DOI:10.19789/j.1004-9398.2019.02.001

余维有限的内蕴理想表示形式的存在唯一性*

时红廷 李慧敏 陈江涛 高 畅

(首都师范大学数学科学学院,北京 100048)

摘 要

本文给出了余维有限的内蕴理想表示形式的存在唯一性,证明了内蕴理想的内蕴生成元组是存在唯一的.

关键词: 分岔; 余维数; 内蕴理想; 内蕴生成元

中图分类号: O175.11

1 引言和术语

分岔理论研究系统由于参数变化而引起的稳定性变化过程,它分为静态分岔和动态分岔两个方面. 本文所研究的内容属于静态分岔理论. 静态分岔理论研究方程多个解相遇时的奇点情况. 用来研究静态分岔和动态的 Hopf 分岔问题的奇点理论和群论方法最初是在 1970 年前后由 Thom R 提出,随后由 Mather J 给出了严格的数学证明. 此后,Arnold V I([1],[2]) 以及 Golubitsky([3~7]) 等人的工作大大丰富和发展了该方面的理论和应用,本课题组的部分相关工作参见文献[9~15].

设 $f: U\to R$ 和 $g: V\to R$ 分别是在原点 $(0,0)\in \mathbf{R}^2$ 的邻域 U 和 V 上有定义的 $\mathbf{C}^\infty$ 函数. 若存在 $(0,0)\in \mathbf{R}^2$ 的邻域 $W\subset U\cap V$,使得 $f|_W = g|_W$,则称 f 和 g 等价. 显然,这在由 $(0,0)\in \mathbf{R}^2$ 的邻域到 R 中的映射组成的集合中是一个等价关系,称此等价关系的每个等价类为一个芽. 所有这些芽构成芽空间 $\varepsilon_{x,\lambda}$,同理可定义芽空间 ε_λ.

定义 1[7] 设 $g\in\varepsilon_{x,\lambda}$,称 (x_0,λ_0) 是 $g(x,\lambda)$ 的奇点,如果 $g(x_0,\lambda_0)=0$,且 $g'_x(x_0,\lambda_0)=0$.

定义 2[7] 设 $g\in\varepsilon_{x,\lambda}$,称 (x_0,λ_0) 是 $g(x,\lambda)$ 的分岔点,如果 $g(x_0,\lambda_0)=0$,且当参数 λ 由小于 λ_0 变为大于 λ_0 的过程中,$n(\lambda)$ 发生了变化,其中 $n(\lambda)$ 表示 $g(x,\lambda)=0$ 的解的个数. 此时,我们也称 $g(x,\lambda)=0$ 是以 x 为状态变量,λ 为分岔参数的分岔问题.

静态分岔理论用于研究形如 $h(x,\lambda)=0$ 的分岔问题,这里 $h\in\varepsilon_{x,\lambda}$. 对它引进等价关系,使之保持分岔情况不变.

定义 3[7] 设 $g,h\in\varepsilon_{x,\lambda}$,称 g 与 h 等价,如果 $g(x,\lambda)=S(x,\lambda)\,h(X(x,\lambda),A(\lambda))$,其中 $S,X\in\varepsilon_{x,\lambda}$,$A\in\varepsilon_\lambda$,且 $S(0,0)>0$,$X'_x(0,0)>0$,$X(0,0)=0$,$A(0)=0$,$A'(0)>0$.

特别地,若 $A(\lambda)\equiv\lambda$,则称 g 与 h 强等价.

定义 4[7] 1) $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的线性子空间 F 称为 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的理想,如果对任意的 $f\in F$ 和 $a\in\varepsilon_{x,\lambda}$,总有 $af\in F$.

2) $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中理想 F 称为内蕴理想,如果对 $g,f\in\varepsilon_{x,\lambda}$,当 $f\in F$ 且 g 与 f 强等价时,$g\in F$.

