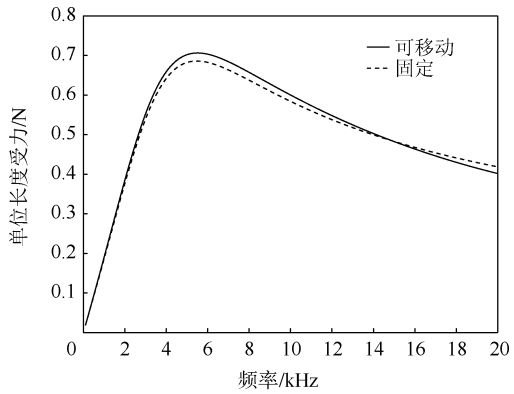


图 3　准刚性圆柱表面的受力大小随频率变化

2.3　散射方向的分布

根据式(17),在 f 分别为 2、5、10 和 20 kHz 的情况下作出方向性函数 $|\psi_s(\theta,\omega)|^2$ 随角度的分布,同时对每一种情况给出了固定圆柱体的结果作为对照,如图 4 所示. 对于可移动圆柱体,低频情况下,散射的方向性不是很明显,而随着频率的升高,散射波以入射方向为极大,该散射波与入射波反相叠加后相互抵消,形成"声影区". 通过比较可移动圆柱体和固定圆柱体的方向性图可以看出,在频率

较低时,两者由于柱体的前后振动向外辐射声波,这样的声场叠加到散射波上,使得各个方向上的声压都有明显的增加,即方向性函数在各个角度都有增加. 当频率升高时,由于振动引起的声压修正几乎可以忽略不计. 当 $f=20$ kHz,即 $ka=3.2$ 时,此时的 2 条曲线几乎完全重合.

