DOI:10.19789/j.1004-9398.2022.04.006
文献引用:杨挪亚,李崇.量子导引在量子通讯中的作用[J].首都师范大学学报(自然科学版),2022,43(4):33-37. YANG N Y,LI C. Effect of quantum steering in quantum communication process[J]. Journal of Capital Normal University (Natural Science Edition),2022,43(4):33-37.

量子导引在量子通讯中的作用

杨挪亚, 李 崇*

(大连理工大学物理学院, 辽宁 大连 116024)

摘要:主要研究量子导引在一些具体量子通讯过程中的作用,通过计算通道量子态的导引及其在具体量子通讯过程中的保真度,比较二者间的对应关系,证实远程量子态制备和量子隐形传态过程中,通道量子导引对保真度有正向的影响.

关键词:量子信息;量子关联;量子导引;远程量子态制备;量子隐形传态
中图分类号:O413.1

Effect of quantum steering in quantum communication process

YANG Nuoya, LI Chong*

(Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024)

Abstract: The effect of quantum steering in specific quantum communication process is studied in this paper. By calculating the steering of channel quantum state and its fidelity in the specific quantum communication process, and comparing the corresponding relationship between the steering and fidelity of the channel quantum state, it is confirmed that channel quantum steering has a positive impact on fidelity in the process of remote quantum state preparation and quantum teleportation.

Keywords: quantum information; quantum correlation; quantum steering; remote quantum state preparation; quantum teleportation
CLC: O413.1

0 引 言

1935年,Einstein等[1]提出EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)佯谬,随后,Schrödinger团队[2-3]提出量子纠缠的概念,从而揭示了量子理论的非局域特性,促使人们从理论和实验的角度来研究这种新的特性.量子非局域特性涉及量子关联[4]、量子纠缠[1-3]、量子导引[2-3,5]和Bell非局域性[6]等一系列概念.同时,学者们也在研究如何利用量子非局域性进行高效、安全的计算、通讯和计量等,随之而来诞生了量子信息学[7]和量子计量学[8].

经过近30年突飞猛进的发展,量子信息技术在理论和实验方面已经取得了显著的成果[9].量子非局域性在量子信息过程中的应用也取得了一定的进展,但是量子导引在量子通讯过程中的作用仍没有被研究清楚[10].量子导引作为量子非局域关联中重要的一种形式,具有非对称性、单配性等独特的性质,其中非对称性指量子导引双方的地位不相同,而单配性指量子导引在多体间不能自由分享.这些独特的性质在通讯过程中会满足

收稿日期:2021-09-10
* 通信作者:lichong@dlut.edu.cn

若干特殊条件的通讯要求.因此,研究量子导引在量子通讯过程中的作用十分必要,量子导引也被视为多种量子信息过程中的一种有用资源.在与单边设备无关的量子密钥分发过程中,利用量子导引可以提高获取密钥的速率[11];在子通道识别任务中,使用任意导引态都优于非导引态,导引态能将任务完成得更好[12];在双方地位不对等的通讯过程中,必须利用量子导引的单向性才能使整个通讯过程安全、有效地完成[10].研究量子导引在量子隐形传态、远距离量子态制备和密集编码等已有量子通讯过程中的作用,提高协议的效率、安全性以及具体效果具有十分重要的意义.

本文主要研究通道量子导引在远程量子态制备和量子隐形传态这2种量子通讯过程中发挥的作用.首先利用基于熵不等式的量子导引度量方式对选择的通道量子态进行度量,然后计算2种过程中所使用通道量子态的保真度,再将得到的物理量进行比较,最终得到通道量子导引对量子通讯过程的影响.

1 基于熵不等式的量子导引度量

自Wisemen等[5]提出量子导引的具体数学形式以来,发展了多种判定量子导引的不等式以及度量方式,其各有不同的适用范围及判定范围[13].为了度量量子态导引的程度与其参数的关系,本文选择使用基于熵不等式的量子导引度量方式,对Alice与Bob共享的某个两体量子态,可以用如下的公式计算量子态的导引[14]:

$$SI^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = H\left(\sigma_x^{\mathrm{B}}\middle|\sigma_x^{\mathrm{A}}\right) + H\left(\sigma_y^{\mathrm{B}}\middle|\sigma_y^{\mathrm{A}}\right) + H\left(\sigma_z^{\mathrm{B}}\middle|\sigma_z^{\mathrm{A}}\right) \geqslant 2, \tag{1}$$

$$S^{\mathrm{AB}} = \max\left\{0,\ \frac{SI^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} - 2}{SI_{\max} - 2}\right\}, \tag{2}$$

式(1)为基于熵不确定关系的导引不等式.$H\left(\sigma_{x,y,z}^{\mathrm{B}}\middle|\sigma_{x,y,z}^{\mathrm{A}}\right)$表示对A进行泡利矩阵测量的条件下,对B进行相同泡利矩阵测量的条件香农熵;$SI_{\max}$为$SI^{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}$违背不等式(1)的最大值,将$S^{\mathrm{AB}}$用作量子态导引的度量.