定义 5[7] 设 $g(x,\lambda)\in\varepsilon_{x,\lambda}$,$g(x,\lambda)$ 的限制切空间是指 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中有限生成理想 $RT(g)=[g,xg_x,\lambda g_x]$.

对于 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中线性子空间 V,用 $\mathrm{codim}V$ 表示 V 在 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的余维数. 全文中 $\mu=<x,\lambda>$ 也即 $\mu=\{f|f\in\varepsilon_{x,\lambda},f(0,0)=0\}$.

命题 1.1[7] 设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真理想. 那么,$\mathrm{codim}F<+\infty$ 当且仅当存在正整数 k 使得 $\mu^k\subset F$.

命题 1.2[7] 设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的内蕴理想,且 $\mathrm{codim}F<+\infty$,那么,F 可表为下述形式:

$$F=\mu^m+\mu^{m_1}<\lambda^{r_1}>+\cdots\cdots+\mu^{m_n}<\lambda^{r_n}>, \tag{1.1}$$

其中 $m,m_i,r_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 皆为非负整数.

收稿日期: 2018-05-24

* 北京市教委科技发展计划项目(KM201710028003)

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

文献[7]指出,若 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真内蕴理想,则可选取命题 1.1 中的非负整数 $m,m_i,r_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 使满足

$$m > m_1 + r_1 > m_2 + r_2 > \cdots\cdots > m_n + r_n > 0 < r_1 < r_2 < \cdots\cdots < r_n. \quad (1.2)$$

并将单项式 $x^m, x^{m_1}\lambda^{r_1}, x^{m_2}\lambda^{r_2}, \cdots, x^{m_n}\lambda^{r_n}$ 定义为 F 的内蕴生成元.

但是,至今为止,对任意给定的 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真内蕴理想 F,国内外相关学者并没有给出上述非负整数列的存在唯一性证明.

本文将证明,对任意给定的 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真内蕴理想 F,存在唯一的一组形如(1.2)的非负整数列 $m, m_i, r_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 使得(1.1)式成立. 此结论的重要性在于:我们首次证明了,对任意给定的 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真内蕴理想 F,其内蕴生成元组是唯一的.

内蕴理想是应用奇点理论研究静态分岔问题的重要工具,且内蕴生成元是解决分岔问题的识别问题的关键性概念. 因此,对任意给定的 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中的真内蕴理想 F,其内蕴生成元组必须是唯一的,否则,内蕴生成元的概念将无从谈起. 所以,本文的结果弥补了文献[1]中的一点漏洞,是有意义的工作.

设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中理想,且 $\mathrm{codim}F < +\infty$,则易知:$F$ 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真理想当且仅当 $F \neq \varepsilon_{x,\lambda}$.

因此,本文只需对真理想进行研究即可.

2 预备性命题

在给出主要结论之前,首先给出若干命题.

命题 2.1 设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真理想,且 $\mathrm{codim}F < +\infty$. 那么,$F$ 是内蕴理想当且仅当 F 可表为下述形式之一:

(1) 存在正整数 k,使得 $F = \mu^k$;

(2) 存在正整数 k,s 和非负整数 $k_i,l_i(i=1,2,3,\cdots,s)$,使得

$$F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} >.$$

证明: 命题 1.1 和命题 1.2 的直接推论.

命题 2.2 设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真内蕴理想,$\mathrm{codim}F < +\infty$,且对任意正整数 $m, F \neq \mu^m$. 那么,存在正整数 k,s 和非负整数 $k_i,l_i(i=1,2,3,\cdots,s)$,使得

$$F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} >, \quad (2.1)$$

其中 $k > k_1 + l_1 > k_2 + l_2 > \cdots\cdots > k_s + l_s > 0$,且 $0 < l_1 < l_2 < \cdots\cdots < l_s$.

证明: 因为 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真内蕴理想,$\mathrm{codim}F < +\infty$,且对任意正整数 $m, F \neq \mu^m$,于是由命题 1.2 知,存在非负整数 $k,s,k_i,l_i(i=1,2,\cdots,s)$,使得(2.1)式真.

