DOI:10.19789/j.1004-9398.2016.04.008

复数的逻辑真理性与物理存在

张立新
(南通师范高等专科学校如皋校区,江苏 如皋 226500)

摘 要

在求解三次方程过程中,探讨了代数学的原始虚数和复数域的逻辑真理性. 从物质有序运动与复数的联系揭示了复数的存在真理性,将物理学的复数应用分为两类: 一类是为计算简便采用数学变换而出现的复数,称之为物理学变换复数; 另一类是在理论体系的逻辑起点出现的复数,称之为物理学的原始复数.

关键词: 虚数单位,复数域,逻辑真理性,存在真理性.
中图分类号: O4-4

复数包含着实数和虚数,其中虚数起源于$\sqrt{-1}$,这个开平方远离生活经验且有悖于既往的数学逻辑,历史上曾使得许多人感到不可思议. 然而一旦突破认识论的局限性人们便进入了更为广阔的复数逻辑天地. 成功求解三次方程反映出复数的逻辑真理性; 复数与物质运动的联系彰显出复数的存在真理性. 总之复数不仅蕴含在逻辑思维的数学方程中,而且蕴含在物质的结构与运动秩序之中.

1 代数学中的原始虚数

人类从发现虚数到逐步构建复数域、从对虚数的困惑排斥到全面理解接纳复数经过了漫长而曲折的历史发展过程. 今天,大多数理工科的同学不像数学系那样必修高次方程,他们跳过了虚数诞生的代数学逻辑原理,直接进入复数运算与物理学应用,很容易重现古人的困惑. 只有理解了高次方程求解中引入虚数的逻辑必然,才能较轻松地接受复数及复变函数对于物质运动规律的描述.

有书籍介绍: 复数概念的引入最初是为了求解$x^2+1=0$这样的没有实根的方程,由此诞生了虚数. 笔者认为这种解释缺乏说服力. 从实践方面看,该方程与实际应用无丝毫联系,它不能提供任何感性认识来帮助人们理解虚数的存在. 从理论方面看,这个简单方程无法使人们从整个复数域的逻辑统一性来理解方程的虚数解. 因此在人们对虚数完全无知的情况下,执著地要解这个方程必然陷入$\sqrt{-1}$的逻辑困境,暂时认为该方程无解并不违背当时既有的实数运算规则. 总之这个简单二次方程不能使代数学内部产生尖锐的矛盾,因而不能产生足够强大的动力导致虚数的诞生.

然而,求解三次方程过程中暴露出的实数域的局限性使人们再也无法回避负数开方的问题了. 我们知道三次方程的一般形式可表述为

$$t^3+bt^2+ct+d=0$$

对未知量做适当变换可消去二次项,原方程转化为

$$x^3+px+q=0$$

求解这个缺项方程等价于求解一般形式的三次方程. 该方程求根公式表述为"实数域卡丹公式"

$$x=\sqrt[3]{\alpha}+\sqrt[3]{\beta}$$

其中

$$\alpha=-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$$

$$\beta=-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$$

现求解一个具体方程

$$x^3-21x+20=0$$

将原方程分解因式

$$(x-4)(x+5)(x-1)=0$$

容易求得三个实根

$$x_1=4 \quad x_2=-5 \quad x_3=1$$

人们自然想到用卡丹公式来求解,对于上述三次方

收稿日期: 2015-10-22

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

程显然有

$$p = -21 \quad q = 20$$

代入公式求 α 和 β

$$\alpha = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} = -10 + \sqrt{-243}$$

$$\beta = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} = -10 - \sqrt{-243}$$

注意: 这里遇到前所未有的困难: 负数需要开平方! 当时的数学家大惑不解: 为什么用因式分解很容易求解的三次方程用卡丹公式却不可以呢? 为什么两种方法无力做到殊途同归呢? 逻辑严谨的数学显然无法回避这个矛盾,此时不正视负数开方问题就不能解决代数变换与数值计算之间的尴尬局面. 在求解三次方程的尖锐矛盾的推动下人们终于开始探索负数开平方的问题了. 因此求解三次方程过程中出现的 $\sqrt{-1}$ 可视为数学发展史上的原始虚数.