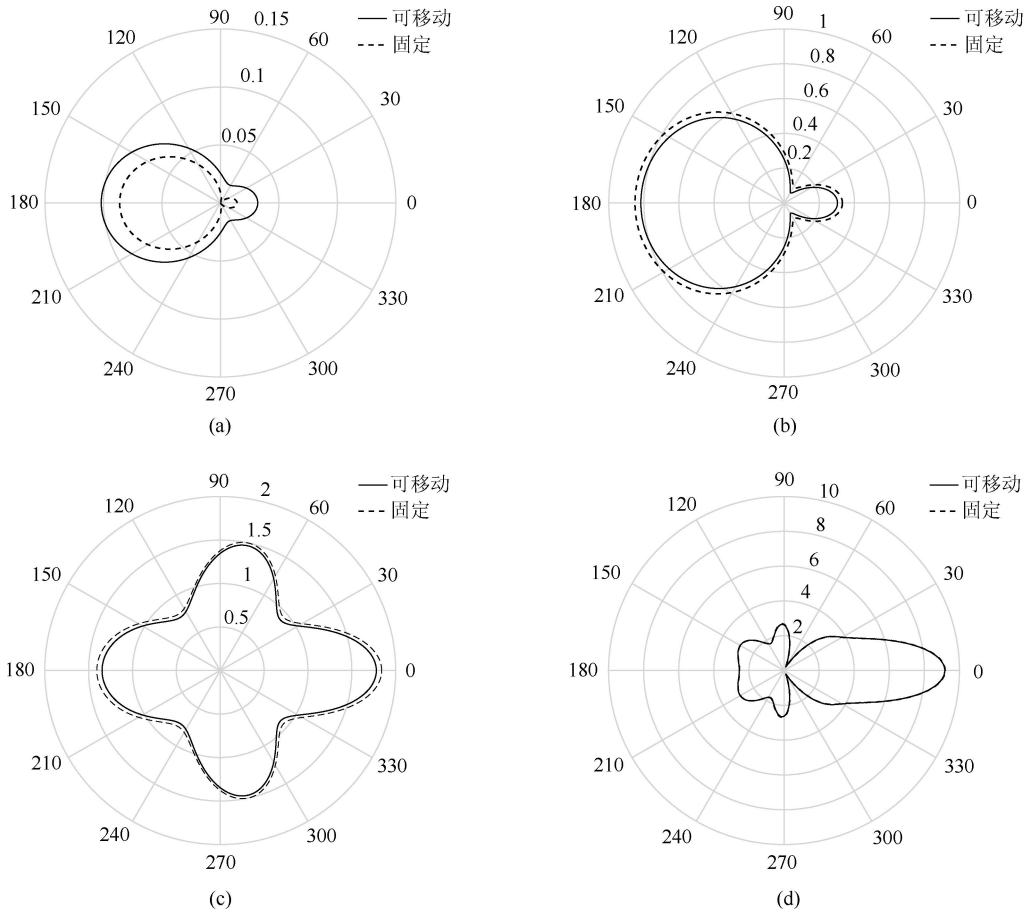


图 4 准刚性圆柱散射方向性(单位/(°),其中半径单位为 m)

(a)$f=2$ kHz;(b)$f=5$ kHz;(c)$f=10$ kHz;(d)$f=20$ kHz

3 结 论

本文针对传统的声散射理论中散射体固定在声场中这一较强的限制条件提出了改进,在假定散射体可以自由移动的情况下计算了散射声场,得到了表面受力大小的公式和方向性函数的表达式. 针对可以在空气中看成准刚性的物质聚苯乙烯泡沫进行了数值仿真,得到如下结论:

(1)在不同的入射频率下散射声场有着很大的不同. 在频率较低或 ka 值较小时,几乎没有呈现明显的方向性,而当频率较高或 ka 值较大时,方向性显得十分明显,大部分沿反方向反射回去,同时还有一些旁瓣的存在.

(2)低频时,圆柱体表面的受力随频率升高快速增加,在 $ka=1.1$ 左右达到峰值,随后随着频率的升高出现下降. 与固定圆柱体相比,可移动圆柱体在峰值处的受力更大,并且随后下降更快一些.

(3)散射方向的分布随着频率的升高变得更加复杂,方向性更加明显. 与固定圆柱体相比,可移动圆柱体在低频时的方向性图案显示出明显的不同,各个方向都有显著的增加,然而这样的差异随着频率的升高很快消失,即两者趋于一致.

由此可见,实际运用中对于可以看成准刚性而密度又不是很大的散射物体而言,假定散射物体固定在声场中可能会带来一定的误差,消除这一限制则会得到更加精确的结论. 本文的结论为检测声学中圆柱形状构件的散射问题,以及医学超声和材料工程等领域广泛使用的声学镊子的分析提供了理论参考.

参 考 文 献

[1] FARAN J J. Sound scattering by solid cylinders and spheres[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1951, 23(4): 405 – 418.

[2] EINSPRUCH N G, TRUELL R. Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical fluid obstacle in an elastic medium [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1960, 32(2): 214 – 220.

[3] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I: low frequency range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2): 168 – 178.

[4] MITRI F G, SILVA G T. Off-axial acoustic scattering of high-order Bessel vortex beam by a rigid sphere[J]. Wave Motion, 2011, 48(5): 392 – 400.

[5] MITRI F G. Equivalence of expressions for the acoustic scattering of a progressive high-order Bessel beam by an elastic sphere[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2009, 56(5): 1100 – 1103.

[6] JIANG Y F, ZHAO C L,LU X H. Radiation force of highly focused cosine-Gaussian beam on a particle in the Rayleigh scattering regime[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(6): 3959 – 3964.

[7] 李运思,苏明旭,宋延勇,等. 单个椭球颗粒声散射数值研究[J]. 南京大学学报(自然科学), 2015, 51(6): 1139 – 1147.

[8] 庄悦, 刘晓宙, 龚秀芬. 流体中多孔球中的声散射研究[J]. 南京大学学报(自然科学), 2011, 47(2): 134 – 140.

[9] 卓琳凯, 范军, 汤渭霖. FEM2B EM 耦合方法分析弹性目标的声散射问题[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(8): 1258 – 1261.

[10] MARSTON P L. Scattering of a Bessel beam by a sphere[J]. Journal of the Acoustic Society America, 2007, 121(2): 753 – 758.

[11] MARSTON P L. Acoustic beam scattering and excitation of sphere resonance:Bessel beam example [J]. Journal of the Acoustical Society America, 2007, 122(1): 247 – 252.

[12] NEUBAUER W G, VOGT R H, DRAGONETTE L R. Acoustic reflection from elastic spheres. I. Steady-state signals [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1974, 55(6): 1123 – 1129.