因为 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真理想,所以 k 是正整数(若不然,则 $k=0$,于是 $\mu^k = \mu^0 = \varepsilon_{x,\lambda}$,于是 $F = \varepsilon_{x,\lambda}$,这与 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真理想相矛盾.)

若某个 $l_i = 0$,则 $\mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > = \mu^{k_i}$,从而 $\mu^k + \mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > = \mu^k + \mu^{k_i} = \mu^{\min\{k,k_i\}}$;又因对任意正整数 $m, F \neq \mu^m$,故 l_i 不全为零. 所以,不妨设 $l_i(i=1,2,\cdots,s)$ 皆为正整数.

若对某个 $k_i + l_i$,有 $k_i + l_i \geqslant k$,则 $\mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > \subset \mu^k$,从而 $\mu^k + \mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > = \mu^k$,于是 $\mu^{k_i} < \lambda^{l_i} >$ 可从表达式中去掉. 所以,不妨设 $k > k_i + l_i(i=1,2,\cdots,s)$.

若对某 i,j,有 $l_i = l_j$,则 $\mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > + \mu^{k_j} < \lambda^{l_j} > = \mu^{\min\{k_i,k_j\}} < \lambda^{l_i} >$. 所以,不妨设 $i \neq j$ 时,$l_i \neq l_j$. 所以,不妨假设 $0 < l_1 < l_2 < \cdots\cdots < l_s$.

若对某个 $i, k_i + l_i \leqslant k_{i+1} + l_{i+1}$,其中 $1 \leqslant i < s$. 因 $l_i < l_{i+1}$,于是,$\mu^{k_{i+1}} < \lambda^{l_{i+1}} >$ 中所有生成元皆在 $\mu^{k_i} < \lambda^{l_i} >$ 中,从而 $\mu^{k_{i+1}} < \lambda^{l_{i+1}} > + \mu^{k_i} < \lambda^{l_i} > = \mu^{k_i} < \lambda^{l_i} >$,于是 $\mu^{k_{i+1}} < \lambda^{l_{i+1}} >$ 可从表达式中去掉. 于是,不妨假设 $k_i + l_i > k_{i+1} + l_{i+1}(i=1,2,\cdots,s-1)$.

综上知,命题 2.2 得证.

3 主要结论和证明

下述定理是命题 1.2 的推广.

定理 3.1 设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真理想,且 $\mathrm{codim}F < +\infty$. 那么,$F$ 是内蕴理想当且仅当 F 可表为下述形式之一:

(1) 存在唯一的正整数 k,使得 $F = \mu^k$;

(2) 存在唯一的一组正整数 k,s 和非负整数 $k_i, l_i(i=1,2,3,\cdots,s)$,使得

$$F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} >, \quad (3.1)$$

其中 $k > k_1 + l_1 > k_2 + l_2 > \cdots\cdots > k_s + l_s > 0$,且 $0 < l_1 < l_2 < \cdots\cdots < l_s$.

证明: $\Leftarrow$)(充分性)显然真.

$\Rightarrow$)(必要性)设 F 是 $\varepsilon_{x,\lambda}$ 中真内蕴理想,且 $\mathrm{codim}F < +\infty$.

因 $\mathrm{codim}F < +\infty$,于是由命题 1.1 知,存在唯一的正整数 k 使得 $\mu^k \subset F$,且 $\mu^{k-1} \not\subset F$.

若 $F = \mu^k$,则必要性得证. 不妨设对任意正整

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

数 m,$F \neq \mu^m$. 于是由命题 2.2 知,存在正整数 k,s 和非负整数 k_i,l_i($i = 1,2,3,\cdots,s$),使得(3.1)式真,其中 $k > k_1 + l_1 > k_2 + l_2 > \cdots\cdots > k_s + l_s > 0$,且

$$0 < l_1 < l_2 < \cdots\cdots < l_s. \tag{3.2}$$

下面将证明: F 满足(3.2)的形如(3.1)的表达式是唯一的.