2 一个成功的假设: 令 $\sqrt{-1} = \mathrm{i}$

早期人们无法理解 $\sqrt{-1}$ 的现实意义,也无法对 $\sqrt{-1}$ 施行开方计算,数学家将 $\sqrt{-1}$ 用一个字母 i 表示,并把 $\sqrt{-1} = \mathrm{i}$ 叫做虚数单位. 那时候 $\sqrt{-1} = \mathrm{i}$ 也许是为了书写的简洁方便、也许是无奈的权宜代号. 可数学发展史告诉我们: 令 $\sqrt{-1} = \mathrm{i}$ 是一个成功的假设. 这个假设延续至今没有过时,随着数学文化的发展还将继续使用下去. 同学们知道,在自然数公理化基础上建构了实数集,在实数集基础上添加 $\sqrt{-1} = \mathrm{i}$ 的假设扩展为复数集,并成功地建构了包括各种复数运算规则的复数域.

笔者以为: 复数域的建构体现了辩证逻辑与形式逻辑的和谐统一. 复数域存在两个矛盾统一的逻辑前提

$$(\pm 1)^2 = 1$$

$$(\pm \mathrm{i})^2 = -1$$

二者组合是辩证逻辑数学化的定量体现. 矛盾性表现为相同的平方运算得到两个相反数 +1 和 −1; 统一性体现在它们共存于复数域前提之中. 两个运算式的组合反映出辩证逻辑矛盾,而不是形式逻辑矛盾.

如果出现 $(\pm 1)^2 = 1$ 且 $(\pm 1)^2 = -1$

或者出现 $(\pm \mathrm{i})^2 = 1$ 且 $(\pm \mathrm{i})^2 = -1$

这是数学所不允许的形式逻辑矛盾.

3 复数域的逻辑真理性

人类最终心悦诚服地接受复数是因为它的逻辑真理性. 早期人们采用因式分解法只能求出那些容易分解因式的三次方程,而不能求解所有的三次方程. 采用“实数域卡丹公式”也不能尽如人意,因为在实数域施行数值计算时会碰到运算限制,所以实数域卡丹公式充其量也只能求解少数方程的实根. 复数域建立后人们运用“复数域卡丹公式”终于能够畅通无阻地求解所有三次方程了. 现将复数域卡丹公式表述如下[1]

$$x_1 = \sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}$$

$$x_2 = \omega_1 \sqrt[3]{\alpha} + \omega_2 \sqrt[3]{\beta}$$

$$x_3 = \omega_2 \sqrt[3]{\alpha} + \omega_1 \sqrt[3]{\beta}$$

其中 ω_1 和 ω_2 是 1 的三个立方根中的两个

$$\omega_1 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}120^\circ} \quad \omega_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}120^\circ}$$

让我们运用“复数域卡丹公式”及欧拉公式 变换继续求解前面无法计算的 α 和 β

$$\alpha = -10 + \mathrm{i}\sqrt{243} = 18.52025918\mathrm{e}^{\mathrm{i}122.6801839^\circ}$$

$$\beta = -10 - \mathrm{i}\sqrt{243} = 18.52025918\mathrm{e}^{-\mathrm{i}122.6801839^\circ}$$

并且将 α 与 β 的数值代入“复数域卡丹公式”求三次方程的三个根. 为同学们感受复数演绎的神奇特给出详细运算过程

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} \\ &= 2.645751311\mathrm{e}^{\mathrm{i}40.89339463^\circ} + 2.645751311\mathrm{e}^{-\mathrm{i}40.89339463^\circ} \\ &= 2 + \mathrm{i}1.7321 + 2 - \mathrm{i}1.7321 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \omega_1 \sqrt[3]{\alpha} + \omega_2 \sqrt[3]{\beta} \\ &= 2.645751311\mathrm{e}^{\mathrm{i}(120^\circ + 40.89339463^\circ)} + 2.645751311\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(120^\circ + 40.89339463^\circ)} \\ &= -2.5 + \mathrm{i}0.86602 - 2.5 - \mathrm{i}0.86602 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= \omega_2 \sqrt[3]{\alpha} + \omega_1 \sqrt[3]{\beta} \\ &= 2.645751311\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-120^\circ + 40.89339463^\circ)} + 2.645751311\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(-120^\circ + 40.89339463^\circ)} \\ &= 0.5 - \mathrm{i}2.59808 + 0.5 + \mathrm{i}2.59808 \\ &= 1 \end{aligned}$$