[13] 陈东梅, 张小凤, 张光斌,等. 高斯波束对水中球形粒子的声辐射力研究[J]. 压电与声光, 2013, 35(3): 329 – 332.

[14] WU J R, DU G H. Acoustic radiation force on a small compressible sphere in a focused beam[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 87(3): 997 – 1003.

[15] 陈冬梅, 张小凤, 张光斌,等. 高斯波束对水中刚性球的声辐射力研究[J]. 声学技术, 2012, 31(4): 394 – 397.

[16] QIAO Y P, ZHANG X F, ZHANG G B. Acoustic radiation force on a fluid cylindrical particle immersed in water near an impedance boundary[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(6): 4633 – 4641.

[17] QIAO Y P, ZHANG X F, ZHANG G B. Axial acoustic radiation force on a rigid cylinder near an impedance boundary for on-axis Gaussian beam[J]. Wave Motion, 2017, 74(7): 182 – 190.

[18] 程建春. 声学原理[M]. 北京: 科学出版社, 2012:247 – 250.

[19] 张晓凯, 鲁韶芬, 邱军, 等. 聚乙烯醇缩甲醛/甘油微栅膜的可控制备及其应用[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2019, 40 (1):20 – 23.

[20] 赵付丽. 偶氮聚合物的光致各向异性研究[J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2017, 38 (6): 37 – 41.

[21] 马建, 汪海宾, 高莎, 等. 刚性圆柱声散射特性的边界元法求解[J]. 南京大学学报(自然科学), 2018, 54(5): 875 – 886.

(下转第 40 页)

Evaluation of Geological Disaster Vulnerability in Xifeng County Based on Information Content Method

TIAN Chunyang[1] ZHANG Wei[1] ZHANG Ge[1,3] YAN Bingying[2] ZOU Zhiliang[2]

(1. College of Urban and Environmental, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning 116029;
2. Hydrogeological and Engineering Geological Survey Institute of Liaoning Province, Dalian Liaoning 116037;
3. Heilongjiang University of Science and Technology, Harbin Heilongjiang 150001)

Abstract: The occurrence of geological disasters not only threatens the safety of human life and property, but also has a significant effect on economic development and social stability. This paper evaluats the risk of geological hazards and analyzes the causes of its occurrence based on the selected evaluation indexes such as gradient, slope direction, relief, lithology degree of hardness and softness, distance from rivers, annual average precipitation, the types of land use and distance from roads. This paper get the Xifeng County geological disaster assessment map based on ArcGIS platform and combined with the information model. The results show that:(1) high-prone areas mainly distribute in the south, southeast and northeast of Xifeng County, as well as along the banks of rivers and roads; medium-prone areas and low-prone areas distribute along the high rock periphery in turn. (2) Xifeng County geological disaster development is mainly controlled by the influence factors of the slope, rock hard and soft degree, and affected by the precipitation and road representing human activity intensifies which is induced by the river. And the Xifeng County geological disaster degree of different distribution is mainly caused by the action of multiple factors such as land use type, the slope and the terrain fluctuation degree.

Keywords: Xifeng County; geological hazards; information quantity model; risk assessment; ArcGIS

(上接第 27 页)

Acoustic Scattering of a Movable Quasi-rigid Cylinder for Plane Wave

ZANG Yuchen[1,2]

(1. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract: The scattering sound field of a movable infinite cylinder for plane waves was calculated theoretically, and the force on the surface of the cylinder and the directivity function of the scattering sound field were derived. Taking the polystyrene foam which can be regarded as quasi-rigid material relative to air as an example, numerical simulation was carried out based on the theoretical results. The results showed that the directivity of the scattering sound field was significantly related to the frequency of the incident sound waves. The higher the frequency, the stronger the directionality. It was quite different from the fixed cylinder at low frequencies, while tended to be consistent with each other at high frequencies. There was a peak force on the surface of the cylinder, which was significantly different from that of the fixed cylinder at the peak. The research results eliminated the limitation of the fixity of the scattering object in the traditional theory, and provided the necessary theoretical basis for the identification of moving targets and the location of the defects in practice.

Keywords: acoustic scattering; movable cylinder; force on the surface; directivity