DOI:10.19789/j.1004-9398.2018.06.003

用运算律认识小数乘法的意义*

赵世恩[1]** 宁春霞[2] 张 雪[3]

(1. 首都师范大学初等教育学院,北京 100048; 2. 济南阳光100中学,山东 济南 250022; 3. 北京景山学校远洋分校,北京 100040)

摘 要

本文首先以小数乘法为例,诠释与"运算律"相关的数学课程的教学思路;其次针对"小数乘法"与运算律的关联性,对"小数乘法"这节课进行教学设计;最后,关于运算律的教学,给出了相关的教学建议.

关键词: 运算能力,乘法分配律,乘法结合律,小数乘法.

中图分类号: G623.5

运算律是小学数学"数与代数领域"中的一个重要内容. 对于"运算律"的熟练掌握,不仅有助于学生简算思维的形成,同时有利于学生运算能力的提升. "运算律"的教学内容在课标(2011版)的第二学段(4~6年级)中体现. 主要包括整数、小数及分数的加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法分配律[2]. 关于"运算律",其知识点之间的衔接性与关联性较为清晰,但在教材中与运算律相关的其他内容的数学知识并没有明确的标注,这导致教师在教学实践中往往会忽略"运算律"与其它数学知识的潜在联系. 在小学阶段,与"运算律"相关的数学知识涉及性较为广泛. 因此,本文从小学数学教材中选取与运算律有着潜在联系的"小数乘法",以此为例,来诠释与"运算律"相关的数学课程的教学思路. 此外,针对"小数乘法"与运算律的关联性,尝试对"小数乘法"进行教学设计. 最终对"运算律"提出相应的教学建议.

在进行教学设计前,首先梳理小数乘法与运算律间的关系,为后续教学活动的设计做铺垫. 以下是我们在知识层面中对于运算律与小数乘法之间相关性的思考.

1 运算律与小数乘法的相关性

1.1 乘法分配律与小数乘法意义的关系

整数乘小数是在小数乘法的第一课时中的内容,大部分教师对于这一部分知识内容的讲解都会从整数乘法的意义入手. 例如 3×0.5,表示的是3个0.5相加. 应用到一个具体的数学情境中,可以这样表述:

一个橡皮0.5元,买3个需要花费多少元?

学生通过此类模型很容易理解 3×0.5 这种表达的意义. 但事实上,上述的解释仍是整数乘法的意义,即"相等的量相加". 同样以 3×0.5 为例,考虑下述情境:

某人1小时走3公里,问0.5小时走多少公里.

对于上述问题,仍用"3个0.5相加"来解释显然是不对的. 传统的小数乘法教学中,教师往往会忽略对于小数乘法意义的多方面理解. 用单一模型讲解小数乘法的意义,会使学生陷入误区,同时对后续小数乘小数的意义理解形成影响. 确切地说,学生不明白这种模型下为什么要用乘法,即 3×0.5 为什么表示"3的一半"! 这一点在[4]中有较为详细的研究.

事实上,用乘法分配律诠释上述小数乘法的意义是很自然的. 为了说明这一点,分以下几步来阐述:

第一步,可以让学生领会 3×0.5 的值一定比 3×1 小;

收稿日期:2017-10-26

* 国家自然科学基金(11401399)资助项目.

**通信作者

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第二步,由于 3×0.5 的值比 3×1 小,考虑将两个 3×0.5 相加,即 $3\times0.5+3\times0.5$;

第三步,利用分配律,可以得到 $3\times0.5+3\times0.5=3\times(0.5+0.5)=3\times1=3$.

按照如上过程,3×0.5 为"3 的一半"则很容易理解.

综上所述,通过分析乘法分配律与小数乘法的关联性,找到学习小数乘法意义的新方法:运用已经习得的乘法分配律的相关知识内容将小数乘法的表达式变形,以此理解小数乘法的多重含义.这样的教学思路不仅能够加深学生对于小数乘法意义的多种理解,同时也巩固了与运算律相关的知识内容,对乘法分配律的应用也更为灵活.因此,在教学中教师应注意对小数乘法意义的全面讲解,打破对其含义理解的单一模型,让学生学会运用已有知识经验解决新问题.

1.2 乘法结合律与小数乘法的意义的关系

用乘法分配律释义小数乘法的意义,有助于学生对其含义理解的初步认识.掌握方法后,任意小数都可按照此形式进行理解.如 3×0.1,我们可以写出 10 个 3×0.1 相加的形式:

$$3\times0.1+3\times0.1+\cdots+3\times0.1,$$

整理最终形式为 3×1,两者结果相等.而 3×0.1 则可理解为 3×1 的十分之一.反之,3×0.1 的含义可表示为 3 的十分之一(而不仅仅是 3 个 0.1).任何整数与小数相乘,都可适用于此变形.

以此为基础,用乘法结合律可深化对于小数意义的进一步理解.以具体的例子来说明,如 3×0.7,我们可以考虑利用结合律:

$$3\times0.7=3\times(0.1\times7)=(3\times0.1)\times7.$$

3×0.1 通过乘法分配律整合的方法理解为 3 的十分之一(即十分之一个三);再与 7 相乘则理解为 3 的十分之七(即十分之七个三).所以整数乘小数都可变形为整数 $\times0.1\times$ 整数,具体的思考过程为先通过乘法分配律变形解释整数 $\times0.1$ 的含义,再将其看做一个整体,进行进一步的理解.