在量子通讯过程中,有多种不同的量子态可以作为量子通道使用.本文选取几种常用的典型量子通道,基于这些量子通道进行量子通讯过程,并研究这些量子通道的导引与保真度等物理量的关系.

二维Werner态为[15]

$$\rho = p\left|\psi^-\right\rangle\!\left\langle\psi^-\right| + (1-p)\frac{\boldsymbol{I}}{4}, \tag{3}$$

式中:$\left|\psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle)$,$0 \leqslant p \leqslant 1$,$\boldsymbol{I}$为单位矩阵.

二维Isotropic态为[16]

$$\rho = \eta\left|\phi^+\right\rangle\!\left\langle\phi^+\right| + (1-\eta)\frac{\boldsymbol{I}}{4}, \tag{4}$$

式中:$\left|\phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|00\right\rangle + \left|11\right\rangle)$,$0 \leqslant \eta \leqslant 1$.

二维X态为[17]

$$\rho = \frac{1-k}{4}\left|\psi^+\right\rangle\!\left\langle\psi^+\right| + \frac{1+3k}{4}\left|\psi^-\right\rangle\!\left\langle\psi^-\right| + \frac{1-2t-k}{4}\left|00\right\rangle\!\left\langle 00\right| + \frac{1+2t-k}{4}\left|11\right\rangle\!\left\langle 11\right|, \tag{5}$$

式中:$\left|\psi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|01\right\rangle + \left|10\right\rangle)$,$\left|\psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle)$,$0 \leqslant t, k \leqslant 1$.

二维α态为[18]

$$\rho = \alpha\left|\psi^-\right\rangle\!\left\langle\psi^-\right| + \frac{1-\alpha}{5}\left(2\left|0\right\rangle\!\left\langle 0\right| \otimes \frac{\boldsymbol{I}}{2} + 3\frac{\boldsymbol{I}}{2} \otimes \left|1\right\rangle\!\left\langle 1\right|\right), \tag{6}$$

式中:$\left|\psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|01\right\rangle - \left|10\right\rangle)$,$0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

2 保真度公式

保真度能定量地度量量子通讯过程中输入量子态与输出量子态之间的差别,关系到量子信息传递的可靠性,是量子通讯过程中非常关键的物理量.为了计算在量子通讯过程中使用多种量子通道的保真度等物理量,将二维量子态写成泡利矩阵的形式

$$\rho = \frac{1}{4}\left(\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I} + \sum_i a_i\boldsymbol{\sigma}_i\otimes\boldsymbol{I} + \sum_j b_j\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{\sigma}_j + \sum_k E_k\boldsymbol{\sigma}_k\otimes\boldsymbol{\sigma}_k\right), \tag{7}$$

式中:$\boldsymbol{\sigma}_{i,j,k}$为泡利矩阵,$i,j,k = 1,2,3$,而$\left|E_1\right| \geqslant \left|E_2\right| \geqslant \left|E_3\right|$为关联矩阵$\boldsymbol{E}$的非零对角元素.

在远程量子态制备过程中,利用收益函数$P = (\vec{t}\cdot\rho)^2$,当要制备的目标态为$\left|\psi\right\rangle = \cos\frac{\theta}{2}\left|0\right\rangle + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi}\sin\frac{\theta}{2}\left|1\right\rangle$时,保真度公式为[19]

$$P^{av}=\frac{\int \mathrm{d}\vec{t}\cdot P}{2\pi}, \tag{8}$$

式中$\vec{t}$为$|\psi>$对应的Bloch矢量.此公式描述的是在远程量子态制备过程中,遍历所有处于Bloch球面上的目标态$|\psi>$,使用通道量子态ρ的平均保真度.$P^{av}\neq 0$是远程量子态制备过程完成的必要条件.

同时,可以利用量子关联来描述远程量子态制备过程的质量,其表达式为[17]

$$D^2(\rho)=\frac{1}{2}\left(E_2^2+E_3^3\right), \tag{9}$$

式中E_2和E_3为式(7)中的系数.此公式适用于大多数的量子态,能定量地描述量子态的几何关联,是描述量子关联的一种简单、有效的形式.