事实上,若存在另一组非负整数 $\bar{k}$,n,$\bar{k}_i$,$\bar{l}_i$($i = 1,2,\cdots,n$),使得

$$F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_n} < \lambda^{l_n} >,$$

其中 $\bar{k} > \bar{k}_1 + \bar{l}_1 > \bar{k}_2 + \bar{l}_2 > \cdots\cdots > \bar{k}_n + \bar{l}_n > 0$,且 $0 < \bar{l}_1 < \bar{l}_2 < \cdots\cdots < \bar{l}_n$.

欲证 F 满足(3.2)的形如(3.1)的表达式是唯一的,即要证

$$k = \bar{k}, s = n, k_i = \bar{k}_i, l_i = \bar{l}_i (i = 1,2,\cdots,n).$$

断言 1: $k = \bar{k}$.

事实上,若断言 1 不真,则 $k \neq \bar{k}$. 不妨设 $k < \bar{k}$,则 $x^k \in \mu^k \subset F$,也即有

$$x^k \in \mu^k \subset F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_n} < \lambda^{l_n} >,$$

于是可设

$$x^k = a(x,\lambda)\, x^{\bar{k}} (\mathrm{mod}(< \lambda >)),$$

其中 $a(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}$.

上式两边同时 $\frac{\partial^k}{\partial x^k}(0,0)$,得 $k! = 0$,与 $k! \neq 0$ 矛盾! 断言 1 得证.

断言 2: $k_s + l_s = \bar{k}_n + \bar{l}_n$.

事实上,若断言 2 不真,则 $k_s + l_s \neq \bar{k}_n + \bar{l}_n$,不妨设 $k_s + l_s < \bar{k}_n + \bar{l}_n$. 因 $\lambda^{k_s+l_s} \in \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} > \subset F$,也即

$$\lambda^{k_s+l_s} \in \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} > \subset \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{\bar{k}_n} < \lambda^{\bar{l}_n} >,$$

可设

$$\lambda^{k_s+l_s} = \sum_{i=0}^{k} a_i(x,\lambda)\, x^i \lambda^{\bar{k}-i} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=0}^{k_j} a_{ji}(x,\lambda)\, x^{\bar{k}_j - i} \lambda^{\bar{l}_j + i}, \tag{3.3}$$

其中 $a_i(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(i = 0,1,\cdots,\bar{k})$,$a_{ji}(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(j = 1,2,\cdots,n; i = 0,1,\cdots,\bar{k}_j)$. 因

$$\bar{k} > \bar{k}_1 + \bar{l}_1 > \bar{k}_2 + \bar{l}_2 > \cdots\cdots > \bar{k}_n + \bar{l}_n > k_s + l_s > 0.$$

(3.3)式两边同时 $\frac{\partial^{k_s+l_s}}{\partial x^{k_s} \partial \lambda^{l_s}}(0,0)$,得 $k_s! l_s! = 0$. 与 $k_s! l_s! \neq 0$ 矛盾! 断言 2 得证.

断言 3: $k_s = \bar{k}_n, l_s = \bar{l}_n$.

事实上,若断言 3 不真,则由断言 2,不妨设 $k_s < \bar{k}_n$,且 $l_s > \bar{l}_n$. 由于

$$\mu^{k_s} < \lambda^{l_s} > = < x^{k_s}\lambda^{l_s}, x^{k_s-1}\lambda^{l_s+1}, x^{k_s-2}\lambda^{l_s+2}, \cdots, x\lambda^{k_s+l_s-1}, \lambda^{k_s+l_s} >$$

且

$$\mu^{\bar{k}_n} < \lambda^{\bar{l}_n} > = < x^{\bar{k}_n}\lambda^{\bar{l}_n}, x^{\bar{k}_n-1}\lambda^{\bar{l}_n+1}, x^{\bar{k}_n-2}\lambda^{\bar{l}_n+2}, \cdots, x\lambda^{\bar{k}_n+\bar{l}_n-1}, \lambda^{\bar{k}_n+\bar{l}_n} >,$$