总之,巧用乘法分配律与结合律解释小数乘法的意义,有助于学生对小数乘法的习得过程更为灵活、高效,同时可避免传统课堂中对于小数乘法知识内容的死记硬背式的学习.

1.3 小数乘法算理与乘法运算律的关系

在小数乘法的教学中,对"小数乘法"算理的理解和表述是本节课的重点和难点[3].针对此问题,我们认为:找到小数乘法与乘法运算律的关系,并进行变式,可以促进学生对"小数乘法"算理的理解和表述.以 7×0.22 为例,其计算方法为:先将 7×0.22 转化为 7×22,最后根据因数的小数点个数确定积的小数点位置.其中蕴含的算理为:先将 0.22 扩大 100 倍转化为整数,最后根据乘法的性质将所得结果缩小到原来的一百分之一.用乘法运算律解释这一过程更为清晰:首先将 7×0.22 转化为 $7\times0.01\times22$ 的形式,再通过乘法交换律及乘法结合律变形为 $(7\times22)\times0.01$.此转化的过程则进一步印证了小数乘法的算理,同时也解释了为什么在小数乘法的运算中可以先不看小数点将其视为两个整数相乘,最后再将小数点补位.

在小数乘法的教学实践中,教师通常把教学重点落在对于小数乘法的准确计算中,因此对于算理的教学,大部分也是以对计算方法的练习为主.学生通过练习,很容易学会小数乘法的计算方法,但并不能理解方法背后蕴含的意义.这样的学习方法,最终能为学生留下什么呢?因此,在教学中应该充分的利用学生所学的所有学习资源,提取与新知识的相关记忆,深入挖掘每个知识点背后蕴含的信息.这样的学习方式不仅能够促进学生对于单个知识点的理解,同样能训练学生的数学思维,习得数学方法.所以,找到乘法运算律与小数乘法间的紧密关系并灵活的应用,可赋予小数乘法算理更为丰富的理解.使学生不仅能够习得算理,同时更加了解算理背后蕴含的信息,以促进与其相关知识的学习.

2 小数乘法的教学设计

常规的数学课堂中,部分教师淡化了小数乘法意义的教学,把重点放在计算的算理和方法的总结上.小数乘法意义的理解是学习小数乘法的基础,对于小数乘法算理的学习起着重要作用,因此不应被忽视.通过对乘法运算律与小数乘法知识间的关联性分析,确定了如下的教学思路:一是运用乘法运算律的相关特性全面理解小数乘法的意义.二是运用乘法运算律的知识内容加深对"小数乘法"的算理理解.以下为小数乘法的教学设计.

2.1 教材分析

(1)本部分内容是在学生掌握了整数四则运算,小数的意义和性质、小数加减法及乘法"运算律"的基础上进行教学的.整数的乘法是小数乘法学习的前提,所以这部分内容在编排和讲解上应注

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

意联系整数运算,此外乘法运算律与小数乘法有着密不可分的关联,同样应注意乘法运算律对于小数乘法学习的影响.

(2) 小数乘法的意义是在整数乘法的意义、小数的意义、分数的初步认识(包括求一个数几分之几的应用题)的基础上进行教学的. 小数乘法的意义比整数乘法的意义有了进一步的扩展. 小数乘以整数包含两种情况: 第一种理解与整数乘法的意义相同,第二种表示为求一个数的十分之几,百分之几……是整数乘法意义上的扩展. 小数乘以小数,则直接表示为表示为求一个数的十分之几、百分之几……小数乘法的计算法则和整数乘法的计算法则相似,不同的是要在最终的结果里确定小数点的位置. 应注意,运用乘法运算律释义小数乘法的意义及小数乘法的计算法则,有助于学生对知识点的深入理解.

2.2　学情分析

学生已经具备了整数的四则运算、小数的意义和性质,乘法运算律的相关知识内容与方法. 在这种情况下,应注意调动学生头脑中的已有认知经验,利用旧知识建构并重组新知识. 如乘法运算律与小数乘法的意义及小数乘法计算法则之间的关系,通过已经学过的知识习得对新知识的理解.

2.3　学习目标

(1) 通过乘法运算律,全面理解小数乘法的意义.

(2) 理解并掌握小数乘法的运算法则,并能正确的进行计算.

2.4　教学活动过程

(1) 复习导入

①下面各数,把小数点去掉,各扩大了多少倍?

2.7　3.6　0.06　0.78

②下面各数,缩小 10 倍,100 倍,1 000 倍后各是多少?

67　3 700　7 280　2 450

(2) 情境导入,引入新课

① 课件呈现“买橡皮”的情境,画面上呈现四种价格不同的橡皮. 提问: 从中可以看出哪些数学信息?