这是令人激动的时刻: 因式分解法与卡丹公式法终于到达殊途同归的完美境界! 在求解三次方程

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的过程中,我们进入了无穷无尽的无理数世界、进入了不可思议的虚数复数世界,最终居然顺利返回到实数世界,成功地求出三个简洁的整数根,且与因式分解的结果完全相同. 此时此刻相信每位同学原来忐忑不安的疑虑立刻转变为巨大的惊喜,一定感受到复数域逻辑真理性的强大力量!

复数域保持了与实数域的逻辑统一性,它包含了全部实数运算规则. 复数域不但可以施行加减乘除运算,而且可以施行乘方开方运算,实数域无法完成的负数开偶次方在复数域可以完成. 求解高次方程的实践表明,复数域前提作为辩证逻辑与形式逻辑的结合非但没有影响逻辑的严谨反而使复数域成为更大的形式逻辑系统. 复数的逻辑真理在解方程中得到彰显,复数各种运算的实用价值也在解方程中得到体现.

与实数域比较复数域是更完备的数域系统. 这里所谓"完备"是指复数的加减乘除运算结果落在复数域之中; 复数的乘方开方运算结果也落在复数域之中; 复数的极限运算结果还是落在复数域之中. 从解方程方面看,实代数方程的根可能跑到实数域之外导致方程无解; 但复代数方程的根总落在复数域内,不可能出现无解情形,即复数域是一个完备的数域系统. 哥德尔定理指出: 任何一个相容的公理化逻辑系统中总存在一些命题,它们在该系统中既不能被证明也不能被证伪. 就是说逻辑系统不可能拥有绝对完备性,故复数域亦复如此.

4　方程根的逻辑检验

数学的正确性需要接受逻辑检验与实践检验. 纯数学不代表具体物理对象因而无法选择测量仪器,于是纯数学问题首先是接受逻辑检验. 对代数方程而言,如果在解方程过程中严格按照逻辑规则演绎那么已满足逻辑真理标准了. 为严谨起见还是需要逻辑检验,数学方程的逻辑检验标准是: 左边 = 右边. 数学家们在求解高次方程过程中总结出根式解法、公式解法[2] 以及数值解法. 对无数的代数方程,无论是实数解、虚数解还是复数解,其验根的结果都能够满足方程左边 = 右边. 数域发展史表明: 从自然数到整数、从整数到分数、从正数到负数、从有理数到无理数、从实数到复数,每一次数系的拓展都与解方程有联系,新数系的逻辑性蕴含在解方程与验根的演绎过程中. 在确认了复数域逻辑真理后方可将构建复数域的基本假设 $\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 提升到公理地位.

5　虚数单位与基本维度

$\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 是人类的一个远古假设. 有人说 $\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 这个开方没有开出来,仅仅人为赋予结果一种符号表示而已,且所给符号不是唯一的,在数学中人们用 i 表示,在交流电路中由于 i 表示电流于是换用 j 表示虚数单位. 看来用什么符号表示 $\sqrt{-1}$ 确实人为因素. 那么 $\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 有没有开出来呢? 从欧拉公式蕴含的几何意义来理解: 这个开平方真是开出来了,$\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 它开天辟地的开出了空间一个新维度,这个新维度垂直于实轴且被称为虚轴. 从 $\pm\sqrt{-1}=\pm\mathrm{i}$ 可知,如果 i 表示了虚轴的一个方向,则 $-\mathrm{i}$ 表示它的相反方向,显然 $\pm\mathrm{i}$ 表示诞生了新直线而不是射线. 实轴与虚轴的正交关系反映出实数与虚数的空间对称与虚实对等.

6　复数域的存在真理性

复数在解方程中的卓越表现使它在数学理论中获得存在位置,即使没有物理应用的支撑,复数域本身已具备逻辑真理性. 如果发现复数能够与某些物质有序运动相吻合,即满足自然科学、社会科学与哲学经常强调的"实践检验的标准",那么将进一步揭示出复数的存在真理性. 令人惊叹的是,迄今为止人类发现和发明的大部分数学既是逻辑的真理又是存在的真理,即数学逻辑与物质存在具有天然的统一性.