在标准通道下的量子隐形传态过程中,当输入态为某一纯态$|\psi>$,通道量子态为二维量子态且包含贝尔态$|\phi^+>$时,其保真度公式为[20]

$$\bar{F}=\frac{2}{3}<\phi^+|\rho|\phi^+>+\frac{1}{3}, \tag{10}$$

式中ρ为隐形传态过程中的通道量子态.而当通道量子态包含其他贝尔态时,将$|\phi^+>$换作包含的贝尔态即可.此公式计算的是标准通道下的量子隐形传态过程中,遍历所有输入态的保真度的平均值,但仅适用于输入态为纯态的情况.

本文只考虑较为简单的量子通讯过程,将利用已有公式对通道量子态进行计算,并得到相应的结果作比较.

3 结果与讨论

首先,以二维Werner态即式(3)为例进行计算,根据式(1)可得

$$SI^{A\to B}=H\left(\boldsymbol{\sigma}_x^B|\boldsymbol{\sigma}_x^A\right)+H\left(\boldsymbol{\sigma}_y^B|\boldsymbol{\sigma}_y^A\right)+H\left(\boldsymbol{\sigma}_z^B|\boldsymbol{\sigma}_z^A\right)=-\frac{3}{2}\left[(1-p)\log_2\frac{1-p}{2}+(1+p)\log_2\frac{1+p}{2}\right]. \tag{11}$$

则对应量子导引为

$$S^{AB}=\begin{cases}0, & p\leqslant 0.65,\\ \dfrac{3-3p}{4}\log_2\dfrac{1-p}{2}+\dfrac{3+3p}{4}\log_2\dfrac{1+p}{2}+1, & p>0.65.\end{cases} \tag{12}$$

将其写成泡利矩阵的形式,可以得到$|\boldsymbol{E}_1|=|\boldsymbol{E}_2|=|\boldsymbol{E}_3|=p$.则在远程量子态制备过程中,利用式(8)计算保真度可得

$$P^{av}=\frac{\int \mathrm{d}\vec{t}\cdot P}{2\pi}=p. \tag{13}$$

同理,利用式(9)计算得其量子关联为

$$D^2(\rho)=\frac{1}{2}\left(p^2+p^2\right)=p^2. \tag{14}$$

而在标准通道下的量子隐形传态过程中,利用式(10)可得二维Werner态的保真度为

$$\bar{F}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1+3p}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1+p}{2}. \tag{15}$$

同样地,也可以计算得到二维Isotropic态、X态(假定t=1/2)和α态的量子导引、量子关联及保真度.

对上述量子态来说,只有利用式(2)计算得$S^{AB}>0$时,量子态才为导引态.因此,相应的量子导引会出现拐点,拐点之后的量子态为导引态,本文重点关注拐点之后量子态的表现.一般来说,当远程量子态制备和量子隐形传态过程的保真度>5/6时,才具有真正的量子效应.因此,在本文以下的讨论中,利用y=5/6将对应的线段标注出来,用作与计算得到的保真度的对比,当计算得到的保真度均<5/6时,标注保真度的最大值.

对于远程量子态制备过程,将不同的量子态作为通道时,其量子导引、保真度和量子关联与对应参数的关系如图1所示.在远程量子态制备过程中,4种量子态的导引态(量子导引>0)的保真度和量子关联比非导引态(量子导引<0)更高.而对于导引态的部分,当量子态的导引性逐渐增强时,远程量子态制备过程的保真度提高,量子关联也同时变强,从而远程量子态制备过程的质量也变高.因此,通道量子导引对远程量子态制备过程的保真度和量子关联具有正向影响,与远程量子态制备过程的质量同调.

对于量子隐形传态过程,将不同的量子态作为通道时,其量子导引和保真度与对应参数的关系如图2所示.在量子隐形传态过程中,4种量子态的导引态(量子导引>0)的保真度比非导引态(量子导引<0)更高.而对于导引态的部分,当量子态的导引性逐渐增强时,量子隐形传态过程的保真度提高,从而量子隐形传态过程的质量也变高.因此,通道量子导引对量子隐形传态过程的保真度具有正向影响,与量子隐形传态过程的质量同调.