② 先解决买三个一号橡皮需要花多少钱? 请同学列出算式. (教师板书 3×0.5)

③ 这个算式与我们之前学过的算式有哪些不同呢? 请同学回答后,教师板书课题: 小数乘法.

(3) 初步理解小数乘法的意义

① 3×0.5 表示怎样的意义? (提示学生按照整数乘法的意义进行理解.)

② 课件呈现如下情境: 某人 1 小时走 3 公里,问 0.5 小时走多少公里. (此环节让学生感受到用整数乘法的含义解释 3×0.5 是不够的)

③ 3×0.5 与 $3\times0.5+3\times0.5$ 之间有怎样的关系? (学生回答后,提示: 用乘法分配律的形式可以将小数乘法转化为整数乘法,整数乘以小数的意义不仅仅有一种表示方法)

④ 按照以上方法,7×0.5 表示怎样的含义? 7×0.1,15×0.1 呢? 此环节设计的目的是让学生学会用乘法分配律的性质将小数运算变形,进而去理解小数乘法多方面的意义. 同时习得此方法,将其运用到任意的小数乘法.

(4) 深入理解小数乘法的意义

① 8×0.7 与 $8\times0.1\times7$ 有怎样的关系? 用到乘法的哪些运算律?

② 5×0.25 表示怎样的意义? 按照上述方法,可以将其转化为怎样的形式?

③ 运用乘法运算律理解下列算式的意义.

25×0.7　38×0.06　45×0.08

上述 3 个环节的设计是为了打开学生的思路,灵活应用乘法分配律和乘法结合律,从多个角度来理解小数乘法的含义.

④ 教师总结: 整数乘以小数有两种含义,分别对应两种情况,第一种与整数乘法的意义相同,第二种表示为求一个数的十分之几,百分之几. 在这个环节中,老师应着重强调运算律的作用!

(5) 练习: 计算下列式子,并理解其中算理的含义.

35×0.8　67×0.4　15×0.05　16×0.75

此教学设计以认识小数乘法与运算律之间的关系为基础,在教学中利用两者的关系,将运算律的性质灵活的运用到小数乘法的学习中. 笔者认为,在对某一章节的内容进行教学之前,都应先找到与本章节内容相关的其他知识内容,无论是学生已经习得的亦或是将要学习的,都应从整体上对知识内容进行相关联的理解. 本节课的整体教学思路则遵循以上原则. 在学习小数乘法之前,学生已经习得关于“运算律”的全部知识,“运算律”的知识内容作为学生头脑中的已有经验,为学生重组并建构与小数乘法相关的新知识提供方法. 此外,对于“运算律”相

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

关知识的回忆能够促进学生更为全面的理解小数乘法的含义,也有助于学生对于乘法运算律的深入理解.

3 教学建议

运算能力主要体现在运算律的掌握以及灵活使用,到了中学体现的极其明显,小学教师也能忽视这一点.为了学生对于"运算律"更为熟练的掌握,教师首先要从整体上梳理与运算律相关的其他知识内容,清楚知识内容间的相互联系.其次,在"运算律"相关知识内容的教学中做好铺垫或渗透,将其灵活的运用到相关知识的学习中,以此为基础进行教学设计.因此我们对于运算律的教学有如下两个建议:

第一,如果所学内容涉及到运算律,但授课的时间在学运算律之前,例如"凑十法"本质上是加法结合律,老师们不能使用运算律的知识,但在讲运算律的时候,前面的知识可以作为使用运算律的例子,让学生充分感受到运算律的应用是十分普遍的.

第二,如果所学内容涉及到运算律,而且授课的时间在学运算律之后,例如"小数乘法"本质上是乘法分配律,老师们应充分利用运算律的知识,使学生不仅能够理解新知识,而且也加深了对运算律的认识.

参 考 文 献

[1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准[S].2011 版.北京:北京师范大学出版社,2012.

[2] 教育部基础教育课程教材专家工作委员会.义务教育数学课程标准解读[M].2011 版.北京:北京师范大学出版社,2012.

[3] 中华人民共和国教育部.义务教育课程标准实验教科书[M].北京:人民教育出版社,2006.

[4] 闫云梅,刘琳娜.五年级学生对小数乘法意义理解水平的调研与分析[J].北京教育学院学报:自然科学版,2012,7(2):31-35.

The Understanding of the Meaning of the Decimal Multiplication with the Operations Law

Zhao Shien[1] Ning Chunxia[2] Zhang Xue[3]

(1. Elementary Education College, Capital Normal University, Beijing 100048; 2. Sunshine 100 Middle School, Ji'nan Shandong 250022; 3. Yuanyang Branch Beijing Jingshan School, Beijing 100040)

Abstract

Based on the decimal multiplication as an example, the paper first establishes the teaching ideas of mathematics curriculum related to operations law. Second, according to the association of "decimal multiplication" and the operations law, we give a teaching design of "decimal multiplication". Finally, we give some suggestions for the operations law of teaching.

Key words: operation ability, distributive law of multiplication, associative law of multiplication, decimal multiplication.

通信作者 赵世恩(1981-),男,汉族,河北省蔚县,首都师范大学初等教育学院,副教授,研究方向:基础数学、小学数学教育.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net