所以

$$x^{\bar{k}_n}\lambda^{\bar{l}_n} \in \mu^{\bar{k}_n} < \lambda^{\bar{l}_n} > \subset F = \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} >.$$

可设

$$x^{\bar{k}_n}\lambda^{\bar{l}_n} = \sum_{i=0}^{k} a_i(x,\lambda)\, x^i \lambda^{k-i} + \sum_{j=1}^{s} \sum_{i=0}^{k_j} a_{ji}(x,\lambda)\, x^{k_j - i} \lambda^{l_j + i}, \tag{3.4}$$

其中 $a_i(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(i = 0,1,\cdots,k)$,$a_{ji}(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(j = 1,2,\cdots,s; i = 0,1,\cdots,k_j)$. 因

$$k > k_1 + l_1 > k_2 + l_2 > \cdots\cdots > k_{s-1} + l_{s-1} > k_s + l_s = \bar{k}_n + \bar{l}_n > 0, l_s > \bar{l}_n,$$

(3.4)式两边同时 $\frac{\partial^{\bar{k}_n+\bar{l}_n}}{\partial x^{\bar{k}_n} \partial \lambda^{\bar{l}_n}}(0,0)$,得 $\bar{k}_n! \bar{l}_n! = 0$,与 $\bar{k}_n! \bar{l}_n! \neq 0$ 矛盾! 断言 3 得证.

断言 4: $k_{s-1} + l_{s-1} = \bar{k}_{n-1} + \bar{l}_{n-1}$.

事实上,若断言 4 不真,则 $k_{s-1} + l_{s-1} \neq \bar{k}_{n-1} + \bar{l}_{n-1}$,不妨设 $k_{s-1} + l_{s-1} > \bar{k}_{n-1} + \bar{l}_{n-1}$. 因 $x^{\bar{k}_{n-1}}\lambda^{\bar{l}_{n-1}} \in \mu^{\bar{k}_{n-1}} < \lambda^{\bar{l}_{n-1}} > \subset F$,也即

$$x^{\bar{k}_{n-1}}\lambda^{\bar{l}_{n-1}} \in \mu^{\bar{k}_{n-1}} < \lambda^{\bar{l}_{n-1}} > \subset \mu^k + \mu^{k_1} < \lambda^{l_1} > + \cdots\cdots + \mu^{k_s} < \lambda^{l_s} >,$$

可设

$$x^{\bar{k}_{n-1}}\lambda^{\bar{l}_{n-1}} = \sum_{i=0}^{k} a_i(x,\lambda)\, x^i \lambda^{k-i} + \sum_{j=1}^{s} \sum_{i=0}^{k_j} a_{ji}(x,\lambda)\, x^{k_j - i} \lambda^{l_j + i}, \tag{3.5}$$

其中 $a_i(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(i = 0,1,\cdots,k)$,$a_{ji}(x,\lambda) \in \varepsilon_{x,\lambda}(j = 1,2,\cdots,s; i = 0,1,\cdots,k_j)$. 因

$$k > k_1 + l_1 > k_2 + l_2 > \cdots\cdots > k_{s-1} + l_{s-1} > \bar{k}_{n-1} + \bar{l}_{n-1} > 0, l_s = \bar{l}_n,$$

(3.5)式两边同时 $\frac{\partial^{\bar{k}_{n-1}+\bar{l}_{n-1}}}{\partial x^{\bar{k}_{n-1}} \partial \lambda^{\bar{l}_{n-1}}}(0,0)$,得 $\bar{k}_{n-1}! \bar{l}_{n-1}! =$

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

0. 与 $\bar{k}_{n-1}!\bar{l}_{n-1}!\neq 0$ 矛盾! 断言 4 得证.

断言 5: $k_{s-1}=\bar{k}_{n-1}, l_{s-1}=\bar{l}_{n-1}$.