6.1　物理学中的变换复数

数学变换在数学理论和物理学方法中得到广泛应用,数学变换目的就是把物理学中遇到的复杂运算转换为简单运算. 如果两个集合之间存在同构映射关系,那么可以将物理问题从一个运算较困难的集合变换到另外一个运算较简单的集合,完成计算后再将数学结论通过反变换回归到原集合之中.

6.1.1　相量变换(即复数变换)

线性电路的时域理论是分析电路的基本方法. 根据基尔霍夫定律建立电路的微分方程,并考虑初始条件求解方程,可得到电源激励之下电路系统的电流电压响应. 时域理论的基尔霍夫定律用微分方程表述为

$$\Sigma i(t)=0$$
$$\Sigma e(t)+\Sigma u(t)=0$$

且电抗元件的伏安关系式用微积分形式表示. 这种方法思路清晰是求解线性电路的有效理论. 但对于

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

复杂电路求解微分方程非常繁琐,并且时域理论也不适宜做电路的频率响应分析.

微分方程的繁琐促使人们去寻找更为简便的数学方法. 同学们知道,交流电路频率恒定时,可用有效值与初相位两个物理量来描述. 联想到复数作为二元数也包含着两个要素: 模和幅角,那么是否可以用复数替代正弦函数呢? 科学家正是沿着这样的思路做了探索. 为解决问题方便人们又将交流电路的暂态响应与稳态响应分开考虑,专门研究电路的稳态解. 研究发现: 对线性运算而言(加减法与数乘),正弦函数集与复数集之间存在 $1-1$ 对应的"同构映射"关系. 于是可用复数替代正弦函数、用复数的线性运算替代正弦函数的线性运算,且把这种替代叫做"相量变换"也叫做"复数变换". 因此基尔霍夫定律用相量形式表述为[3]

$$\sum \dot{I} = 0$$

$$\sum \dot{E} + \sum \dot{U} = 0$$

易见该电路定律与时域电路定律表达形式完全相同. 各元件的伏安关系概括为统一的复数欧姆定律 $\dot{U} = \dot{I}Z$,它在正弦稳态电路具有普遍适用性.

相量变换的数学方法称为频域理论,其特点是将求解微分方程转换为求解复数代数方程,使运算过程得到简化. 从基尔霍夫定律解出的电流与电压相量经过反变换还原为正弦函数,在实函数中与实践测量建立联系. 但复阻抗不存在"反变换",它是频域理论中引入的新物理量,是一个纯复数而不是相量,在原来正弦函数集中找不到它的映射原象. 令人欣慰的是: 复阻抗虽然不可以"反变换"但它可以直接与测量实践挂钩!

复阻抗怎样与实践测量相联系呢? 同学们知道,虚数单位 j 作为基本维度确实不可测量,j 是数学逻辑的产物不是测量的结果. 人们用仪器直接或者间接测量的是复阻抗的模与幅角,或者说测量的是复阻抗的实部与虚部系数,这些二元数都是实数. 即可测量的"实数对"与复阻抗也存在 $1-1$ 对应的映射关系. 因此说从复数电路定律计算得到的复阻抗,它提供的"实数对"可接受实践检验; 实践测量得到的元件"实数对",经过映射转换成复阻抗方可参于复数电路定律运算. 可见虚数单位 j 不可测量的神秘性不会妨碍我们去检验复数理论计算与仪器测量是否吻合的实践活动! 最基本的映射是纯电感的复阻抗与测量"实数对"的映射

$$Z_L = \omega L e^{j90^\circ} \Leftrightarrow (\omega L, 90^\circ)$$

$$Z_L = j\omega L \Leftrightarrow (0, \omega L)$$

及纯电容的复阻抗与测量"实数对"的映射

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} e^{-j90^\circ} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\omega C}, 90^\circ\right)$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow \left(0, \frac{1}{\omega C}\right)$$

人们从复阻抗直接与实验测量的联系获得启发,容易理解频域理论中的阻抗函数 $Z(\omega)$、导纳函数 $Y(\omega)$、网络函数 $H(\omega)$ 同样直接与实践发生关系. 事实上电路系统的频率响应只有在频域理论中研究,时域理论对此无能为力.