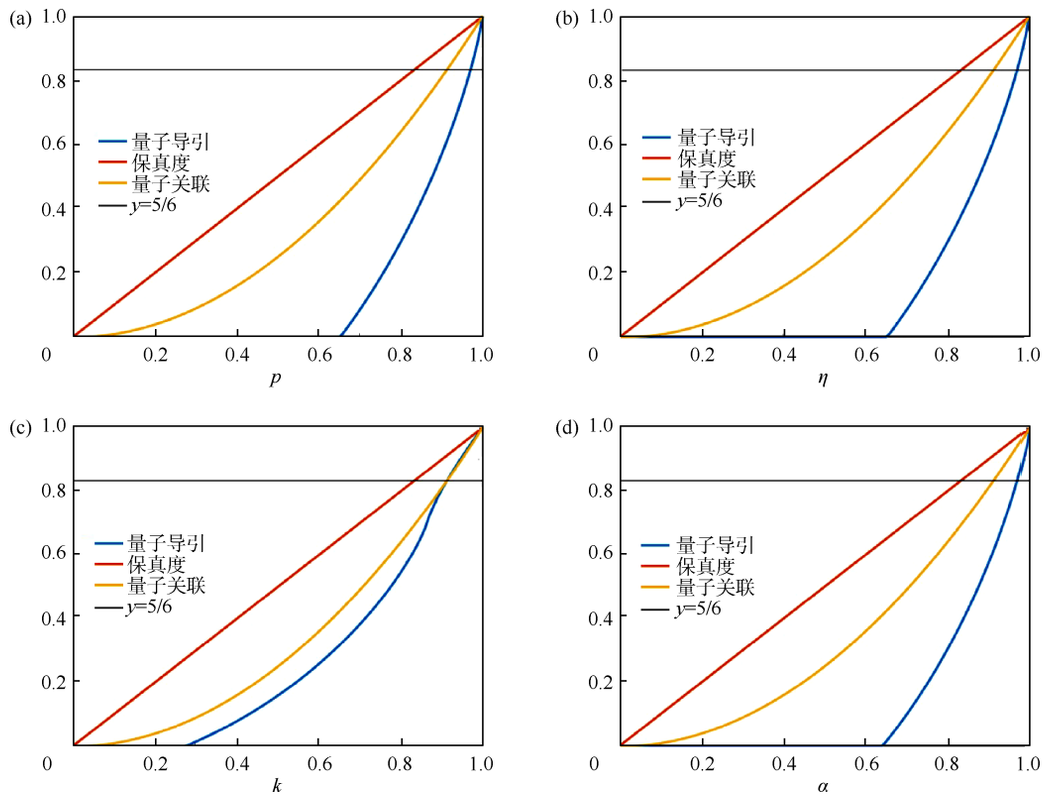


图1　远程量子态制备过程中不同通道量子态的物理量与其系数的关系

(a)Werner态;(b)Isotropic态;(c)X态(t=1/2);(d)α态

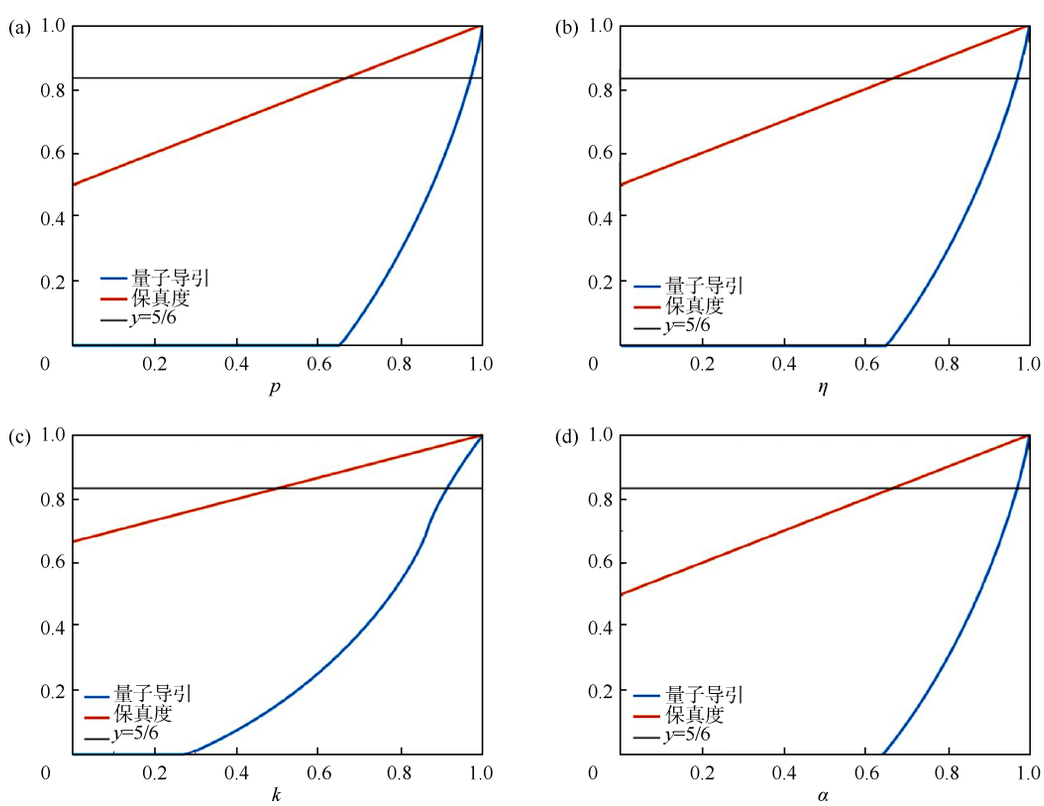


图2　量子隐形传态过程中不同通道量子态的物理量与其系数的关系

(a)Werner态;(b)Isotropic态;(c)X态(t=1/2);(d)α态

4 总结与展望

本文通过计算作为通道的二维Werner态、Isotropic态、X态和α态在远程量子态制备及量子隐形传态过程中通道量子态的量子导引和保真度等物理量,给出了通道量子态的量子导引和保真度等物理量与其参数的对应关系.计算结果表明,通道量子导引对2种量子通讯过程中的保真度都具有正向影响.通道量子导引对更复杂的量子通讯过程的影响尚需进一步研究,希望这方面的研究结果能够促进量子信息技术发展,也能够让量子导引在量子信息领域有更多的应用.

参 考 文 献

[1] EINSTEIN A, PODOLSKY B, ROSEN N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete[J]. Physical Review, 1935, 47(10): 777-780.

[2] SCHRÖDINGER E. Discussion of probability relations between separated systems [J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1935, 31: 555- 563.

[3] SCHRÖDINGER E, DIRAC P A M. Probability relations between separated systems [J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1936, 32(3): 446.

[4] OLLIVIER H, ZUREK W H. Quantum discord: a measure of the quantumness of correlations[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(1): 017901.

[5] WISEMAN H M, JONES S J, DOHERTY A C. Steering, entanglement, nonlocality, and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox [J]. Physical Review Letters, 2007, 98(14): 140402.

[6] BRUNNER N, CAVALCANTI D, PIRONIO S, et al. Bell nonlocality[J]. Review of Modern Physics, 2014, 86(2): 419.

[7] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

[8] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Advances in quantum metrology[J]. Nature Photonics, 2011, 5: 222-229.

[9] 周正威,陈巍,孙方稳,等.量子信息技术纵览[J].科学通报,2012,57(17):1498-1525.