事实上,若断言 5 不真,则由断言 4,不妨设 $k_{s-1}<\bar{k}_{n-1}$,且 $l_{s-1}>\bar{l}_{n-1}$. 由于

$$\mu^{k_{s-1}}<\lambda^{l_{s-1}}>=<x^{k_{s-1}}\lambda^{l_{s-1}}, x^{k_{s-1}-1}\lambda^{l_{s-1}+1}, x^{k_{s-1}-2}\lambda^{l_{s-1}+2},\cdots, x\lambda^{k_{s-1}+l_{s-1}-1}, \lambda^{k_{s-1}+l_{s-1}}>$$

且

$$\mu^{k_{n-1}}<\lambda^{l_{n-1}}>=<x^{k_{n-1}}\lambda^{l_{n-1}}, x^{k_{n-1}-1}\lambda^{l_{n-1}+1}, x^{k_{n-1}-2}\lambda^{l_{n-1}+2},\cdots, x\lambda^{k_{n-1}+l_{n-1}-1}, \lambda^{k_{n-1}+l_{n-1}}>,$$

所以

$$x^{\bar{k}_{n-1}}\lambda^{\bar{l}_{n-1}}\in\mu^{k_{n-1}}<\lambda^{\bar{l}_{n-1}}>\subset F=\mu^{k}+\mu^{k_1}<\lambda^{l_1}>+\cdots\cdots+\mu^{k_s}<\lambda^{l_s}>.$$

可设

$$x^{\bar{k}_{n-1}}\lambda^{\bar{l}_{n-1}}=\sum_{i=0}^{k}a_i(x,\lambda)x^i\lambda^{k-i}+\sum_{j=1}^{s}\sum_{i=0}^{k_j}a_{ji}(x,\lambda)x^{k_j-i}\lambda^{l_j+i},\quad (3.6)$$

其中 $a_i(x,\lambda)\in\varepsilon_{x,\lambda}(i=0,1,\cdots,k)$, $a_{ji}(x,\lambda)\in\varepsilon_{x,\lambda}(j=1,2,\cdots,s;i=0,1,\cdots,k_j)$. 因

$$k>k_1+l_1>k_2+l_2>\cdots\cdots>k_{s-1}+l_{s-1}=\bar{k}_{n-1}+\bar{l}_{n-1}>0, l_s>l_{s-1}>\bar{l}_{n-1},$$

(3.6) 式两边同时 $\frac{\partial^{\bar{k}_{n-1}+\bar{l}_{n-1}}}{\partial x^{\bar{k}_{n-1}}\partial\lambda^{\bar{l}_{n-1}}}(0,0)$,得 $\bar{k}_{n-1}!\bar{l}_{n-1}!=0$. 与 $\bar{k}_{n-1}!\bar{l}_{n-1}!\neq 0$ 矛盾! 断言 5 得证.

依此类推,我们证知:

$$k_{s-i}=\bar{k}_{n-i}, l_{s-i}=\bar{l}_{n-i}, i=0,1,2,\cdots,\min\{s-1,n-1\}.\quad (3.7)$$

断言 5 得证.

断言 6: $s=n$.

事实上,若断言 6 不真,不妨设 $n<s$. 由断言 1 和(3.7)知,

$$x^{k_1}\lambda^{l_1}\in F=\mu^{k}+\mu^{k_{s-n+1}}<\lambda^{l_{s-n+1}}>+\mu^{k_{s-n+2}}<\lambda^{l_{s-n+2}}>+\cdots\cdots+\mu^{k_s}<\lambda^{l_s}>.$$

可设

$$x^{k_1}\lambda^{l_1}=\sum_{i=0}^{k}a_i(x,\lambda)x^i\lambda^{k-i}+\sum_{j=s-n+1}^{s}\sum_{i=0}^{k_j}a_{ji}(x,\lambda)x^{k_j-i}\lambda^{l_j+i},\quad (3.8)$$