相量变换的数学方法不仅适用于低频电磁运动的交流电路,并且拓展到高频电磁运动的电磁场方程. 时变电磁场中最重要的是稳态变化的交变场,随时间做简谐振荡的电磁场常称为时谐电磁场. 一般工程技术的应用都是这种时谐场,任意时谐场可以运用傅里叶分析展开为不同频率的时谐场的迭加. 对于时谐稳态电磁波而言,运用低频电路发展起来的相量变换可以使问题得到简化. 通过复数变换方法,时域麦克斯韦方程组可以转化为复数麦克斯韦方程组; 时域电磁场波动方程可转化为复数波动方程(亥姆霍兹方程); 时域的传输线电报方程可转化为复数电报方程. 时域方程转换为频域方程后时间变量已不存在,电场量与磁场量仅是空间坐标的函数求解起来相对方便[4]. 对于时谐平面波方程和时谐传输线方程,它们的三维坐标都转化为一维坐标,成了一维标量的亥姆霍兹方程,求解起来更加方便.

需要指出,频率恒定时对于线性运算而言,正弦函数集、平面矢量集、复数集三者是等价的,它们都有 $1-1$ 对应的同构映射关系. 基于正弦函数集与平面矢量集的同构变换关系,有电工学介绍矢量法求解正弦稳态电路的方法,虽然矢量法具有直观形象的优势,但它只能求解一些简单的交流电路. 还要指出,有人说一个复数不过是平面上的一个矢量,复数运算代表了矢量的运算,因此人们对虚数的困惑可通过复数的"矢量几何特征"来解释. 笔者理解: 复数与平面矢量的关系是数学变换关系. 试图以复数的"矢量几何特征"来消除虚数困惑那么立刻会出现新的困惑: 为什么复数集与矢量集的等价性局限在线性运算范围? 为什么复数乘法与矢量的点乘叉乘以及混合乘法风马牛不相及? 为什么复数有除法而矢量不能做除法运算? 笔者体会: 复数的几何特征反映出复数集与矢量集之间的数学映射,复数的

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

神秘性固然需要它所映射的几何特征来帮助理解，但令人顿悟的根本因素是复数的代数学逻辑基础.

6.1.2　拉普拉斯变换

线性电路另一种常用的数学变换称为拉普拉斯，由于变换中引进了复频率概念 $s = \sigma + j\omega$，因此这种变换为复频域理论. 研究发现: 对线性运算而言(加减法与数乘)，拉氏变换的原函数集与象函数集之间同样存在 1 - 1 对应的“同构映射”关系. 于是可用象函数的迭加运算替代原函数的迭加运算. 基尔霍夫定律用象函数表述为[5]

$$\Sigma I(s) = 0$$
$$\Sigma E(s) + \Sigma U(s) = 0$$

易见该电路定律与时域电路定律的形式同样是完全一致. 各元件的伏安关系由拉氏变换表述，求出象函数后要进行拉氏反变换才能得到原函数解，即电路系统的时域响应.

有了相量变换为何还要引入拉氏变换呢? 拉氏变换比相量变换更具普遍性. 相量变换与拉氏变换的共同优点都是把微分方程变换为代数方程，从而大大简化了运算过程. 但相量变换只能求电路系统的稳态响应不能求解暂态响应. 拉氏变换不但可求电路稳态响应且同时求出电路暂态响应，就是说拉氏变换得到的是系统的全响应.

相量变换中电源激励函数是简单的正弦函数. 激励源为周期性非正弦函数时相量变换仍然有效: 先将信号分解为傅里叶级数、然后取级数前几项计算直流分量和各次谐波分量作用下的稳态响应、最后根据迭加原理将各分量稳态响应迭加，因不同频率的相量不可迭加，所以计算结果要表达为各谐波的正弦响应之和. 如果激励电源为非周期函数那么相量变换将失效需要选择拉普拉斯变换. 拉氏变换中电源激励函数千姿百态，如阶跃函数、矩形脉冲函数、冲激函数、任意函数等，奇异函数经过拉氏变换后转化为简单的初等函数，为解决电路激励所对应的响应提供了方便.