[10] UOLA P, COSTA A C S, CHAU NGUYEN H, et al. Quantum steering[J]. Review of Modern Physics, 2020, 92(1): 015001.

[11] BRANCIARD C, CAVALCANTI E G, WALBORN S P, et al. One-sided device-independent quantum key distribution: security, feasibility, and the connection with steering[J]. Physical Review A, 2012, 85(1): 010301.

[12] PIANI M, WATROUS J. Necessary and sufficient quantum information characterization of Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. Physical Review Letters, 2015, 114(6): 060404.

[13] 潘国柱.量子导引与后量子关联若干问题研究[D].合肥:安徽大学,2019.

[14] SUN W Y, WANG D, LIU Y. How relativistic motion affects Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. Laser Physics Letters, 2017, 14(9): 095205.

[15] WERNER R F. Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model [J]. Physical Review A, 1989, 40(8): 4277-4281.

[16] HORODECKI M, HORODECKI P. Reduction criterion of separability and limits for a class of distillation protocols[J]. Physical Review A, 1999, 59(6): 4206.

[17] DAKIĆ B, LIPP Y O, MA X S, et al. Quantum discord as resource for remote state preparation [J]. Nature Physics, 2012, 8: 666-670.

[18] BOWLES J, VÉRTESI T, QUINTINO M T, et al. One-way Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. Physical Review Letters, 2014, 112(20): 200402.

[19] KANJILAL S, KHAN A, JEBARATHINAM C, et al. Remote state preparation using correlations beyond discord[J]. Physical Review A, 2018, 98(6): 062320.

[20] LI G, YE M Y, LIN X M. Entanglement fidelity of the standard quantum teleportation channel [J]. Physics Letters A, 2013, 377(23/24): 1531-1533.

(责任编辑:兰丽丽)