其中

$$a_i(x,\lambda)\in\varepsilon_{x,\lambda}(i=0,1,\cdots,k),$$

$$a_{ji}(x,\lambda)\in\varepsilon_{x,\lambda},$$

$(j=s-n+1,s-n+2,\cdots,s;i=0,1,\cdots,k_j)$. 因

$$k>k_{n-s+1}+l_{n-s+1}>k_{n-s+2}+l_{n-s+2}>\cdots\cdots>k_s+l_s>0,$$

$$0<l_1<l_{s-n+1}<l_{s-n+2}<\cdots<l_s,$$

所以,(3.8) 式两边同时 $\frac{\partial^{k_1+l_1}}{\partial x^{k_1}\partial\lambda^{l_1}}(0,0)$,得 $k_1!l_1!=0$. 与 $k_1!l_1!\neq 0$ 矛盾! 断言 6 得证.

综合断言 1 ~ 6 知,定理 3.1 得证.

参 考 文 献

[1] ARNOLD V I. Geometrical methods in the theory of ordinary differential equation [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.

[2] ARNOLD V I. Singularity theory [M]. London: Mathematical Society Lecture Notes Series, Cambridge University Press, 1981: 53.

[3] GOLUBITSKY M, SCHAEFFER D G. A theory for imperfect bifurcation theory via singularity theory [J]. Commun Pure and Appl Math, 1979, 32: 21 - 98.

[4] GOLUBITSKY M, SCHAEFFER D G. Imperfect bifurcation in the presence of symmetry [J]. Commun Math Phys, 1979, 67: 205 - 232.

[5] GOLUBITSKY M, LANGFORD W F. Classification and unfoldings of degen-erate Hopf bifurcations [J]. J Diff Equa, 1981, 41: 375 - 415.

[6] GOLUBITSKY M, SCHAEFFER D G. Singularities and groups in bifurcation theory: Vol. 1 [M]. New York: Appl Math Sci 51, Springer-Verlag, 1985.

[7] GOLUBITSKY M, STEWART I N, SCHAEFFER D G. Singularities and groups in bifurcation theory: Vol. 2 [M]. New York: Appl Math Sci 69, Springer-Verlag, 1988.

[8] 唐云. 对称性分岔理论基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.

[9] 时红廷, 唐云. Z_2 对称奇点理论的一点推广 [J]. 北京师范学院学报: 自然科学版, 1992, 1: 6 - 14.

[10] 时红廷, 唐云. Z_2 分岔的识别问题与反应扩散方程的退化 Hopf 分岔 [C] //中国力学学会. 稳定, 振动, 分岔与混沌

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的研究. 成都: 中国科学技术出版社,1992: 433 – 444.

[11] 时红廷,郑崇友. 关于单状态变量的局部分岔问题中的内蕴理想[J]. 数学进展,2005,34(2): 192 – 200.

[12] SHI H T, ZHENG C Y. Note of intrinsic submodules in local symmetric bifurcation problems with one state variable[J]. Advances in Mathematics(China),2005, 34(3): 309 – 312.

[13] 时红廷,张毅,王方,等. Z_2对称分岔问题中高阶项集合的注释[J]. 数学进展,2012, 41(3): 361 – 372.

[14] SHI H T, ZHANG Y, WANG F, et al. Note of a theorem in singularity theory[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems,2013: 1 – 11.

[15] SHI H T, ZHANG Y, SHI M Y, et al. Recognition and classification for O(n)-equivalent bifurcations with O(n)-codimension less than or equal to 5[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems,2015: 1 – 24.

Existence and Uniqueness of the Representation of Intrinsic Ideal of Finite Codimension

SHI Hongting LI Huimin CHEN Jiangtao GAO Chang

(School of Mathematical Sciences, Capital Normal University, Beijing 100048)

Abstract

In this paper, the existence and uniqueness of the representation of intrinsic ideal of finite codimension is given, which proved that for given intrinsic ideal, the group of intrinsic generators is unique.

Keywords: bifurcation; codimension; intrinsic ideal; intrinsic generator

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net