相量变换中引进了阻抗函数 $Z(\omega)$、导纳函数 $Y(\omega)$、网络函数 $H(\omega)$ 的概念，可以研究电路谐振现象与部分电路的频率响应问题. 拉氏变换中引进了复频域网络函数 $H(s)$，它比频域网络函数 $H(\omega)$ 更具普遍意义. 从复频域网络函数 $H(s)$ 的零点极点分布图可以确定系统的时域特性，还可以确定系统的频域响应特性. 网络函数 $H(s)$ 特别善于描述系统的频率响应，比如通信电路的高通、低通、带通、带阻等各种滤波器的性能实际上就是关于它们频率响应的研究[6]. 电路数学变换中出现复数定律与复数运算的情形如图 1 所示. 笔者理解: 线性电路的数学变换中出现的复数，它们不是物质运动的原始数学描述，但与原始数学描述之间存在映射关系，我们称为物理学的变换复数.

6.2　物理学中的原始复数

经典量子力学的理论框架类似于欧氏几何学的公理化系统，它建立在五条基本假设之上[7]，其中三条假设直接含有虚数单位. 力学量的算符中含有虚数单位 i

能量算符	$i\hbar \dfrac{\partial}{\partial t}$
动量算符	$-i\hbar \nabla$
角动量算符	$-i\hbar (r \times \nabla)$

波函数中含有虚数单位 i

$$\Psi(r,t) = \psi(r)\, e^{iEt/\hbar}$$

薛定谔方程中含有虚数单位 i

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi + U(r,t)\,\Psi$$

量子力学的核心内容是薛定谔方程，它告诉人们电子在电场中运动、特别是在原子核的电场中运动时所遵守的秩序. 实践是检验真理的标准，判断薛定谔方程是否正确，就要看解这个方程得到的结论是否与实验相符. 事实上，求解薛定谔方程的得到的结果能够与实验一致. 对于氢原子核外电子的运动，薛定谔方程给出了能级本征值的精确解，与实验光谱完全吻合; 量子理论成功地解释了分子共价键的形成，证明了两个氢原子以共价键结合时能量处于最低谷，因此能构成稳定的氢分子，理论计算出氢分子结合能的数值与实验测量数值相当吻合; 考虑电子自旋磁矩的量子化能够说明光谱的精细结构; 结合泡利不相容原理能够解释化学元素周期律的事实; 量子力学的能带理论能够解释导体、绝缘体、半导体的存在事实等等. 总之，以假设为基础建构起来的量子力学理论，接受了实验的检验今后还将继续接受实验的检验，只有那些经得起实验检验的假设才能够保留下来最终得到大家的公认. 笔者理解: 由于虚数单位 i 出现在逻辑起点的理论假设之中，因此量子力学的复数可视为物理学的原始复数. 当然有别于数学原始复数，这里不存在 $\sqrt{-1} = ?$ 的基本代数问题.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

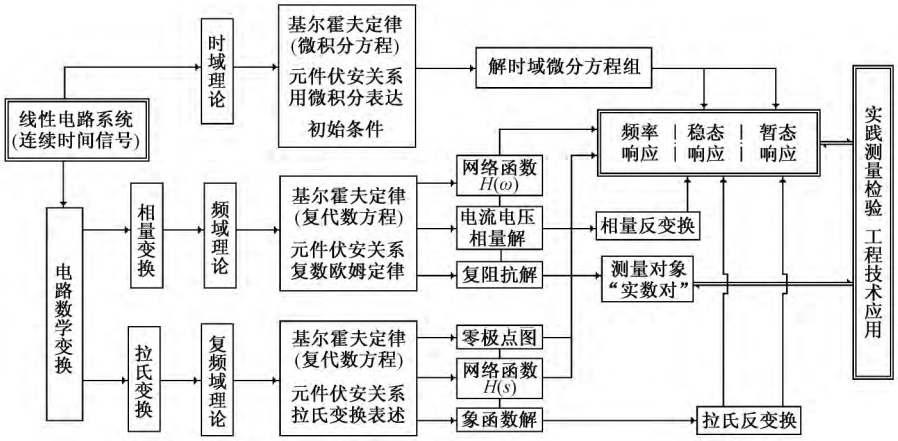


图1 电路数学变换中出现复数

7 结 语

求解高次方程中产生了虚数,并形成了公理化逻辑系统的复数域. 因此代数方程中出现的复数可确认是数学的原始复数. 物质的结构与运动秩序中也蕴含着复数. 电路系统的相量变换和拉普拉斯变换中出现的复数,麦克斯韦方程、波动方程以及电报方程的复数形式,这些复数不是物质运动的原始描述,但它们与原始描述之间存在映射关系,我们称为物理学的变换复数. 量子力学假设中出现的虚数单位、四维时空坐标中出现的虚数时间[8],超光速运动中出现的虚数质量[9],这些虚数位于物理学理论体系的逻辑起点,包含着物质运动基本属性,可称为物理学的原始复数.

复数域的逻辑真理性从理论方面奠定了 $\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 的公理地位; 复数域的存在真理性则从实践方面进一步巩固了 $\sqrt{-1}=\mathrm{i}$ 的公理地位. 笔者理解: 数学有着不以人的意志为转移的客观规律,人们在数学研究中更多的是发现而不是发明. 常数 π、常数 e、毕达哥拉斯定理等数学信息是自然界固有的; 欧拉公式以及它所包含的 i 与 1 的正交关系也是自然界固有的. 在宇宙不同区域不同历史时期也许有不同的数学,比如银河系中心的数学可能不同于太阳系的人类发现的数学; 蕴含在大爆炸奇点中的数学断然不同于当今的数学. 可以设想奇点蕴含着极大的负熵,以至于经过几百亿年的沧桑演化呈现出今天的宇宙结构和秩序,并诞生了地球智慧生命与一切生命. 数学基础的某些不确定性的缘故也许因为无限自然的无限发展决定了数学本质上应是流动的数学. 我们相信: 从远古到今天再到无限遥远的未来,无论自然怎样演化发展,数学将伴随自然运动永恒同在.

参 考 文 献

[1] [美] 德比希. 代数的历史: 人类对未知量的不舍追踪[M]. 北京: 人民邮电出版社,2010: 50 – 53.
[2] 谭志中. 电阻网络模型[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社,2011: 9 – 19.
[3] 江辑光,刘秀成. 电路原理(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社,2010: 185.
[4] 张克潜,李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社,2001: 12 – 112.
[5] 蒋学华,陈佩江,左玉虎. 电路原理[M]. 北京: 清华大学出版社,2014: 305.
[6] 郑君里,应启珩,杨为理. 信号与系统(第二版)上册[M]. 北京: 高等教育出版社,2009: 208 – 222.
[7] 周世勋. 量子力学教程(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社,2012: 223 – 224.
[8] 王正行. 简明量子场论[M]. 北京: 北京大学出版社,2008: 3.
[9] 耿天明. 超光速运动的可能性[J]. 首都师范大学学报(自然科学版),2002,23(1): 33 – 38.

(下转第 45 页)

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

The Form and Method of Elastic Collision in the Reference Frame of Center of Mass

Zhang Tingyu[1]　Hu Yangyang[2]

(1. Junior middle school, Beijing Chenjinglun High School, Beijing　100020; 2. College of Education, Capital Normal University, Beijing　100048)

Abstract

The process of elastic collision in the reference system of mass center is studied. The formula of the reference system of mass center is obtained. A new understanding of the "Newton collision law" and the "equation of state" is elaborated. Finally, it sums up the inspiration to the teaching and learning.

Key words: reference system of mass center, elastic collision, Newton collision law.

(上接第 40 页)

Logical Verity and Physical Existence of Complex Numbers

Zhang Lixin

(Nantong Normal College Rugao Campus, Rugao Jiangsu　226500)

Abstract

In the process of solving cubic equations, the original complex in algebra and the logical verity of complex are discussed. The existence verity of complex is discussed based on their relationship with physical motion laws in the nature. The application of complex in physics is divided into two categories: in one category, complex is used as a mathematical transformation for simple calculation, called transformation complex in physics; in the other category, complex appears in the logical starting point of the theoretical system, which is known as the original complex in physics.

Key words: unit of imaginary numbers, complex number field, logical verity, existence verity.

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net